

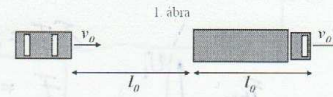
Villamosmérnök alapszak Fizika1 Nagy zárthelyi dolgozat, 2018. nov. 9.	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes

NÉV: \_\_\_\_\_

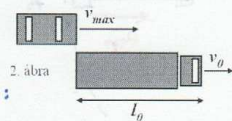
Neptun kód: \_\_\_\_\_

Előadó: Márkus / Sarkadi

1. Egy  $l_0$  hosszúságú kamion egyenesen  $v_0$  sebességgel közlekedik közúton. Mögötte állandó  $l_0$  követési távolságot tartva halad egy személyautó az 1. ábra szerint. A közúton a sebességkorlátozás  $v_{max}$  ( $v_0 < v_{max}$ ). A mozgást tekintjük egy dimenziósnak!



- a) A  $t_0=0$  időpillanatban a személyautó egyenesen gyorsítva előzésbe kezd. Mire a kamion hátulját eléri, sebessége éppen  $v_{max}$  értéket vesz fel. (2. ábra) Mennyi idő alatt érte utol a személyautó a kamiont? (1)



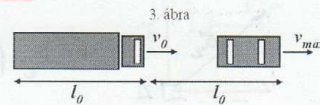
*Itt kamionhoz rögzített vonatkoztatási rendszerben:*

$$l_0 = \frac{a}{2} t_1^2 \quad a = \frac{v_{max} - v_0}{t_1}$$

$$l_0 = \frac{v_{max} - v_0}{2 t_1} \cdot t_1^2 = \frac{v_{max} - v_0}{2} t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{2 l_0}{v_{max} - v_0}$$

*(egyenletesen változó mozgás)*

- b) Ezt követően a személyautó egyenesen  $v_{max}$  sebességgel elhalad a kamion mellett, és visszahúzódik saját sávjába a kamion előtt  $l_0$  távolságra. (3. ábra) Mennyi időre volt szükség a teljes előzési manőver befejezéséhez? (1)



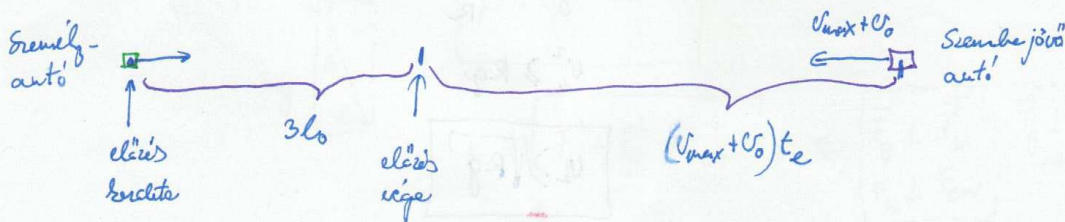
$$t_2 = \frac{2 l_0}{v_{max} - v_0}$$

*← megtett út*  
*← egyenletes sebesség* *(egyenletes mozgás)*

*Itt teljes előzéshez szükséges idő:*  $t_e = t_1 + t_2 = \frac{4 l_0}{v_{max} - v_0}$

- c) Az előzési művelet megkezdésekor, a  $t_0$  időpontban a személyautó sofőre a szemközti sávban  $s$  távolságra  $v_{max}$  sebességgel haladó, szembejövő autót pillant meg. Legalább mekkorának kell lennie  $s$ -nek, hogy ne történjen baleset?

