

A kinetikus gázelmelet alapjai; a nyomás, a hőmérséklet és a belső energia kinetikus eltelmezése

Feltevések: a nézőcskek és gömbök

$d \ll l$ \rightarrow szabad ütközések: bőt ütközés bőt megfertőít

- minden ütközés többletesen sugáras
 - a részecskék mozgásának nincs kitüntetett országa

Leibniz: * hat damals nichts für die Freiheit gehalten

N: helipextor (3D - hel van)

V: sebességvetor (3D - hár. megy)

* elemi ténfogatot vizsgálunk

$$[x, x+dx] \quad [v_x, v_x+dv_x]$$

$$[y, y+\alpha y] \quad [v_y, v_y + \alpha v_y]$$

$$[z, z+dz] \quad [V_z, V_z + dV_z]$$

$$\frac{dN}{N} = f(x, y, t) \underbrace{dx dy dz \cdot dx \cdot dy \cdot dz}_{dt \text{ elemi fizikai legyen}}$$

↓
elemi hifogatás

dt elemi fizikai legyen

sűrűgörgőgyűjtyő: a rendszere jellemző információs
rendszerben

$$\int f(x, y, t) dt = 1$$

tejres
térfigat

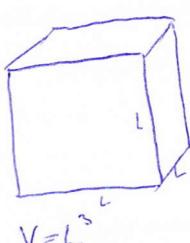
- segítségével adott fizikai mennyiségek
várhatalmait (áttagástékét):

$$\bar{q} = \int q(x, u, t) f(x, u, t) dt$$

teljes
télogatás

idefixgitter

A nyelvű körzetekkel összefüggő értelmezések



$$\frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{2m_e \cdot k \cdot V_0}{d}$$

az tömegű részletek ütközete segítséssel a kocka feloldal
At völgyét

$$\Delta t = \frac{2L}{V_x} \quad ; \quad V = (V_x, V_y, V_z)$$

Δt V_x impulzusátadás a fárahe → egy részecskéből pármazó erő $- \Delta p = m V^2$

$$\Delta p_x = 2m_0 \cdot v_x$$

$$F \approx \frac{\Delta p_x}{\Delta t} = \frac{m_0 V_x^2}{L}$$

a felra hato összes eső

$$F = \frac{N \cdot m_0 \cdot \overline{v_x^2}}{l}$$

az összes rekeszhe
rebeszégek
átírása

A falra ható teljes erőből származó nyomás:

$$P = \frac{F}{L^2} = N \cdot \frac{\mu_0 \bar{V}^2}{L^3}$$

a sebességek névvel kifejtett összeg

$$|\bar{V}|^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2 \quad (\text{Pitagorasz-tétel})$$

$$\bar{V}_x^2 = \frac{1}{3} \bar{V}^2$$

a falra ható ~~nyomás~~ nyomás:

$$P = \frac{N \mu_0 \bar{V}^2}{3 L^3}$$

mérhető
nyomás

mikroskopikus lencsés

$$\bar{E}_m = \frac{1}{2} \mu_0 \bar{V}^2$$

a részecskék átlagos
mozgási energiája

$$P = \frac{1}{3} \cdot n_r \cdot \mu_0 \cdot \bar{V}^2$$

$$P = \frac{2}{3} \cdot n_r \cdot \bar{E}_m$$

$$\frac{N}{L^3} = n_r = \frac{N}{V}$$

$$[n_r] = \frac{db}{m^3}$$

részecskedűmény

Gázkeverék esetén (m_1, m_2, \dots tömegű részecskék):

$$P = \sum p_i = \frac{2}{3} \sum n_{V_i} \cdot \bar{E}_{m_i}$$

percidelis gáznyomás

(Dalton)

A hőmérséklet kinetikus értelmezése

femomenológia: $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ $R = 8,1314 \frac{J}{mol \cdot K}$

egysített gáztörzsy

$$\left. \begin{aligned} P \cdot V &= N \cdot k_B \cdot T \\ V \cdot P &= \frac{N}{3} \mu_0 \bar{V}^2 \end{aligned} \right\} \quad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} \quad (\text{Boltzmann-állandó})$$

$$\rightarrow k_B T = \frac{2}{3} \bar{E}_m \rightarrow \text{a hőmérséklet kinetikus}\newline \bar{E}_m = \frac{3}{2} k_B T \quad \text{értelmezése}$$

elvártékvétele:

$f = 3$: szabadságfok : az energia kifejezésében szereplő
nagyobb tagok száma

az egy szabadsági fokra jutó átlagos energia:

$$\frac{1}{2} k_B T$$

1.

Elvártlás tétel - megjegyzések

- csak magas hőmérsékleten fog (a szabadság foka kifagyott)
- az energia együttható összlik el a szabadság foka hőt

egyatomos gáz:

$f = 3$, csak transzlač

kétatomos gáz:

$f = 3+2$, transzlač és forgás (2 tengely körül)

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{tr}} + \frac{1}{2} \Theta_1 m_1^2 + \frac{1}{2} \Theta_2 m_2^2$$

kétatomos gáz:

$f = 3+2+2$, transzlač, forgás, rezgés

$$E_{\text{rezg}} = \frac{1}{2} \bar{P} \bar{x}^2 + \frac{1}{2} \bar{m} \bar{v}^2$$

neu a transzlačis részéig

A belső energia kinetikus általánossága

belső energia: ideális gában a tömegpontok összeenergiája

$$U = N \cdot \bar{E}_{\text{kin}} = N \cdot \frac{1}{2} \cdot k_B \cdot T$$

ideális gában a belső energia csak a hőmérséklettől függ

Fajhőlépcse:

$$C_v \triangleq \frac{dU}{dT} \quad C - \text{molekül}$$

fajhő

állandó térfogatú vett működ:

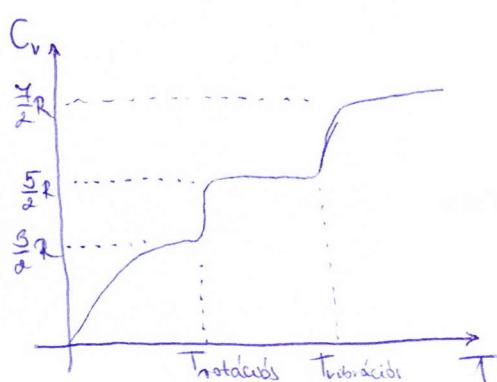
$$C_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

ideális gárai:

$$pV = nRT = N \cdot k_B T$$

$$C_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{2} \cdot R$$

$$U = \underbrace{\frac{1}{2} N k_B T}_N$$



Változó gázok állapotágiaként is belső energiája
Transzportfolyamatok gázkörben

Reális gázok, a van der Waals-modell

- az ideális gáz modelljének begrátlása parancsban
- a részecskék közötti kölcsönhatás van
- motívum: $P = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$ (az ideális gáz modellje)
- rendelkezésre álló térfogat: $V \rightarrow V - nb$ - kizárt térfogat (empirikus paraméter)
- a részecskék közötti kölcsönhatás van



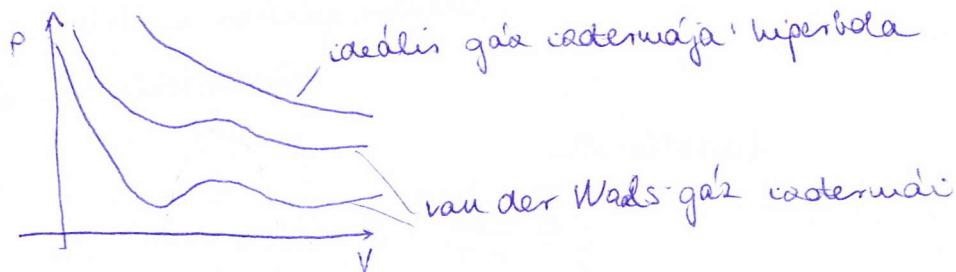
- nyomás: vonás kölcsönhatás → csökkenő a nyomás
kötélezés nyomás

$$P = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

a, b empirikus faktor

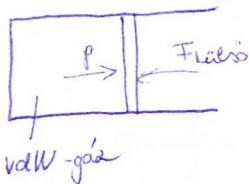
$$\left(\frac{n}{V}\right)^2 = \left(\frac{N}{V}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{N_A}\right)^2 = n_i^2 \left(\frac{1}{N_A}\right)^2$$

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right) (V - nb) = n \cdot R \cdot T$$



