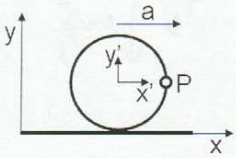
Villamosmérnök alapszak Fizika1 1. vizsga, 2017. dec. 20.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz

NÉV: ______________________

Neptun kód: ______________________

Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi ☐

1. Egy autó a t=0 időpillanattól kezdve álló helyzetből egyenletesen gyorsul a gyorsulással. A kérdésekre adott válaszokban szereplő **vektorokat koordinátás alakban adja meg**!



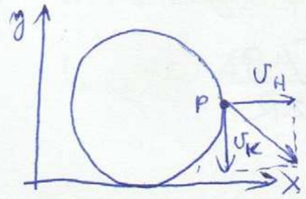
a) Adja meg a kerék $\varphi(t)$ szögelfordulását az idő függvényében! A kerék sugara R, mindvégig tisztán gördül. (1)

$$\beta = \frac{a}{R} \qquad \varphi_{(t)} = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\beta}{2} t^2 = \boxed{\frac{a}{2R} t^2}$$

$$\omega_0 = 0$$

$$\varphi_0 = 0$$

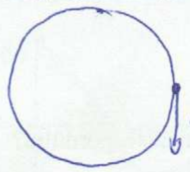
b) Adott t_1 időpillanatban mekkora a kerék legelső, P pontjának **sebességvektora** a talajhoz rögzített x,y vonatkoztatási rendszerben? (1)



Tiszta gördülés esetén $v_K = \omega_{(t_1)} \cdot R = v_H = a t_1$

$$\boxed{\bar{v}_p = [a t_1 \, ; \, -a t_1]}$$

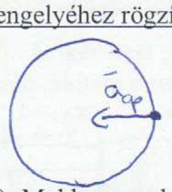
c) Mekkora a kerék P pontjának érintő irányú **gyorsulásvektora** a t_1 időpillanatban a kerék tengelyéhez rögzített, x',y' vonatkoztatási rendszerben! (1)



$$a_É = \beta \cdot R = \frac{a}{R} R = a$$

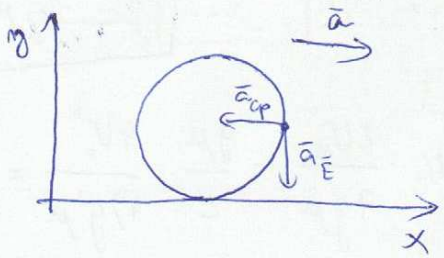
$$\boxed{\bar{a}_É = [0 \, ; \, -a]}$$

d) Mekkora a kerék P pontjának sugár irányú **gyorsulásvektora** a t_1 időpillanatban a kerék tengelyéhez rögzített, x',y' vonatkoztatási rendszerben! (1)



$$a_{cp} = \frac{v_K^2}{R} = \frac{(a t_1)^2}{R} \qquad \boxed{\bar{a}_{cp} = \left[-\frac{(a t_1)^2}{R} \, ; \, 0\right]}$$

e) Mekkora a kerék P pontjának **gyorsulásvektora** a t_1 időpillanatban a talajhoz rögzített, x,y vonatkoztatási rendszerben! (1)

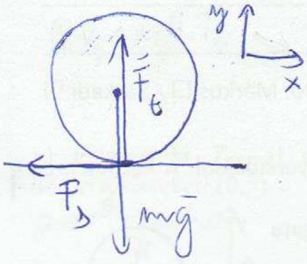


$$\bar{a}_p = [a - a_{cp} \, ; \, -a_É]$$

$$\boxed{\bar{a}_p = \left[a - \frac{(a t_1)^2}{R} \, ; \, -a\right]}$$

2. Egy m tömegű, R sugarú tekegolyót lökünk el síkos pályán úgy, hogy kezdetben egyáltalán nem forog, tömegközéppontja viszont v_0 kezdősebességgel halad. A pálya és a golyó közti csúszási súrlódási együttható μ

a) Írja fel a golyó tömegközéppontjának mozgásegyenletét, és határozza meg a tömegközéppont sebességét az idő függvényében! (2)



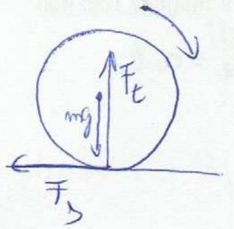
$\sum \vec F = m\vec a_{TKP}$ → $\sum F_y = m a_y = 0$ → $F_t = mg$