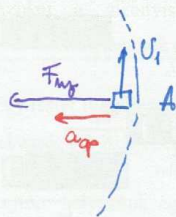
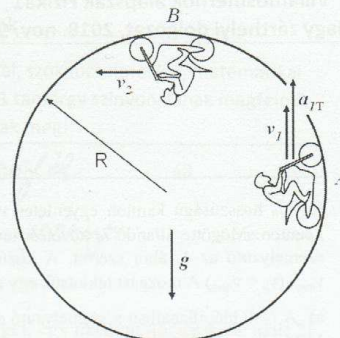
*Itt kamion rendszerben:*



$$s = 3 l_0 + (v_{max} + v_0) \cdot t_e = 3 l_0 + \frac{v_{max} + v_0}{v_{max} - v_0} \cdot 4 l_0$$

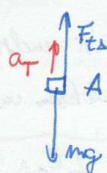
2. Egy cirkuszi mutatvány során  $m$  tömegű motorosok száguldoznak az  $R$  sugarú „halálgömbben”. Az  $A$  pontban a motorosok sebessége  $v_1$ , a kerekek és a gömb közötti tapadási súrlódási együttható értéke  $\mu_0$ , a motorosok minden pillanatban szükséges mennyiségű „gázt adnak”. A motorokat tekintjük pontszerűnek.

- a) Mekkora nyomóerőt fejt ki a gömb a motorosra az  $A$  pontban? (0,5) Maximálisan mekkora lehet a motor  $a_{1T}$  érintő irányú gyorsulása az  $A$  pontban? (1)



$$\Sigma F_n = m v a_{cp}$$

$$F_{ny} = m \frac{v_1^2}{R}$$

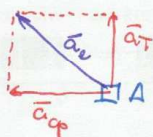


$$\Sigma F_t = m a_T \Rightarrow F_{cs} - mg = m a_T$$

$$F_{cs} \leq F_{ny} / \mu_0 = m \frac{v_1^2}{R} \mu_0 \Rightarrow m \frac{v_1^2}{R} \mu_0 - mg \geq m a_T$$

$$\Rightarrow a_T \leq \frac{v_1^2}{R} \mu_0 - g$$

- b) Mekkora a motoros eredő gyorsulása az  $A$  pontban? (0,5)



$$a_e = \sqrt{a_{cp}^2 + a_T^2} = \sqrt{\left(\frac{v_1^2}{R} \mu_0 - g\right)^2 + \frac{v_1^2}{R^2}}$$

- c) Legalább mekkora  $v_2$  sebességgel kell haladnia a motornak a  $B$  pontban, hogy a gömb felületén maradjon? (1)



$$\Sigma F = m a_{cp}$$

$$F_{ny} + mg = m \frac{v_2^2}{R} \quad F_{ny} \geq 0$$

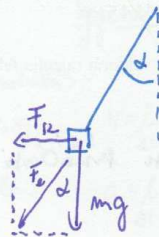
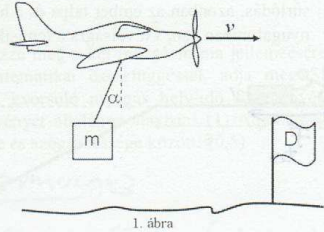
$$mg \leq m \frac{v_2^2}{R}$$

$$v_2^2 \geq Rg$$

$$v_2 \geq \sqrt{Rg}$$



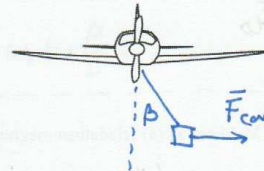
3. Egy repülőgép egyenesen  $v$  sebességgel repül a déli sark felé. A repülőgépen  $m$  tömegű csomag függ egy kötélen az 1. ábra szerint. A csomagra  $F_k$  nagyságú közegellenállási erő hat a haladási irányval ellentétes irányban.



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_k}{mg}$$

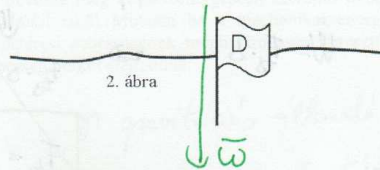
$$\alpha = \operatorname{tg}^{-1} \frac{F_k}{mg}$$

- b) A csomagra Coriolis-erő is hat. A 2. ábrára rajzolja fel a Coriolis-erő hatására  $\beta$  szögben kitérülő csomagot, és tüntesse fel a Coriolis-erő vektorát! (0,5)

