

# Haladó problémamegoldó szeminárium 1.

## 1. feladatsor

Beküldési határidő: 2020. szeptember 15., kedd 24:00

*Beküldendő legalább két feladat teljes megoldása (diskussziókkal, általánosításokkal), vagy legalább három feladat lényegében teljes megoldása.*

*Formátum: egyetlen .pdf fájl (szkennerrel vagy applikációval, megfelelően beforgatva, a méret a lap méretéhez igazítva, lehetőleg 5MB méret alatt).*

1. Három katicabogár egy  $a$  oldalhosszúságú szabályos háromszög három csúcspontjában áll. Egy adott pillanatban egyszerre elindulnak, egyforma és állandó sebességgel haladnak, folyamatosan mindig az egyik szomszédjuk (pillanatnyi) irányába. (Az első a második felé, a második a harmadik felé, a harmadik az első felé.)

Mekkora út megtétele után találkoznak? (*Segítség:* vektorok.)

Írja fel a katicák pályájának egyenletét! (Ehhez érdemes polárkoordinátákat használni.)

Mozgásuk során a katicák hányszor járják körbe a háromszög középpontját? (Diszkutálja *fizikus szemmel* a matematikai megoldást!)

2. A szökevények hajója az egyenes tengerpart egy pontjáról a partra merőleges irányban indul el, és egyenes vonalban, állandó sebességgel halad. Ugyanebben a pillanatban elindul az üldözők hajója is, szintén a partról, a szökevények hajójától  $d$  távolságban. Ez a hajó is egyenes sebességgel halad, de mindig a szökevények hajójának (pillanatnyi) irányába. Végül a parttól éppen  $d$  távolságra éri utol a szökevények hajóját.

Mekkora a két hajó sebességének aránya? (Miről nevezetes ez a szám?)

3. Egy súlylökő  $h$  magasságból  $v_0$  kezdősebességgel dobja el a golyót. (Bár valószínűleg nem igaz, tegyük fel, hogy az ellökés sebessége független az ellökés irányától. A súlylökés talán az egyetlen sport, ahol a légellenállás jó közelítéssel elhanyagolható.)

Legfeljebb milyen messze tudja eldobni a golyót? Ehhez milyen szögben kell indítania? Próbáljon meg „elemi” (differenciálszámítás nélküli) megoldást találni!

4. Határozza meg egy  $a$  és  $b$  féltengelyű ellipszis görbületi sugarát a tengelyek végpontjainál *fizikai megfontolásokkal!*

Több, különböző fizikai megfontolással is eljuthat a helyes eredményhez.

5. Egy tájfutó (tájékozódási futó) a jól futható rét egy adott pontjáról szeretne a lehető legrövidebb idő alatt eljutni a nehezen futható erdő egy adott pontjába. A rét és az erdő határa egy egyenes vonal. A futó sebessége a réten  $v_1$ , az erdőben  $v_2$ .

Milyen pályán fusson? Oldja meg a feladatot szélsőérték-számítással és optikai analógia segítségével is!