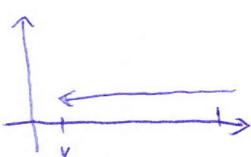
Reális gázok belső energia

- a belső energia függ a térfogattól is



$$U_{vdW}(V) - U_{vdW}(V=\infty) = \int_{V=\infty}^V dW = \int_{V=\infty}^V F ds$$

munkatétel



$$dW = F_{\text{rias}} \cdot ds = p \cdot A \cdot ds = -pdV$$

$$dW = -pdV$$

összengedés → pozitív munkát végezhet

$$dV < 0 \quad dW > 0$$

ha a gáz többlet → a külső munka negatív

$$dV > 0 \quad dW < 0$$

A hőleírás nyomás munkavégzése

$$p_{\text{tot}} = -\frac{an^2}{V^2} < 0$$

$$U(V) - U(V=\infty) = - \int_{V=\infty}^V p_{\text{tot}}(V') dV' = \int_{\infty}^V \frac{an^2}{V^2} dV' = -an^2 \left[\frac{1}{V'} \right]_{\infty}^V = -\frac{an^2}{V}$$

$$U_{\text{vdW}}(V) = U_0 - \frac{an^2}{V} = \frac{f}{2} N_A T - \frac{an^2}{V}$$

a van der Waals-gáz teljes belső energiaja

$$\text{tehát } U_{\text{vdW}} = U(V, T)$$

esztéz lezé fentos

$$C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_{V \ll r \text{ állandó}}$$

Transzportfolyamatok gázokban

- ha a fizikai mennyiségek nem egyenletes a térfelv elosztása, (inhomogén) \downarrow
a gradiensek nem 0

akkor áramlással alakulnak ki, áramok lesznek

töltés → ámpag → hő

különböző koncentráció → diffúzió
különböző elektromos pot. → töltéssármű
különböző hőmérséklet → hőáram, kövezetés

- legáltalánosabb leírás: Boltzmann-egyenlet
Az $f(x, v, t)$ nüansszagfüggvényt vizsgálja

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{erős}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{diffúzió}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{ütözőkből}}$$

általános megoldára
csak speciális esetben
ismert

Itt csak diffúziós és ütözői tag, utóbbit szabadidősz - közöttükben
visszalép

A részecské mozgása

- két részecské ütközik, ha két részecské töképének találkozása
kezdő, mint egy részecské átmérője
- súlyos mozgás, minthogy a sugari csökken mozgna
- a kicsi részecské teljesít:

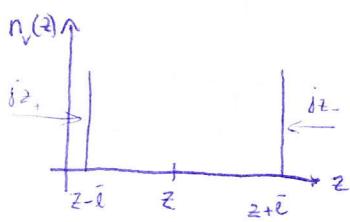
$$dV = \bar{v} \cdot d^2 \Pi dt \triangleq \bar{E} \bar{v} dt \quad \bar{E} \text{ hatalákeresztesetet} \\ \bar{E} = \bar{v} dt \rightarrow dV = \bar{E} \cdot \bar{E} = \frac{V}{N} = \frac{1}{N_V} \text{ egy részecskére jutó tel fogat}$$

pl: gázokban

$$\frac{V}{N} = \frac{k_B T}{P} \rightarrow \bar{E} = \frac{k_B T}{P \cdot E}$$

laposlat matr - ch
mikromechanikai módt

Difuzió a szabadűkhöz - közelítésben



$n_v(z)$: részcsebdrám - mennyiség

$j_{z+/-}$: balról és jobbról jövő részcsebdrám - mennyiség
difuziós részcsebdrámlás

$$j_z^{\text{diff}} = j_{z+} - j_{z-} \quad \text{általában tudja:}$$

$$\dot{f} = \frac{1}{4} n_v \bar{v}$$

$$j_z^{\text{diff}} = \frac{1}{4} \bar{v} (n_v(z-\bar{t}) - n_v(z+\bar{t}))$$

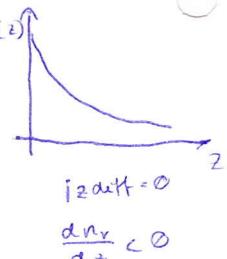
szabadűkhöz - közelítés: $n_v(z-\bar{t}) = n_v(z) - \bar{t} \frac{dn_v}{dz} + \dots$

$$n_v(z+\bar{t}) = n_v(z) + \bar{t} \frac{dn_v}{dz} + \dots$$

$$j_z^{\text{diff}} = \frac{1}{2} \bar{t} \cdot \bar{v} \cdot \frac{dn_v}{dz}$$

megjegyzés: $\bar{t} \cdot \frac{dn_v}{dz} \approx \Delta n_v$

előjel: -



3D-ben: $j^{\text{diff}} = -\frac{1}{2} \bar{t} \bar{v} \nabla n_v$ új fizikai mennyiség:

$$j^{\text{diff}} = -D \nabla n_v$$

$$D = \frac{1}{2} \bar{t} \bar{v}$$

difuziós állandó

- a prefaktor pontos értéke a dimenziótól függ

- általában D függ: p, T, m

$$D = \frac{1}{4} \frac{k_B T}{m}$$

- pl: uradulás: $^{235}_{U} \rightarrow ^{238}_{U}$

D -ben 0,63% különbség

Hővezetés:

$$\bar{E} = \frac{f}{2} k_B T$$

$$j_z^{\text{hő}} = f \cdot \frac{dE}{dz}$$

$$j_z^{\text{hő}} = \frac{f k_B}{8} n_v \bar{v} (T_+ - T_-) \quad \left[j_z^{\text{hő}} \right] = \frac{J}{m^2 s}$$

innen: $j_z^{\text{hő}} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dz}$ λ hővezetési együttható

3D-ben $j_z^{\text{hő}} = -\lambda \nabla T$

$$\lambda = \frac{4 k_B}{8} n_v \bar{v}$$

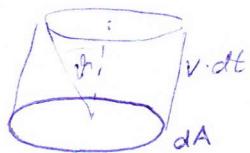
Fourier-törvény

2. Réseckelődő - sűrűség

$f(v)$: a sebesség sűrűségsűrűsége

$$dN_v = N \cdot f(v) dv \quad \text{azon részecskék száma, melyeket} \\ [v, v+dv] \text{ intervallumban van} \\ \text{a sebesség}$$

$$\frac{dN}{dV, r, \vartheta, \varphi} = dN_v \cdot \frac{d\Omega_{\vartheta, \varphi}}{4\pi} \cdot \frac{dV}{V}$$



azon részecskék száma, melyek dV -ben vanak, v sebességgel, ϑ, φ írdiagonális marognak ($d\Omega$ elemi térfogatban van)

Hány részecské érkezik az idő alatt a dA felületre?

gyakorlat

Azok fogalmak beérkeznek, melyek a megadott térfogatban vanak, és jó válasz marognak

$$dV = v dt \cdot \cos\varphi \cdot dA$$

$$dN_{dA, dt} = \int dN_{dV, r, \vartheta, \varphi} = \int \frac{N}{V} v f(v) dv \frac{1}{4\pi} \int_{\vartheta=0}^{\pi} \sin\vartheta \cos\varphi d\varphi \int_{\varphi=0}^{2\pi} d\varphi dt \cdot dA =$$

felületen
és minden lehetséges
sebességre

$$= dA \cdot dt \cdot \frac{1}{4} N_v \cdot \bar{V}$$

Beweisjele: j : részecskelődő - sűrűség

egysígyi idő alatt egysígyi

~~térfogaton~~ átárulás részecskék száma
felületen

$$dN_{dA, dt} = j \cdot dA \cdot dt$$

$$j = \frac{1}{4} N_v \cdot \bar{V} \quad \left[[ij] = \frac{1}{m^3} \right] \cdot \frac{1}{m^2 s} \cdot \frac{m}{s}$$

6,5

3.

A hőmérséklet fogalma, gáz hőmérséklet.

A barometrikus magasságformula

Euphoriás hőmérséklet

- hőmérséklet: hőtérhápi fogalom
hőmérséklet \neq hőmérsékely

pl: láng melegít, mint várdaab
a várdaab jobban elforralja a vizet

• tapasztalatok:

- adott hőmérsékletben a testek hőmérsékletei dőlnek
- az érintéső testek hőmérsékletei azonos lesz
- a testek fizikai tulajdonsága (torsz, simúság, halmazállapot, stb.) függ a hőmérséklettől

• a termikus egységek transzitív

$$\text{Ha } [A] \leftrightarrow [B] \text{ és } [B] \leftrightarrow [C] \text{ akkor } [A] \leftrightarrow [C]$$

termikus	termikus	termikus egységek
egységek	egységek	

Evet meg lehet adni egy empirikus hőmérsékletskálát

pl: Celsius - skála:

- higany torsza
- kinedis időtörlőny
- visz. és gör. hőszabályosságok
- jeg 1/100 része
- olvadó vis-jég keverék
- addt nyomás

• a hőmérséklettelőbb kell:

- mérendő tulajdonság
- időtörlőny
- egység
- nullpunkt

• Celsius - skála:

$x(t)$ higany torsza addt hőmérsékletek

$$t(^{\circ}\text{C}) = \frac{x(t) - x_0}{x_f - x_0} \cdot 100$$

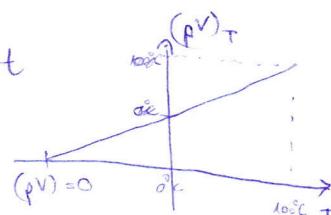
 x_0 : higany torsza 0°C -on x_f : higany torsza 100°C -on

ideális gáz hőmérsékleti skála

$$pV = nRT \text{ (egységteljes gáztörvény)}$$

pV : mérendő mennyiség, melyről $(pV)_f - t$ és $(pV)_0 - t$

$$\alpha = \frac{(pV)_f - (pV)_0}{n \cdot 100} \text{ mértékskála}$$



a skála nullpunktja:

$$T_0 = \frac{(pV)_0}{nR} = \frac{100(pV)_0}{(pV)_f - (pV)_0} \text{ extrapolációs}$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K} = 0^{\circ}\text{C}$$

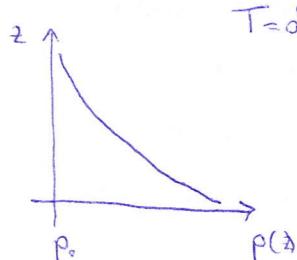
$$T(\text{K}) = F(^{\circ}\text{C}) + 273,15 \text{ K}$$

4.