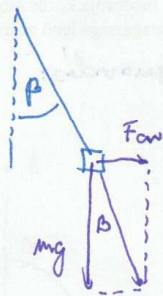


$$\vec{F}_{\text{cor}} = -2m(\vec{\omega} \times \vec{v})$$

$$|\vec{F}_{\text{cor}}| = 2m\omega \cdot v$$



- a) Határozza meg a  $\beta$  szöget (0,5) és számítsa ki a köteleet feszítő erő nagyságát! (1)



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{F_{\text{cor}}}{mg} = \frac{2m\omega v}{mg} = \frac{2\omega v}{g}$$

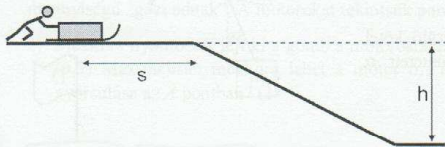
$$\beta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\omega v}{g}$$

$$K = \sqrt{F_g^2 + F_k^2 + F_{\text{cor}}^2}$$

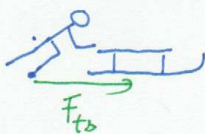
$$\Leftrightarrow \begin{matrix} \vec{F}_g \perp \vec{F}_k & \vec{F}_g \perp \vec{F}_{\text{cor}} \\ \vec{F}_k \perp \vec{F}_{\text{cor}} \end{matrix}$$

$$K = \sqrt{(mg)^2 + (2m\omega v)^2 + F_k^2}$$

4. Egy havas fennsíkron  $m$  tömegű ember tol egy  $M$  tömegű szánkót. A szánkó és a hó között elhanyagolható a súrlódás, azonban az ember talpa és a hó között  $\mu_0$  tapadási súrlódási együttható mérhető. A szánkó kezdetben nyugalomban van,  $s$  távolságra a fennsík szélétől. A fennsík szélén a szánkó sebessége  $v_1$ .



- a) A vízszintes szakaszon melyik erő gyorsítja a szánkó+ember alkotta rendszert? Az erő vektorát rajzolja fel az ábrára! (1)



Itz ember talpánál előredő tapadási súrlódási erő gyorsítja a rendszert.

- b) Mekkora az (a) feladatban megnevezett erő átlagos nagysága (1)

Munkatétel alapján:  $W = \Delta E_{kin} = \frac{1}{2} (M+m) v_1^2 - 0$

$W = F_{ts} \cdot s$

$\Downarrow$   
 $\Rightarrow F_{ts} \cdot s = \frac{1}{2} (M+m) v_1^2$

$F_{ts} = \frac{(M+m) v_1^2}{2s}$

- c) A fennsík szélén az ember óvatosan felugrik a szánkóra (a felugrás nem módosítja közös sebességüket) és kezdetét veszi a lesiklás. Mekkora sebességgel érkezik meg a szánkó a  $h$  magasságú lejtő aljára?(1)

Konzervatív rendszer  $\Rightarrow$  mech. energia megmaradás

$E_{kin} + E_{pot} = E'_{kin} + E'_{pot}$

$\frac{1}{2} (M+m) v_1^2 + (M+m)gh = \frac{1}{2} (M+m) v_2^2 + 0$

$v_2^2 = 2gh + v_1^2$

$v_2 = \sqrt{2gh + v_1^2}$



Kifejtendő kérdések

1. Hasonlítsa össze az egyenes vonalú mozgást a körmozgással! Nevezze meg a két mozgásforma jellemzésére használt alapvető kinematikai mennyiségeket, definiálja őket matematikai összefüggéssel, adja meg SI mértékegységüket. (1,5) Írja fel az egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás hely-idő függvényét, valamint az egyenletesen gyorsuló körmozgás elfordulás-idő függvényét általános alakban! (1) Adjon meg összefüggést, mely kapcsolatot teremt a körmozgás kerületi sebessége és szögsebessége között! (0,5)