$\sum \vec F = m\vec a_{TKP}$ → $\sum F_x = m a_x$

$$\sum F_x = -F_s = -\mu \cdot F_t = -\mu m g = m a_x \Rightarrow a_x = -\mu g$$

$$v_{(t)} = v_0 + a_x t = \boxed{v_0 - \mu g t}$$

b) Írja fel a golyóra a forgómozgás alapegyenletét, és határozza meg a golyó szögsebességét az idő függvényében! A gömb tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = {}^2/_5\, mR^2$ (2)



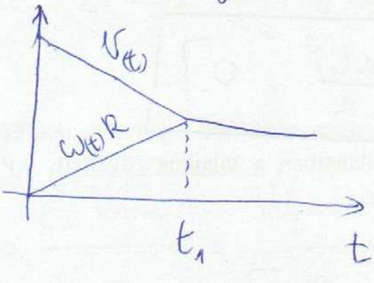
$$\underbrace{\sum M}_{\mu m g R} = \underbrace{\Theta\beta}_{\frac{2}{5} m R^2 \cdot \beta} \qquad \sum M = F_s \cdot R = \mu m g R$$

$$\mu m g R = \frac{2}{5} m R^2 \cdot \beta \Rightarrow \beta = \frac{5\mu g}{2R}$$

$$\omega_{(t)} = \beta t = \boxed{\frac{5\mu g}{2R} \cdot t}$$

c) Mennyi idő múlva és mekkora út megtétele után kezd el a pályán csúszó golyó tisztán gördülni? (1)

Tiszta gördülés feltétele: $R\omega_{(t)} = v_{(t)}$ $\quad t_1 = ?$



$$v_0 - \mu g t_1 = \frac{5\mu g}{2R} t_1 \cdot R$$

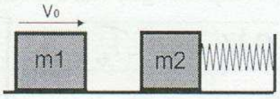
$$v_0 - \mu g t_1 = \frac{5}{2} \mu g t_1 \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{2v_0}{7g\mu}}$$

$$s = v_0 t_1 + \frac{a}{2} t_1^2 = v_0 t_1 - \frac{\mu g}{2} t_1^2 = v_0 \cdot \frac{2v_0}{7g\mu} - \frac{g\mu}{2} \cdot \frac{4v_0^2}{49 g^2 \mu^2} =$$

$$\Rightarrow \boxed{s = \frac{12 v_0^2}{49 \mu g}}$$

3. Vízszintes, súrlódásmentes felületen csúszik egy m_1 tömegű test v_0 sebességgel. Nekiütközik egy álló m_2 tömegű testnek, amely egy k rugóállandójú nyújtatlan rugóval falhoz van erősítve. A két test az ütközést követően összetapad.

a) Mekkora lesz a közös sebességük az ütközést követő pillanatban? (1)



Impulzusmegmaradás tv.

$$m_1 v_0 = (m_1 + m_2) v_K \qquad \boxed{v_K = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}}$$

b) Mekkora körfrekvenciájú rezgés alakul ki? (1)

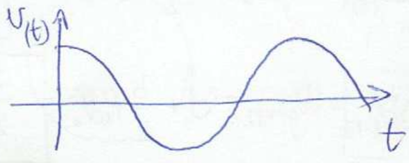
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \boxed{\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}}$$

c) Mekkora lesz a rezgés amplitúdója? (1)

Ütközés utáni pillanat: egyensúlyi helyzet: $v_K = v_{max}$

$$v_{max} = \omega \cdot A \qquad A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{v_K}{\omega} = \frac{\frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2}}{\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}}} = \boxed{\frac{m_1 v_0}{\sqrt{k(m_1 + m_2)}}}$$

d) Írja fel a mozgás sebesség-idő függvényét! (1)



$$v(t) = A\omega \cdot \cos(\omega t) = v_K \cdot \cos(\omega t) =$$

$$\boxed{v(t) = \frac{m_1 v_0}{m_1 + m_2} \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \cdot t\right)}$$

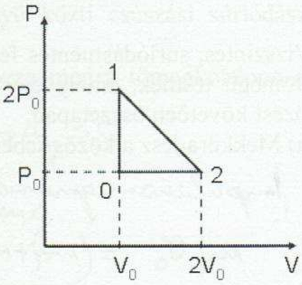
e) A két test egymással összeragadt felületeit maximálisan mekkora nagyságú erő próbálja szétszakítani a rezgőmozgás során? (1)

$$a_{max} = A\omega^2$$

$$F_{max} = m_1 \cdot a_{max} = m_1 \cdot A\omega^2$$

$$F_{max} = m_1 \cdot \frac{m_1 v_0}{\sqrt{k(m_1 + m_2)}} \cdot \frac{k}{m_1 + m_2} = \boxed{m_1^2 v_0 \sqrt{\frac{k}{(m_1 + m_2)^3}}}$$