Idealis gázhőmérsékleti szabály - megjegyzés:

- az ideális gáztörvény csal legkorábban is szokhatókéntet törül jó közelítés
- 0K nem érhető el

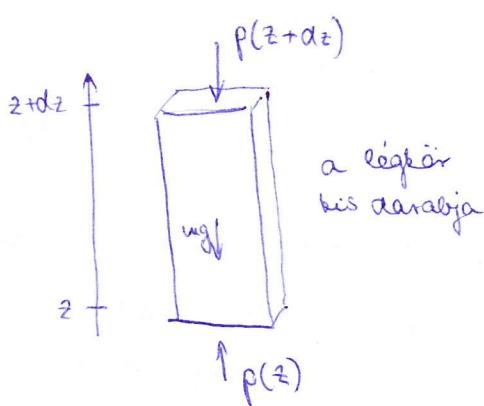
Barometrikus magasságformula:



$T = \text{all}$, z a tengerrént feletti magasság, g állendő

$$p(z) = ?$$

nyomás nagysága z magassában



megoldásfelvetel: erők egyensúlya

$$m = f \cdot A \cdot dz$$

$$p(z+dz) \cdot A - p(z) \cdot A + f g A dz = 0$$

$$p(z+dz) = p(z) + \frac{d(p(z))}{dz} \cdot dz + \underbrace{\sigma}_{\text{elhanyagolni}}(dz^2)$$

$$\frac{d p(z)}{dz} \cdot dz \cdot A = -f \cdot g \cdot A \cdot dz$$

$$\frac{d p(z)}{dz} = -f(z) \cdot g \quad g = \frac{m}{V} = \frac{n_m u_0}{V} = n_v u_0$$

$$p = n_v k_B T$$

$$n_v = \frac{p}{k_B T}$$

$$n \cdot v = g$$

u_0 : egy részecské
tömege

$$\frac{dp(z)}{dz} = -\frac{u_0 g \cdot f}{k_B T}$$

Termodynamikai állapotjellemzés, kölcsönhatás és állapotjellemzők. Belső energia, kö, a hőtan I. főtétele

Leíró hőtan:

• fizikai mennyiségek:

- extenzív: V, n, N, S
- a rendszer méretétől függ
- alrendszerekre additív

- intenzív: p, μ, T
- a rendszer méretétől független
- alrendszerekben azonos különböző rendszerek kölcsönhatásaihoz kötődik

állapotjelző: az egységesített jellemző fizikai mennyiségek

- egysély: a rendszerei jellemző fizikai mennyiségek töbörben és csökkenőben alkalmazkodnak

O. főtétel: a rendszer magára kagyva elérni az egysélyt

- kölcsönhatás: az intenzív mennyiség (termodynamikai erő) különbözősége hatja az extenzív mennyiségek megváltozását

kölcsönhatás	intenzív	extenzív	megfelelés
mechanikai	p nyomás	V térfogat	mérevelhető
termikus	T hőmérséklet	S entropia	közvetítő fel
anyagi	μ kémiai potenciál	n anyagmenny.	anyagáramlatnak megfelelő fel
elektrostatikus	φ elektromos potenciál	q töltés	elektromosan megtelő fel
elektromos dipól - kölcsönhatás	E elektromos tér	p dipolmomentum $p = q \cdot d$	
mágneses	B mágneses induktio	m mágneses dipolmomentum	mágnesesen átvitt fel

• fogalmak:

zárt rendszer: minden kölcsönhatás a hőmagassággal

folyamat: állapotjelzők megváltozása

közvetítések } kváziostatikus folyamat: lassú folyamat, mely
tökéletes, egyenletes
egysélyi állapotokhoz tervezetű zálik
egysélyi folyamat: a hőmagasságot megfordítva
reverzibilis folyamat: a hőmagasságot megfordítva
a rendszer a keindulási állapotra
jut vissza

- állapotjelző - álltás: akár fejtő kölcsönhatásban van részt a rendszer, amelyről 2 db állapotjelzője lehet

tapasztalat: → nem kell ennyi állapotjelző

→ elég ismerni az egyik darab extenzív állapotjelzőt; akár kölcsönhatásban van részt a rendszer, plusz a rendszer egy darab intenzív paraméterrel

tulhatározott rendszer: több paraméter van, mint szükséges

lesznek összefüggések az állapotjelzők között
összefüggések:

$$f(p, V, T, S, \mu, n, \dots) = 0 \quad \begin{array}{l} \text{pl. ideális gázra} \\ \text{helyesek} \end{array}$$

$$pV - nRT = 0$$

A hőtan első főtétele

tapasztalat: a mechanikai munka tövénél alacsony energianegevendő tétele: I. főtétel

Tanul: kvantitatív körüllet

- a mechanikai munka megváltoztatja a testek termikus állapotát
- a rendszer két állapota között átmennősz működő igényelni mechanikai munkát kell végezni

$$W = \Delta E_{\text{mech}} = \int \underline{F} \cdot d\underline{r}$$

$$E_{\text{mech}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$$

mechanikai analógiá
alapján defináltak
belő energiá

(állapotjelző, termodynamikai
potenciál)

$$\Delta U_{AB} = \int_A^B \underline{F}_{\text{pot}} \cdot d\underline{r} = U_B - U_A \quad (\text{függelék})$$

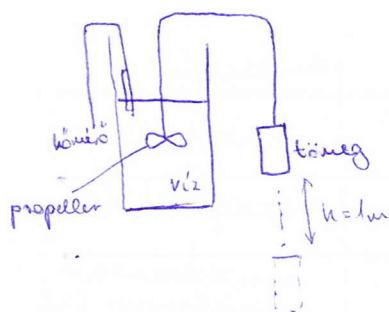
$$\Delta U_{AB} = W_{A \rightarrow B}^{\text{adiabatikus}} \quad (\text{nincs hőátadás})$$

a mechanikai munkavégzés
a belő energiát változtatja meg

- belső energia tulajdonságai:

-extenzív jellegű

$$-U = U(T, p, \mu) \quad \text{vagy} \quad U = (p, V, n)$$



$$\text{pl: } m = 1 \text{ kg}$$

$$W_{\text{mech}} = \Delta E_{\text{pot}} \approx 10^7 \quad \left. \begin{array}{l} \Delta T = 2 \text{ mK} \\ ? \end{array} \right\} \text{velük kinutatni}$$

$$\text{Működés } c_{\text{vibz}} = 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$$

- tapasztalat: a testek belső energiáját kötőzéssel is megháltozhatjuk

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A = W + Q \quad (\text{W és Q előjel megfordítás!})$$

rendszeren
 végezett munka

rendszertől kizárt hő
 munka

1. főtétele: energiaegyenlőségszerűség a hőtani folyamatokra

véges folyamatokra:

$$\Delta U = W + Q$$

elemi folyamatokra:

$$dU = \delta W + \delta Q$$

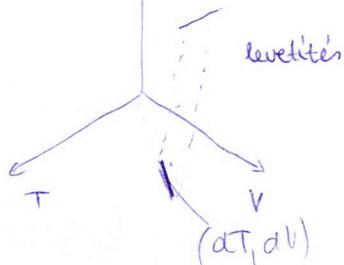
dU : U teljes differenciálja
(ütfüggetlen)

$\delta W, \delta Q$: elemi munka és hő
(ütfüggő)

- a belső energia teljes differenciálja

$$U = U(T, V) \quad U: T \text{ és } V \text{ terén értelmezett skalár-függvény$$

$$dU = \sum U \cdot (dT, dV)$$



$$\sum U = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V, \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

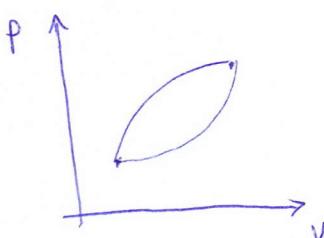
pl:

munka végezés és a hőtől hő ütfüggő

$$dU = \delta W + \delta Q$$

$$\delta Q = dU - dW = \delta W^{\text{ad}} - dW$$

a hőtől hő munkavégzésekkel
megkapható



A általánosított munka, hő és páratlan, fejleszt.
Entalpia, ideális gáz belső energiaja és az entalpia