<u>Egyenes vonalú mozgás</u>		<u>Körmozgás</u>	
Elmozdulás:	$x$ (m)	Elfordulás:	$\varphi$ (dimenziótlan)
Sebesség:	$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ( $\frac{m}{s}$ )	Szögsebesség:	$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$ ( $\frac{1}{s}$ )
Gyorsulás:	$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$ ( $\frac{m}{s^2}$ )	Szöggyorsulás:	$\beta = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ ( $\frac{1}{s^2}$ )

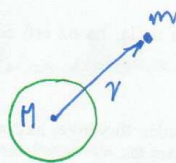
Egyenletesen változó m:

$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta}{2} t^2$$

kerületi sebesség  $\rightarrow v_k = R \omega \leftarrow$  szögsebesség

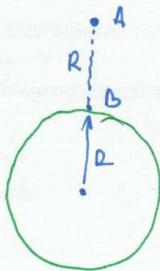
2. Matematikai összefüggés segítségével definiálja egy  $M$  tömegű gömbszimmetrikus test gravitációs terében elhelyezett  $m$  tömegű tömegpont potenciális energiáját, és nevezze meg az összefüggésben szereplő fizikai mennyiségeket! (1) Definiálja a mechanikai energia fogalmát! (0,5) Mutassa be a mechanikai energia megmaradás törvényének alkalmazását egy olyan test földetérési sebességének meghatározásán keresztül, melyet az  $R$  sugarú Föld felszíne felett  $R$  távolságra kezdősebesség nélkül elejtettünk.



$$E_{pot} = -\gamma \frac{mM}{r}$$

$\gamma$ : gravitációs állandó  
 $r$ : vonócentrumok távolsága

Mechanikai energia:  $E_{mech} = E_{kin} + E_{pot}$   
 Kinetikus energia  $\rightarrow$   
 Potenciális energia  $\rightarrow$



$$E_{kinA} + E_{potA} = E_{kinB} + E_{potB}$$

$$0 + \left(-\gamma \frac{Mm}{2R}\right) = \frac{1}{2} m v^2 + \left(-\gamma \frac{Mm}{R}\right)$$

$$\gamma \frac{M}{R} - \gamma \frac{M}{2R} = \frac{1}{2} v^2 \Rightarrow v^2 = \frac{2\gamma M}{R} \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma M}{R}}$$

### Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. A fizikai mennyiség a mérőszámból és a *mértékegységből* áll.
2. Azokat a mennyiségeket, melyeknek nagysága és *iránya* is van, vektormennyiségnek nevezzük.
3. Egy testet függőlegesen elhajítunk a talajról  $v$  kezdősebességgel, egy másikat  $45^\circ$ -os szög alatt  $2v$  sebességgel. A *függőlegesen* elhajított test ér előbb földet.
4. Lejtőre helyezünk egy hasábot, de az nem csúszik le. A hasábra ható tapadási súrlódási erő nagysága *ugyanakkora*, mint a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense.
5. A Hooke-törvény értelmében a *nyújtás* a kitéréssel arányos, azzal ellentétes irányú erőt fejt ki.
6. Gyorsuló vonatkoztatási rendszerekben *tehetetlen* erőket definiálunk annak érdekében, hogy a Newton törvényeket az inerciarendszerekben megszokott alakban tudjuk felírni.
7. A centrifugális erő a forgó vonatkoztatási rendszer szögsebességének *négyzetével* hatványával arányos.
8. Egy tömegpontra  $\mathbf{F}$  erő hat, miközben a test elmozdul. Az erő munkája nulla, ha az erő és az elmozdulás-vektor *merőleges egymásra*.
9. Ha egy erőterben mozgó testre érvényes a mechanikai energia megmaradás törvénye, akkor az erőter *konzervatív*.
10. A munkatétel értelmében a testre ható erők eredőjének munkája egyenlő a *test kinetikus energiájának megváltozásával*.
11. *Tintán gördülő* kerék talajjal érintkező pontjának pillanatnyi sebessége nulla.
12. Egy erőteret *homogén* nevezünk, ha az erő vektora a tér minden pontjában ugyanakkora.