4. Adott egy tartály, melyben P_0 nyomású, V_0 térfogatú, T_0 hőmérsékletű egyatomos ideális gáz van. Izochor mólhője $c_v = {}^3/_2 R$ (ahol R az univerzális gázállandó). A gázon az ábra szerinti körfolyamatot hajtjuk végre.



a) Hány mól gáz van a tartályban? (0,5)

$$P_0 V_0 = n R T_0 \Rightarrow \boxed{n = \frac{P_0 V_0}{R T_0}}$$

b) Fejezze ki T_0 –al az 1 és 2 állapotokhoz tartozó T_1 , T_2 hőmérsékleteket! (0,5)

0→1 izochor

$$\frac{P_0}{T_0} = \frac{P_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = \frac{P_1}{P_0} T_0 = \frac{2P_0}{P_0} \cdot T_0 = \boxed{2T_0}$$

2→0 izobár

$$\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_0}{T_0} \quad T_2 = \frac{V_2}{V_0} \cdot T_0 = \frac{2V_0}{V_0} T_0 = \boxed{2T_0}$$

b) Fejezze ki P_0, V_0 paraméterekkel a gáz által végzett munkát az egyes folyamatok során! (1,5)

Izochor: $\boxed{W_{0\to1} = 0}$

$W_{1\to2}$: $2P_0$, P_0, V_0 $\quad W_{1\to2} = \frac{P_0 + 2P_0}{2} \cdot V_0 = \boxed{\frac{3}{2} P_0 V_0}$

Izobár $\quad W_{2\to0} = P \cdot \Delta V = P_0 \cdot (V_0 - 2V_0) = \boxed{-P_0 V_0}$

c) Fejezze ki P_0, V_0 paraméterekkel a gáz által felvett hőt az egyes folyamatok során! (1,5)

$$\Delta E_{b\,0\to1} = C_V \cdot n \Delta T = \frac{3}{2} R \frac{P_0 V_0}{R T_0} (2T_0 - T_0) = \frac{3}{2} P_0 V_0 \qquad Q_{0\to1} = \Delta E_{b01} + W_{gáz01} = \frac{3}{2} P_0 V_0 + 0 = \boxed{\frac{3}{2} P_0 V_0}$$

$$\Delta E_{b\,1\to2} = 0 \text{ mert } \Delta T = 0 \qquad Q^{*}_{1\to2} = \Delta E_{b12} + W_{gáz12} = 0 + \frac{3}{2} P_0 V_0 = \boxed{\frac{3}{2} P_0 V_0}$$

$$\Delta E_{b\,2\to0} = C_V \cdot n \Delta T = \frac{3}{2} R \cdot \frac{P_0 V_0}{R T_0} (T_0 - 2T_0) = -\frac{3}{2} P_0 V_0 \qquad Q_{2\to3} = \Delta E_{b20} + W_{gáz20} = -\frac{3}{2} P_0 V_0 - P_0 V_0 = \boxed{-\frac{5}{2} P_0 V_0}$$

d) Határozza meg a körfolyamatnak, mint hőerőgépnek a hatásfokát! (1)

$$\eta = \frac{\sum W_{gáz}}{\sum Q_{fel}^{*}} = \frac{W_{gáz01} + W_{gáz12} + W_{gáz20}}{Q_{01} + Q_{12}} = \frac{0 + \frac{3}{2} P_0 V_0 - P_0 V_0}{\frac{3}{2} P_0 V_0 + \frac{3}{2} P_0 V_0} =$$

$$\eta = \frac{\frac{3}{2} - 1}{\frac{3}{2} + \frac{3}{2}} = \frac{1}{6} \; *$$

* Valójában az 1→2 folyamat egy részén hőfelvétel, másik részén hőleadás történik. $\sum Q_{fel}$ tehát a fent számított értéknél nagyobb, a hatásfok pedig $\eta < \frac{1}{6}$

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika1 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

---

1. A testek mozgásállapot változtató hatás ellenében tanúsított ellenállását a (tehetetlen) tömeg...... nevű fizikai mennyiséggel jellemezzük.

2. Rugalmatlan ütközés előtt a testek mechanikai energiáinak összege mindig ......nagyobb............. mint ütközés után.

3. Inerciarendszerekben igaz a ......tehetetlenség...................... törvénye.

4. Egy hullámvasút egy függőleges síkú hurok legfelső pontján mozog, az utasok mégsem esnek ki. Ekkor a jármű ......centripetális.................. gyorsulása nagyobb, mint ......g.......