Munkavégzés feladatai

- mechanikai (egyzerű)



$d\vec{s}$ elemi elmozdulásvektor (a rendszer szempontjából: henger + dugattyú)

$$|F_L| = p \cdot A \quad \delta W = F_L \cdot d\vec{s} = -p \cdot A \cdot d\vec{s} = -pdV$$

ha a gáz |tágul|, a munka |negatív
összenyomás| |pozitív

$$dV > 0 \rightarrow \delta W < 0$$

$$dV < 0 \rightarrow \delta W > 0$$

- elektrosztatikus tér munkája

$$\delta W = q \cdot dq \leftarrow \begin{array}{l} \text{potenciál} \\ \text{elemi töltésváltás} \end{array}$$

- anyagi:

$$\delta W = \mu \cdot dn \leftarrow \begin{array}{l} \text{kinai potenciál} \\ \text{kinai potenciál} \end{array}$$

- általánosan

$$\delta W = x_i \cdot d\xi_i \leftarrow \begin{array}{l} \text{intensív} \\ \text{extensív mennyiségek} \end{array}$$

többfajta munka

$$\delta W = \sum_i x_i \delta \xi_i$$

általánosított munka

i. kötetel általános munkával:

$$dU = \sum_{i=1}^N x_i d\xi_i + \delta Q$$

$\underbrace{\delta W}_{\delta U}$

- mechanikai (általános)



dA elemi felületterület
 $d\vec{s}$ elemi elmozdulás

elemi munkavégzés elemi felületterületre

$$dF_L \cdot d\vec{s} = -p \cdot dA \cdot ds \quad dA = |dA|$$

$$\delta W = \oint_A dF_L \cdot d\vec{s} = -p \oint_A dA \cdot ds = -p \oint_A dA \cdot ds$$

véges térfogat változása

$$W_{A \rightarrow B} = - \int_A^B p(V) dV \leftarrow \text{függő}$$

Tápasztalati hő

- tápasztalat szerint a hőzött hő arányos a hőmérséklet megváltozával

$$\delta Q = K \cdot \delta T$$

K: hőkapacitás

$$K = c \cdot m = C \cdot n$$

\uparrow \uparrow
folyék. molek.

$$K = \frac{\delta Q}{\delta T}$$

$$c = \frac{1}{m} \cdot \frac{\delta Q}{\delta T}$$

$$C = \frac{1}{n} \frac{\delta Q}{\delta T}$$

K, C, c függetlenfüggvények

- a másik hét speciális esete.

1. V=állandó

$$dU = \delta W + \delta Q, \delta W = -pdV \Rightarrow \delta W = 0$$

$$dU = \delta Q \triangleq C_v \cdot n \cdot \delta T$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right) = 0 \rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \cdot \delta T$$

$$C_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

2. p=állandó

$$\delta Q \triangleq C_p \cdot n \cdot \delta T \quad uj fizikai megalapított vesettségek be$$

$$\delta Q = dU + pdV \quad H: entalpia$$

$$H \triangleq U + pV$$

$$dH = dU + pdV + Vdp$$



$$ha p = állandó \Rightarrow dH_p = dU + pdV$$

$$dH_p = \delta Q \quad H = H(p, T)$$

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp$$

$$dH_p = C_p \cdot n \cdot \delta T = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p dT$$

$$C_p = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p$$

A fajtő specidis eretei és ezek összefüggései.

A Gay-Lussac és a Joule-Thomson kísérletek

A fajtő specidis eretei: id. elülső oldal

A két fajtő kapcsolata:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV \quad \begin{array}{l} \text{a belső energia} \\ \text{teljes differenciálja} \end{array}$$

1. föttitel: $\delta Q = dU + pdV = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] dV + \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V}_{nC_v dT} dT$

és $\delta Q = n \cdot C_p dT$

Tehát $V = V(p, T) \rightarrow$ állandó üzemáron

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT \stackrel{p=\text{all.}}{=} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p dT$$

$$n \cdot C_p dT = \left\{ \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p + nC_v \right\} dT$$

$$n(C_p - C_v) = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p\right] \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$\beta_p \triangleq \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p \quad \text{szabály kötágulási} \\ \text{egysíthetősége}$$

ezzel: $C_p - C_v = \frac{1}{n} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p \right] \beta_p V$

megj: $K_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T \quad \text{ciszterme} \\ \text{kompreszibilitási} \\ \text{egysíthetősége}$

ideális gázra:

$$pV = n \cdot R \cdot T$$

$$U = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

$$dU_r = n \cdot C_v dT$$

$$dU_p = \underbrace{n \cdot C_p dT}_{\delta Q} - \underbrace{pdV}_{nRdT} = (nC_p - nR)dT$$

$$C_p - C_v = R$$

ideális gáz esetén

$$U = U(T)$$

$$dU_p = dU_p, \text{ha } dT \text{ azonos}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = nC_v \Rightarrow C_v = \frac{f}{2}R \quad \text{és} \quad C_p = \frac{f+2}{2}R$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{f+2}{f}$$

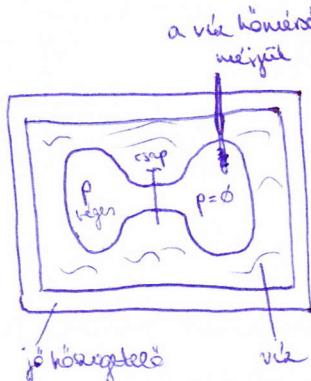
képzelhető mikroskopikus tulajdonság és mértékkel fizikai mennyiségek között

általános képlet ideális gázra:

$$C_p - C_v = \frac{1}{n} [\phi + p] \beta_p V = R$$

$$\beta_p = \frac{nR}{pV}$$

Gay-Lussac-beszélet



a gáz légiőres térféle tölgel

Táplatalat:

a fürdő hőmérséklete nem változik

$$\delta W = 0 \quad (\text{vákuumba tölgelés})$$

$$\delta Q = 0 \quad (\text{nincs felmelegítés})$$

$$\delta U = 0$$

a beszélő részén is U csak T-től függ

$U = U(T)$: az ideális gáz leírásájához megfelelően
az ideális gáz definíciója

van der Waals-gáza:

$$U_{vdW} = U_{id} + U_{korrek} = n \cdot C_V \otimes T - \frac{an^2}{V}$$

beszélő szerint $U = \delta U$

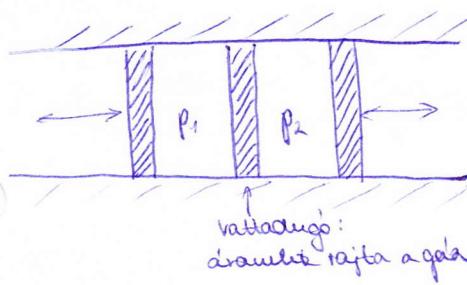
$$n_1 C_V T_1 - \frac{an^2}{V_1} = n_2 C_V T_2 - \frac{an^2}{V_2}$$

$$T_2 - T_1 = \frac{an}{C_V} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

$$\rightarrow T_2 < T_1, \text{ ha } V_2 > V_1$$

pont lehűl a vize

Foule-Thomson-beszélő



köszöntő tartalék

a dugattyúk zsinór morgását végeznek

p_1 és p_2 is állando (láman morgó dugattyúk)

$$dU_1 = -p_1 dV$$

$$U_{vég-U_beszélő} = \int_{V_1}^0 p_1 dV - \int_0^{V_2} p_2 dV = p_1 V_1 - p_2 V_2$$

a baloldali V_1 -nél a jobboldali
0-nál valtozik ∂ -nál V_2 -nél valtozik

$$U_{vég} + p_2 V_2 = U_{beszélő} + p_1 V_1$$

a Foule-Thomson-beszélőben
az entalpia állando

$$\delta H = \emptyset = \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T dP + \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_P dT$$

$\underbrace{n \cdot C_p}_{\text{átorsztottat}}$

$$dH = \phi \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp + \underbrace{\left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p}_{n Cp} dT$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T = - \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

$$\mu_{ST} = - \frac{1}{nC_p} \cdot \left(V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H = \mu_{ST}$$

Foule-Thomson egyenlősége

egyaránt megnövekvő hőmérséklettel töredés
bekötött hőmérséklettel töredés

$\mu_{ST} > 0$ p csökken, tágulva töredés

$\mu_{ST} < 0$ p nő, összenyűvő töredés

idealizált gázra:

$$U = U(T) \Rightarrow \mu_{ST} = 0$$

$$H = H(T)$$

von der Waals-gázra: $\left(p + \frac{an^2}{V^2} \right)(V-nb) = nRT$ / $p = \text{delle}, \frac{\partial}{\partial T}$

$$-\frac{2an^2}{V^3} \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p (V-nb) + \underbrace{\left(p + \frac{an^2}{V^2} \right)}_{\frac{nRT}{V-nb}} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = nb$$

$$\left[\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \right] = \frac{nb}{K}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{nb}{\frac{nRT}{V-nb} - \frac{2an^2}{V^2}(V-nb)}$$

$$\frac{2an^2}{V^2}$$

$V \gg b$ (nagy gáz)

$nRT \gg \frac{an^2}{V}$

$$\left[\frac{nb}{\frac{2an^2}{V^2}} \right] = \frac{nb}{K}$$

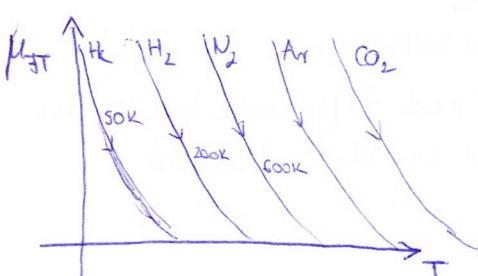
$$dT \approx \frac{dp}{C_p} \left(\frac{2a}{RT} - b \right) \quad a - cb - b > 0$$

ha $dp > 0$ ha $\frac{2a}{RT} - b < 0 \rightarrow dT < 0$ lehűl

$\frac{2a}{RT} - b = T_i$ inverz hőmérséklet

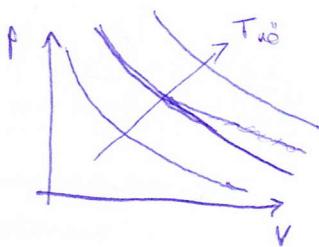
T_i nagy, ha b kicsi, vagy a nagy

alkalmazás: gázelosztóképessége



Ideális gáz állapotváltozásai, körfolyamatok.
A Carnot-körfolyamat, hűtő- és hőerőgépek.

Ideális gáz állapotváltozásai: reverzibilis, hűtőszabályos állapotváltozások
• ciklus:



$$pV = n \cdot R \cdot T \quad T = \text{alláról}$$

$$p(V) = \frac{dU}{V} = \frac{nRT}{V}$$

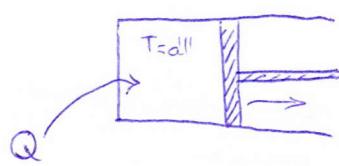
$$U = \frac{1}{2} n \cdot R \cdot T = dU$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = -nRT \left[\ln V \right]_{V_1}^{V_2} = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

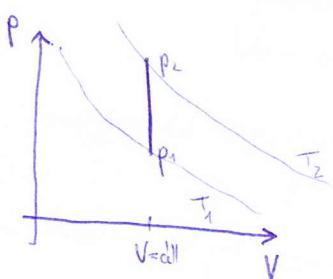
ha $V_2 > V_1 \rightarrow W < 0$

$$\Delta U = 0 = W + Q \Rightarrow Q = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

ha hőt húztuk → többlet → munkát végez



• ciklus:



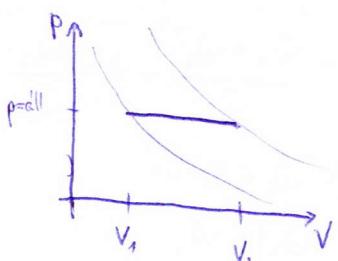
$$W = 0$$

$$Q = U_2 - U_1 = n \cdot C_v (T_2 - T_1)$$

$$\text{mivel } \Delta U = n \cdot C_v \cdot \Delta T$$

ha $V = \text{dil.}$

• ciklus:



$$W = -p(V_2 - V_1) \quad \text{ha többlet} \rightarrow W < 0$$

$$\begin{aligned} \Delta U = W + Q \Rightarrow Q &= \Delta U - W = U_2 - U_1 + p(V_2 - V_1) = \\ &= [U_2 + pV_2] - [U_1 + pV_1] = H_2 - H_1 = \Delta H \end{aligned}$$

• adiabatikus: $\delta Q = 0$

$$dU = -pdV$$

$$nC_v \cdot dT + pdV = 0 \quad p = \frac{nRT}{V}$$

$$nC_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} = 0 \quad \gamma = C_p - C_v$$

$$\frac{dT}{T} + (r-1) \frac{dV}{V} = 0$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} > 1$$

$$\ln T + \ln V^{(r-1)} = \text{const.}$$

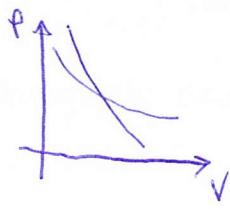
$$\ln TV^{r-1} = \text{const.} \rightarrow$$

$$\& TV^{r-1} = \text{const}$$

$$pV^r = \text{const}$$



• adiabata vs. cikloma mérételekhez



$$p_0 V_0 = C_1 \quad (\omega_0 T) \rightarrow p(V) = \frac{C_1}{V}$$

$$p_0 V_0^{\gamma} = C_2 \quad (\omega_0 S) \rightarrow p(V) = \frac{C_2}{V^{\gamma}}$$

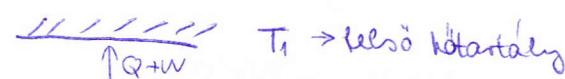
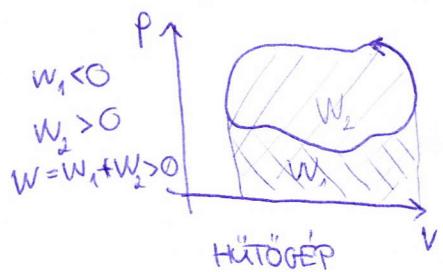
$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{ad} = -\gamma \cdot \frac{C_2}{V^{\gamma+1}} = -\gamma \cdot \frac{p}{V}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{iz} = -\frac{C_1}{V^2} = -\frac{p}{V}$$

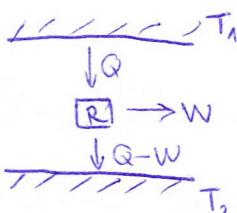
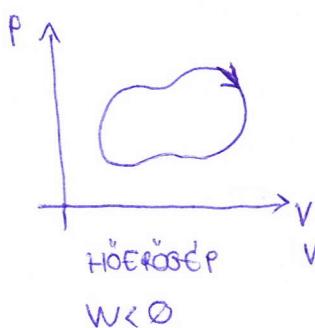
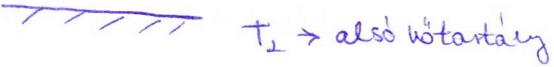
$$\left|\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{ad}\right| > \left|\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{iz}\right| \quad \gamma > 1$$

az adiabata
mérételebb

Könfolyamatok



szemeldekes, de nem
precíz



$$\Delta U_{\text{vértyű}} = 0$$

$$Q = -W$$

↑
a felvett / leadott hőh eljárás
összeg

$$W_{A \rightarrow B} = - \int_A^B p(V) dV$$

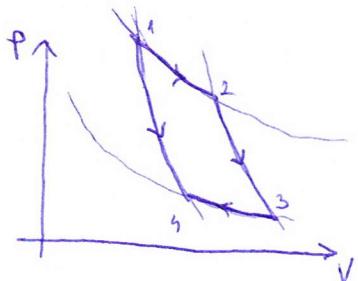
hatások:

$$\eta \triangleq \frac{W_{Q_1}}{Q_{fel}} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} < 1,$$

mert $Q_2 < 0$ is

$$|Q_2| < Q_1$$

Carnot - hőfolyamat



1 → 2 $Q > 0, W < 0$

a gázat hőt költözik,

az munkát végez

2 → 3 $Q = 0, W < 0$

beszűrűlik, a gáz munkát
végez

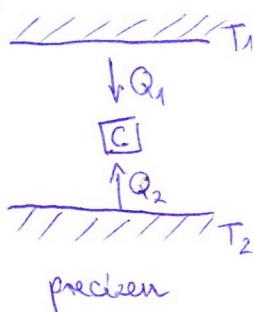
3 → 4 $Q < 0, W > 0$

a gáz hőt ad le, összenyomják

4 → 1 $Q = 0, W > 0$

összenyomják, melegítik

Carnot - körfolyamat:



$$-W \triangleq W_g = -W_{12} - W_{23} - W_{34} - W_{41} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

háromszömből

$$W_{41} = -W_{23}$$

$$W_g = Q = Q_2 + Q_1$$

hatásfoka:

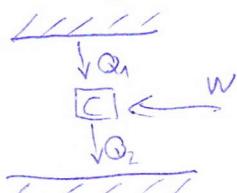
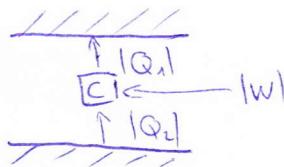
$$\eta = \frac{W_g}{Q_{\text{ful}}} = \frac{W_g}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1}$$

$$\eta = 1 + \frac{nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}}{nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

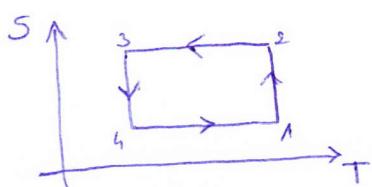
$$\eta = 1 + \frac{T_2}{T_1}$$

$$\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1} \rightarrow \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