5. Tömegpontrendszer teljes impulzusa megmarad, ha a tömegpontrendszerre ható külső erők eredője nulla......................................

6. ......Centrális.......... erőtérben mozgó tömegpontra ható erő mindig párhuzamos egy adott vonatkoztatási pontból a tömegponthoz húzott sugárral.

7. Kepler III. törvénye értelmében a bolygópályák nagytengelyeinek ......köbei............ úgy aránylanak egymáshoz, mint a keringési idők ......négyzetei......

8. Hőtágulás következtében egy forgó test minden mérete arányosan megnő γ-szorosára. A tehetetlenségi nyomatéka ekkor ....γ^2............ szorosára nő.

9. A munkatétel értelmében a testre ható erők munkája egyenlő a test ......kinetikus energiájának megváltozásával..............

10. A mindkét végén nyitott síp alapharmonikusának, mint állóhullámnak a csomópontja a síp ......közepén........ található.

11. Mechanikus hullámokat terjesztő közeg minden egyes pontja ....rezgő.........................mozgást végez.

12. ......Izochor.................. folyamatokban a gáz nyomása egyenesen arányos a hőmérséklettel.

13. Izochor folyamat esetén a ......gáz belső energiájának megváltozása...... megegyezik a gázzal közölt hőmennyiséggel.

14. A ......termodinamika II. főtételének...... értelmében nem konstruálható olyan hőerőgép, mely a befektetett hőt teljes egészében mechanikai munkává tudná alakítani.

15. Az ......intenzív...................... állapotjellemzők kölcsönhatás során kiegyenlítődnek.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk. Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Szövegesen fogalmazza meg (0,5p) és matematikai alakban (0,5p) írja le a kölcsönhatási axiómát! Írja fel egy tömegpontrendszer m_i tömegpontjának mozgásegyenletét! (1p) Ezt követően – alkalmazva a kölcsönhatási axiómát – milyen fontos állítás fogalmazható meg a tömegpontrendszer mozgására vonatkozóan? (1)

Két tömegpont kölcsönhatása során fellépő erők ugyanakkora nagyságúak, de ellentétes irányúak. $1 \; \vec F_{12} \; \vec F_{21} \; 2$ $\quad \vec F_{12} = -\vec F_{21}$

F_{Ki}: i-edik tömegpontra ható külső erők eredője

F_{ij}: i és j tömegpontok közti kölcsönhatás

i-edik tömegpont mozgásegyenlete: $\vec F_{Ki} + \sum_j \vec F_{ij} = m_i \vec a_i$

Mozgásegyenletek összege: $\sum_i \vec F_{Ki} + \sum_i \sum_j \vec F_{ij} = \sum_i m_i \vec a_i = M \cdot \frac{\sum m_i \vec a_i}{M} = M a_{TKP}$

Tömegközéppont gyorsulása

Össztömeg: $M = \sum m_i$

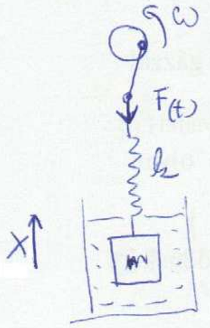
Mivel $\sum_i \sum_j \vec F_{ij} = 0$ a kölcsönhatási axióma miatt, ezért a pontrendszer TKP-jának gyorsulását a külső erők eredője határozza meg: $\sum_i \vec F_{Ki} = M \vec a_{TKP}$

2. Hogyan nevezzük azokat az erőtereket, amelyek munkavégzése független a pálya alakjától (úttól)? (1p) Írjon két példát! (1p) Milyen fontos tétel mondható ki az ilyen erőterekkel kapcsolatban? (1p)

→ Konzervatív erőtérnek nevezzük. pl: - Gravitációs erőtér
- Rugóerő

→ A mechanikai energia megmaradás törvénye: (Konzervatív erőtérben mozgó testek kinetikus és potenciális energiáinak összege állandó)

3. Írja fel a gerjesztett rezgés mozgásegyenletét! (Nevezze meg a fizikai mennyiségeket!) (1p) A tranziensek lecsillapodása után milyen a kitérés időbeli változása egy rögzített gerjesztő frekvencia mellett? (1p) Vázolja a rezonanciagörbét! (1p)



$$\ddot x_{(t)} + 2\beta \dot x_{(t)} + \omega_0^2 x_{(t)} = \frac{F_0}{m} \cdot \sin(\omega t)$$