Fordított Carnot - körfolyamat



S-T diagramon:



$$Q_1 = Q_{12} = -W_{12} = n \cdot R \cdot T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$$

$$Q_{23} = 0 ; W_{23} = U_3 - U_2 = n \cdot C_V (T_1 - T_2) < 0$$

$$Q_2 = Q_{34} = -W_{34} = n \cdot R \cdot T_2 \ln \frac{V_4}{V_3} < 0$$

$$Q_{41} = 0 ; W_{41} = n \cdot C_V (T_2 - T_1) \geq 0$$

az elváltás miatt:

$$T_1 V_1^{r-1} = T_2 V_4^{r-1} \quad \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{r-1} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{r-1}$$

$$T_1 V_2^{r-1} = T_2 V_3^{r-1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

a redukált hő összegje 0 a
Carnot - körfolyamatban

közvetett teljesítménytérület:

$$K_{\text{sz}} = \frac{|Q_1|}{W_g} = \frac{1}{\eta} > 1$$

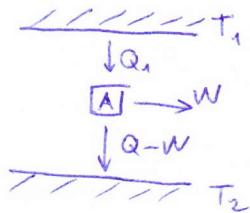
$$K_{\text{sz}} = \frac{T_1}{\text{Carrot } T_1 - T_2} > 1$$

Carnot-tétel:

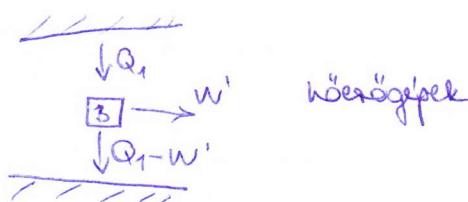
Kettő hőtartály között működő reverzibilis hőgép hatásfoka maximális, és augaki mindenkorral és a folyamat részleteitől független.

Allítás: a Carnot-körfolyamat is illetően reverzibilis, maximális hatásfoka folyamat

Bizonyítás: indirekt: t.f.h. $\eta_B > \eta_A$

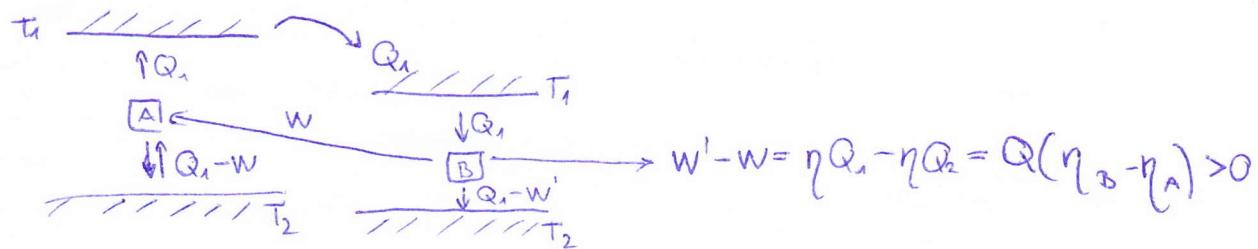


$$\eta_A = \frac{W}{Q_1}$$

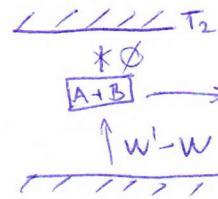


$$\eta_B = \frac{W'}{Q_1}$$

Összehasonlítsuk, ami B-t tartja



Teljes rendszerre:



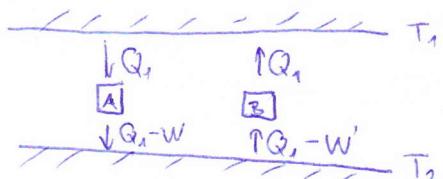
Ez elmentve a második főtétel

Carnot-megfelelésben

Minden két azonos hőtartály között működő hőrétegip hatásfoka azonos

Allítás: a Carnot-körfolyamat hatásfoka augaki mindenkorral független

Bizonyítás: két Carnot-körfolyamat



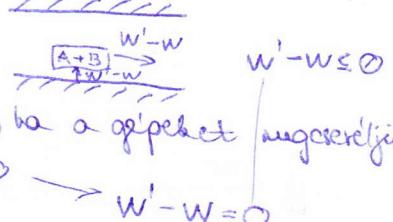
A: ideális gáz (η_c)

$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

B: barna mér (η_B)

Legyen $\eta_B < \eta_c$

a két rendszer eredménye



II. főtétel alapján, ha a gépeket megcserejük
 $W - W' \leq 0 \rightarrow W' - W = 0$

A hőtan II. főtételle, entropia. Clausius-egyenlőtlenség, az entropianövekedés tételle. A hőtan fundamentális egyenlete.

- II. főtétel:
- megfigyeléssel: - meleg tárgy lehűl a hőnyírás következtében
 - meleg + hideg tárgy \rightarrow a hideg melegre, a meleg lehűl
 - a leesett tárgyak szétternek
 - mechanikai energia hővé alakul
 - a jelenségek egységek földítője nem mond ellett az energiamegosztásnak
 - bár egy olyan megnövekedés, amelynek az előjelle egészben meghatározható

eredékolt hő összege:

$$Q_1, Q_2 = ?$$



$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} = \frac{-Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = -Q \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) > 0$$

elsőn a folyamatban sejthető pozitív

Nagy elválaszt megfogalmazás:

Carnot: nem lehetséges egy testtel hő közölni úgy, hogy azt teljesen munkává alakítja leadott hő nélküli

Thomson: nincs olyan, hogy egy rendszer hőszabálytól csökken, és az elvezetett energia teljesen munkává alakul

Clausius: nincs olyan folyamat, amely csak abból áll, hogy a hő megy a hidegebb helyről a melegebbre

Planck: a hőerőgépeket mikroskopikus folyamatokból készít, mert!

nem létezik működőfajú perpetuum mobile

megjegyzések: a II. főtétel a folyamatok irányát határozza meg

- I. főtétel: mely folyamatok lehetnek végre
- II. főtétel: mely folyamatok fognak teljesen megmenekíteni

Az entropia kevereteik

Carnot-rendszer:

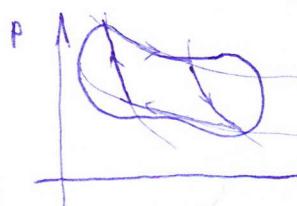
tekintünk általános törfolyamatot

körülítsük azoncra

Carnot-folyamatot

általános reversibilis folyamat:

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0$$



Clausius: a reduált hő egysága állapothangulat teljes differenciáleja

$$\frac{dQ}{T}$$

növekvő
csökkenő

$T_1 \rightarrow T_2$ hőös belső csatorna
a belső csatornára a hő összege $0 \rightarrow$ reduált hő összege

Az entropia:

$$dS \triangleq \frac{dQ_{rev}}{T}$$

$$\int_Q^{rev} = T dS \leftarrow \text{teljes differenciál folyamatfüggő}$$

S tulajdonságai:

- extenzív

- adiabatikus folyamat: $S = \text{all.}$

Következmény: véges reversibilis folyamatra

$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{dQ^{rev}}{T} = \int_A^B dS$$

ütfüggetlen

S állapotjellemző tételekhez reversibilis folyamatra megadható

$$S(T_n) = S(T_0) + \int_{T_0}^{T_n} \frac{dQ^{rev}}{T} dT = S(T_0) + \int_{T_0}^{T_n} \frac{C_{rev} dT}{T} = S(T_0) + \int_{T_0}^{T_n} f(T) dT$$

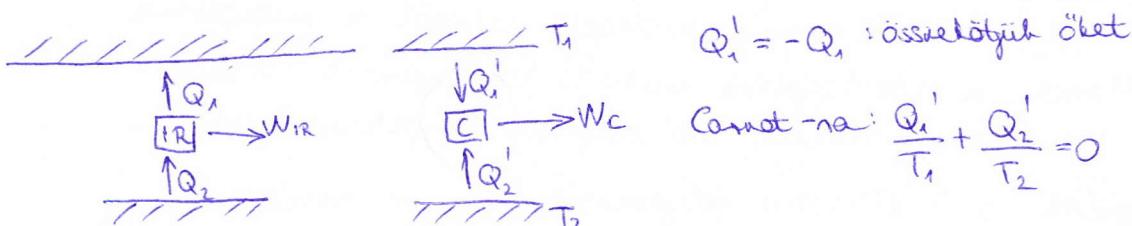
$$\text{ahol } f(T) = \frac{C_{rev}(T)}{T} ; C_{rev} \text{ a kötőpárat adott folyamatra}$$

megjegyzés: reversibilis folyamatban csak közrevel változik meg az entropia

felisztalásra:

$$\Delta S_f = \frac{\Delta Q_f}{T}$$

Entropia irreversibilis folyamatokban



$$\text{Kombinált rendszere: } W_{IR+C} = Q_1 + Q_2 + Q_1' + Q_2' = Q_2 + Q_2' =$$



II. feltétel alapján $W_{IR+C} \leq 0$

$$T_2 \left(\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} \right) \leq 0 \quad T_2 > 0$$

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} \leq 0$$

$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = 0$ reversibilis folyamat

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} < 0$$

nemrégian irreversibilis folyamat

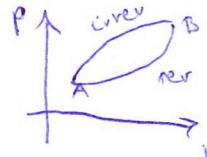
általános, nem reversibilis körfolyamatokra

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

Clausius - egysöntetlenség

(reversibilis folyamat esetén egysöntes)

véges reversibilis folyamatra:



az egész körfolyamat irreversibilis

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0$$

$$\int_A^B \frac{dQ_{rev}}{T} + \int_B^A \frac{dQ_{rev}}{T} < 0 \rightarrow \int_A^B \frac{dQ_{irrev}}{T} < S_B - S_A$$

Clausius - egysöntetlenséggel, a II. törvény matematikai alapja

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0$$

$$\int_A^B \frac{dQ}{T} \leq S_B - S_A \Rightarrow \frac{dQ}{T} \leq dS$$

következmény: reversibilis folyamatban osztályozás nélkül változik az entropia

irreversibilis folyamatokban:

$$dQ_{irrev} < TdS$$

szisz. entropiaproductio

$$rev: dS_{prod} = 0$$

$$irrev: dS_{prod} > 0$$

ezzel a II. törvény:

$$dS = dS_{prod} + \frac{dQ_{rev}}{T}$$

zárt rendszere:

$$dQ = 0 \rightarrow dS = dS_{prod}$$

akkor véges folyamatok: s

$$S_B - S_A \geq \int_A^B \frac{dQ}{T} = 0$$

Entropianövekedés tétel:

az entropia spontán folyamatokban nem csökkenhet

Dicsékelni:

- zárt rendszer egysöntetlensége: ha S maximális
- univerzum-hátról: ..
- tételek - entropia
- reversible computing: Landauer: információs entropia: 1 bit információ törlése $\rightarrow k_B T \ln 2$
- mai számítógép: $10W \rightarrow 10^{14} \frac{\text{bit}}{\text{s}}$

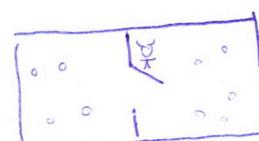
a fizikai limitnél 10 napig dögneddel rövidebb energiafelhasználás

Landauer:

$$10^{-9} \text{ J/s}$$

energia kell

- Maxwell - démon (gondolatpéldák)



nyitja - zárja az ajtót a gyors, lassú

szemécsék előtt

Lehetőséges lenne a II. törvény megkísérés?

NEM, mert a nyitás-zárás energiát igényel

Demon design:
nagysebességű démon
kisebbségi energiával

A hőtan fundamentális egyenlete

$$1. \text{ fététel: } dU = \delta Q + \delta W$$

reverzibilis folyamatban:

$$\begin{aligned} TdS &= \delta Q_{\text{rev}} \\ \delta W &= -pdV \end{aligned}$$

$$dU = TdS - pdV$$

állítás: irreverzibilis es jö

$$\delta Q_{\text{irrev}} \neq TdS \text{ és } \delta W_{\text{irrev}} \neq -pdV$$

de egységes IGEN:

$$\delta Q + \delta W = TdS - pdV \quad \text{a folyamat reakcióterületről függőlegén}$$

$$\delta Q_{\text{irrev}} + \delta W_{\text{irrev}} = \delta Q_{\text{rev}} + \delta W_{\text{rev}}$$

Ha van anyagi munkavégzés

$$dU = TdS - pdV + \mu dn \quad dS = \frac{1}{T}(dU + pdV - \mu dn)$$

Általános munkavégzés

$$dU = TdS + \sum_{i=1}^n x_i d\xi_i \quad dS = \frac{1}{T}(dU - \sum_i x_i d\xi_i)$$

Láttuk, hogy $dS = dS_{\text{prod}} + \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}$

$$TdS - pdV = \delta Q + \delta W \quad \text{tekinthető az irreverzibilis munkavégzéseket}$$

$$\delta Q = T(dS - dS_{\text{prod}}) \quad , \quad \delta W = -pdV + \delta W_{\text{irrev}}$$

$$TdS - pdV = TdS - TdS_{\text{prod}} - pdV + \delta W_{\text{irrev}}$$

$$TdS_{\text{prod}} = \delta W_{\text{irrev}} \quad dS_{\text{prod}} = \frac{\delta W_{\text{irrev}}}{T}$$

pl. működés

Ideális gáz entropiája és a Gay-Lussac kísérlet. A II. törvény a fundamentalis egységet alkalmazásai kapcsán rendszereire

Ideális gáz entropiája

$$dU = TdS - pdV$$

$$dU - TdS + pdV = 0$$

$$dS = \frac{1}{T} dU + \frac{p}{T} dV$$

$$dU = n \cdot C_v dT$$

$$p = \frac{nRT}{V}$$

$$dS = nC_v \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{nC_v}{T}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{nR}{V}$$

telyes differenciál:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$$

$$S_B - S_A = \int_A^B dS$$

T_0, V_0 valaszthatók

$$S(T_1, V) = S_0(T_0, V_0) + nC_v \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0}$$

$$\begin{aligned} S(p, V) &= S_0(p_0, V_0) + nC_v \ln \left(\frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} \right) + nR \ln \frac{V}{V_0} = \\ &= S_0(p_0, V_0) + nC_v \ln \frac{p}{p_0} + nC_p \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \end{aligned}$$

$$C_p - C_v = R \quad R + C_v = C_p$$

$$\begin{aligned} S(p, T) &= S_0(p_0, T_0) + nC_v \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) + nC_p \ln \left(\frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p} \right) = \\ &= S_0(p_0, T_0) - nR \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) + nC_p \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \end{aligned}$$

Entropiaváltozás a Gay-Lussac kísérletben

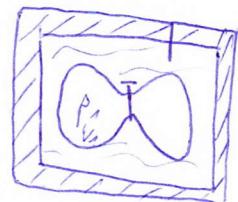
$$V_1 \rightarrow V_2 \text{ a gáz teljes, } \Delta U = 0$$

$$\Delta T = 0$$

$$p_1 \rightarrow p_2$$

$$W = 0$$

$$Q = 0$$



$$S_1(T_1, V_1) = S_0(T_0, V_0) + nC_v \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + nR \ln \left(\frac{V_1}{V_0} \right)$$

$$S_2(T_1, V_2) = S_0(T_0, V_0) + nC_v \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + nR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = nR \ln \frac{V_2}{V_1} > 0, \text{ mert } V_2 > V_1$$

$\Delta S > 0 \rightarrow$ a Gay-Lussac kísérlet irreverzibilis

megjegyzés: a kísérlet időszakig egyszerre működik $\underbrace{\text{adiabatikus}}_{\text{ellentmondás}}$

de! irreverzibilis folyamat

ellentmondás

\rightarrow elírunk a p-V diagramról

\rightarrow intenzív állapotjelzői nem jól meghatározhatók

9.
Entropia változás kiszámításához felhasználhatóan

T_1, P_1	T_2, P_2
V_1, U_1	V_2, U_2

elemi lépések:

$$dS_1 = \frac{1}{T_1} dU_1 + \frac{P_1}{T_1} dV_1$$

az összetett rendszere:

$$dU_1 + dU_2 = 0$$

$$dS_2 = \frac{1}{T_2} dU_2 + \frac{P_2}{T_2} dV_2$$

$$dV_1 + dV_2 = 0$$

teljes entropiaváltozás:

$$dS = dS_2 + dS_1 = dU_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + dV_1 \left(\frac{P_1}{T_1} - \frac{P_2}{T_2} \right)$$

$$dU_1 = -dU_2$$

$$dV_1 = -dV_2$$

szabályos példa:

$$T_1 > T_2 \quad dS = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) [dU_1 + PdV_1] > 0 \quad dU_1 + PdV_1 = \delta Q_1 < 0$$

a melegítés hőt ad le

izoterm példa:

$$P_1 > P_2 \quad dS = 0 + \frac{\partial V_1}{T} (P_1 - P_2) > 0 \quad dV_1 > 0 \quad \text{a nagyobb nyomásban törése tölgel}$$

A belső energia térfogatfüggése

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = ? \quad U = U(T, V) \quad dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

teljes diff

$$dS = \frac{1}{T} (dU + PdV) \quad S = S(T, V) \quad dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \frac{P}{T} dV$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + \frac{P}{T}$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T}$$

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} = -\frac{1}{T_2} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + \frac{1}{T} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} + \frac{1}{T_2} P + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = -P + T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$$

Az entropia és az entalpia kapcsolata

$$H = U + PV$$

$$dH = dU + PdV + Vdp = TdS - PdV + PdV + Vdp$$

$$dH = TdS + Vdp \quad \text{fundamentális egyenlet entalpiára}$$

$$dS = \frac{1}{T} (dH - Vdp)$$

$$H = H(T, P)$$

A statisztikai fizika alapja: Boltzmann-eloszlás, az entrópia és a II. főtétel statisztikai értelmezése. Kvantumstatisztikai, galénielkulatok szálességeloszlása.