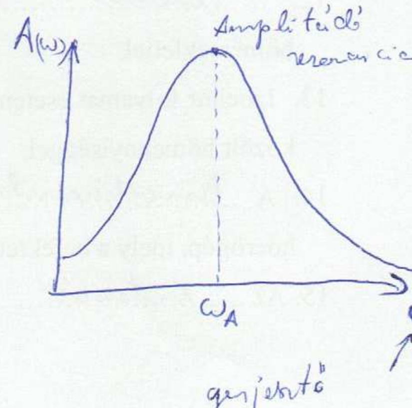
β: csillapítási tényező

ω_0 sajátfrekvencia: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$F_{(t)} = F_0 \sin(\omega t)$: gerjesztő erő

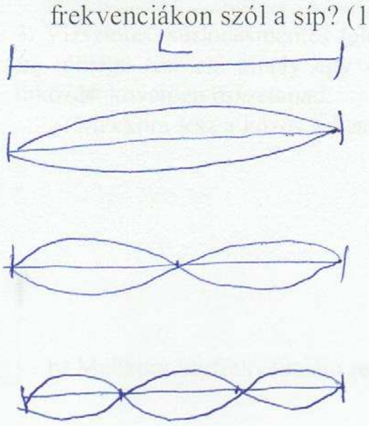
Kitérés-idő függvény:

$x_{(t)} = A_{(\omega)} \sin(\omega t)$



$\omega_A = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$

4. Tárgyalja – matematikai összefüggések és ábrák segítségével –, hogy az L hosszúságú mindkét végén befogott húron (1p), illetve L hosszúságú az egyik végén zárt, másik végén nyitott sípban (1p) milyen hullámhosszúságú állóhullámok jelennek meg. A hang terjedési sebessége c. Mekkora frekvenciákon szól a síp? (1p)



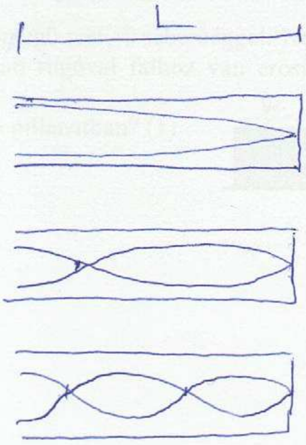
$\lambda_0 = 2L$

$\lambda_1 = L$

$\lambda_2 = \frac{2}{3}L$

$\vdots$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n+1}$$



$\lambda_0 = 4L$

$\lambda_1 = \frac{4}{3}L$

$\lambda_2 = \frac{4}{5}L$

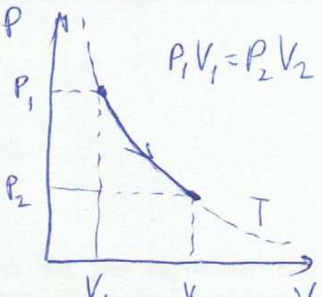
$\vdots$

$$\lambda_n = \frac{4L}{2n+1}$$

$$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{c}{4L}\cdot(2n+1) = f_0(2n+1)$$

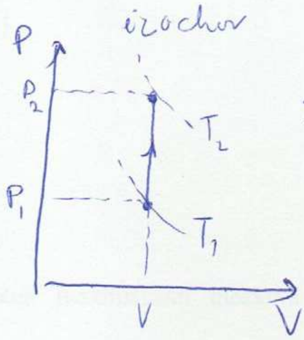
5. A p-V síkon ábrázolja az izoterm, izochor, izobár és adiabatikus folyamatokat. (2) Adja meg az állapotváltozók közt fennálló összefüggéseket a megadott folyamatok esetén! (1)

izoterm



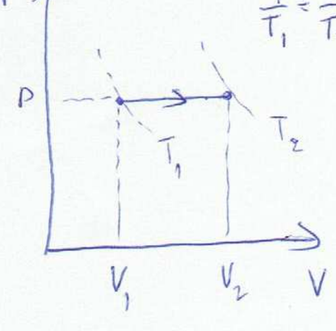
$p_1V_1 = p_2V_2$

izochor



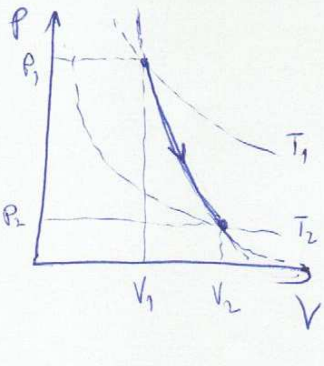
$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$

izobár



$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

adiabatikus



$p_1V_1^{\kappa} = p_2V_2^{\kappa}$