Az entrópia statisztikai értelmezése

- a rendszerek letező egyszerű állapota, ott van az állapotjelölők (p, V, T, n, η, \dots)
- Boltzmann-hipotézis: az egyszerű a legalacsonyabb állapot - ebből minden mehető manapság megérhető
- Fogalmak:
 - macroállapot: makroskopikus állapotjelölésekkel jellemzett állapot (p, V, n, T)
 - mikroállapot: a részecskék összeséget jellemző állapot (η, p)
 - állítás: adott macroállapotot sok különböző mikroállapot valósíthat meg
 - Boltzmann: az a macroállapot fog megvalósulni, amelyről a legtöbb mikroállapot kerülhet létre

Entrópia a Boltzmann-~~elv~~ tétel alapján

- a II. főtétel szerint S egyszerűen maximális
- S extenzív \rightarrow alternatívekben összeadhatók
- mikroállapotok száma legyen W (ragyogó sok)
- a két alternatíven W_1 és W_2 ,
- eggyetlen rendszerben $W = W_1 \cdot W_2$ (statisztikai megfontolás)
- S legyen $g(W)$, keresük a g függvényt

$$S = S_1 + S_2 \Rightarrow g(W_1) + g(W_2) = g(W_1 \cdot W_2)$$

inverze: logaritmus: additív függvény tulajdonság
 $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ multiplikatív
 $e^{x+y} = e^x \cdot e^y$ függvényegyenlet

Boltzmann-hipotézis

$$S \sim \ln W$$

$$S \sim k_B \ln W$$

$$S = k_B \ln W$$

Gibbs-féle entrópiafórmula

$$\frac{S}{V} = -k_B \cdot \sum_i p_i \ln p_i \quad p_i \text{ az } i. \text{ mikroállapot valószínűsége}$$

S -ból termodynamikai változók származtatások

(fundamentális)

Következmény: hőtani folyamatok teljes valószínűséggel végeznek végre (egyenlet)

Statisztikai modellek

l Sajtó részlete, N darab

Feltételek



l az megkülönböztethetetlen részlete
Ítélyfellelőppen lehet berálni?

microállapotok
száma

$$W = W(N_1, N_2, \dots, N_l) = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots}$$

ismeretléses
permutációk

W maximumat keressük

$$\sum_{i=1}^l N_i = N$$
 belpontokkal mellett

$$\ln W \text{ maximuma} = S_{\max}$$

$$\ln \text{mag. mon.} / \ln N! = \frac{1}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln N + N \ln N + N \approx N \ln N + N \text{ ha } N \text{ nagy}$$

Képzetű kerele

$$\ln N! = N \ln N + N \text{ ha } N \text{ nagy}$$

$$\max(f(x_1, y_1)), \text{ka } g(x_1, y_1) = C. \quad \text{Lagrange-féle mets. módszer}$$

segédfüggvény:

$$L(x, y) = f(x, y) + \lambda(g(x, y) - C)$$

$$dL = \left(\frac{\partial L}{\partial x} \right)_{y, \lambda} dx + \left(\frac{\partial L}{\partial y} \right)_{x, \lambda} dy + \left(\frac{\partial L}{\partial \lambda} \right)_{x, y} d\lambda = 0$$

$$dL = g(x, y) - C = 0$$

$$\text{legyen } L(N_1, N_2, \dots, N_l) = \ln W(N_1, N_2, \dots, N_l) + \lambda \left(\sum_i N_i - N \right)$$

szükséges feltétel

$$dL(N_1, \dots, N_l) = 0 = \sum_{i=1}^l \left(\frac{\partial \ln W}{\partial N_i} + \lambda \right) dN_i = 0$$

$$\ln W = \ln N! - \sum_{i=1}^l \ln N_i!$$

minden egységhatár egyszerre 0.

$$\frac{\partial \ln W}{\partial N_i} + \lambda = 0 \quad \wedge \quad i = 1 \dots n$$

$$\frac{\partial \ln W}{\partial N_i} = -\lambda \quad \wedge \quad i = 1 \dots n$$

$$\frac{\partial \ln W}{\partial N_i} = \frac{\partial (\ln N! - \sum_{j=1}^l \ln N_j)}{\partial N_i} = \frac{\partial (-N_i \ln N_i + N_i)}{\partial N_i} = -\ln N_i$$

$$-\ln N_i + \lambda = 0$$

$$N_i = e^\lambda \text{ állandó}$$

Energaelosztások:

- i-ben Ni részecské Ei energiával
- két teljesír: $\sum_i N_i = N$ és $\sum_i N_i E_i = E$ összenergia
- $\ln W$ maximumot teremt a két teljesír mellett definiálunk:

$$A(N_1, \dots, N_e, \lambda_1, \lambda_2) = \ln W(N_1, \dots, N_e) + \lambda_1 (\sum_i N_i - N) + \lambda_2 (\sum_i N_i E_i - E)$$

szükséges feltétel:

$$\frac{\partial A}{\partial N_i} = \frac{\partial \ln W}{\partial N_i} + \lambda_1 + \lambda_2 \cdot E_i = 0$$

$$\ln N_i = \lambda_1 + \lambda_2 \cdot E_i \rightarrow N_i = e^{\lambda_1} \cdot e^{\lambda_2 E_i}$$

$$N_i = A \cdot e^{-\beta E_i}, \text{ ahol } A = e^{\lambda_1}$$

teljesír:

$$\sum_i N_i = N \rightarrow A \sum_i e^{-\beta E_i} = N \rightarrow A = \frac{N}{\sum_i e^{-\beta E_i}} \quad \sum_i \frac{1}{e^{-\beta E_i}} = 1$$

entropia alapján

$$\ln W = N \ln N - \sum_i N_i \ln N_i - N + N_c$$

$$\ln W = N \ln z + \beta E$$

$$\text{tudjuk: } S = k_B \ln W = k_B N \ln z + k_B \beta E$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial E} \right)_V = k_B \beta = \frac{1}{T} \quad \boxed{\beta = \frac{1}{k_B T}}$$

ezzel a Maxwell-Boltzmann eloszlás:

$$N_i = \frac{N}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{k_B T}}} \cdot e^{-\frac{E_i}{k_B T}}$$

A Gibbs-féle entropiaformula motivációja

$$\frac{S}{N} = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \quad p_i = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_i}$$

$$\ln p_i = -\ln z - \beta E_i$$

$$\frac{S}{N} = -k_B \sum_i p_i (-\ln z - \beta E_i) = k_B \cdot \ln z$$

$$Z p_i E_i = \sum_i \frac{1}{Z} e^{-\beta E_i} E_i = \frac{1}{N} \sum_i \frac{N}{Z} e^{-\beta E_i}$$

$$E_i = \frac{E}{N}$$

$$dE = -pdV \approx dU$$

$$dF = -dT - p dV$$

$$dH = dU + pdV$$

$$dG$$

Maxwell-féle sebességelosztás

- független sebességkomponensek

$$f(v) = f_1(v_x) \cdot f_2(v_y) \cdot f_3(v_z) = f_1^3 \quad v = (v_x, v_y, v_z)$$

- beszennék

$$f_1 = A \cdot e^{-\frac{Kv_x^2}{2}} \text{ általános (Maxwell gondolatmenete)}$$

innen

$$f(v) = A^3 \cdot e^{-\frac{Kv^2}{2}}$$

$$\text{ahol } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

A és a meghatározása

$$\bar{v}_x^2 = A \int_{-\infty}^{\infty} v_x'^2 e^{-\frac{Kv_x'^2}{2}} \cdot dv_x' \quad \bar{x}^2 = \int x^2 f(x) dx$$

$$f(v_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot v_x^2} \cdot 1 \text{ és } \bar{v}_x^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2 = \frac{2}{3} \frac{\bar{E}_m}{m} = \frac{k_B T}{m}$$

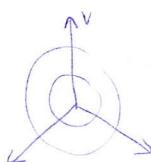
$$\bar{v}_x^2 = \frac{k_B T}{m}$$

normális eloszlás

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

a sebességelosztás nincsfüggelje

kísérleti ellenőrzés:



v és $v+dv$ közti sebességgel rendelkező részecskék száma

$$4\pi v^2 f(v) = F(v)$$

mérhető mennyiséggel $\dots F(v)$ -ból megaphatjuk

$$\bar{v} = \int v' F(v) dv' = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$$

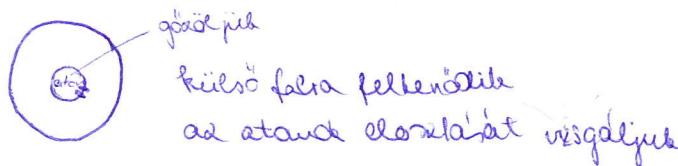
$$\bar{v}^2 = \int v'^2 F(v') dv' = \frac{3k_B T}{m}$$

$$F(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 \cdot e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

v_1 és v_2 közti részecskék száma: N

$$N = \int_{v_1}^{v_2} F(v') dv'$$

Stern - kísérlet



$$L d\varphi = L \omega dt = L \omega \frac{e}{v} = \frac{L^2 \omega}{v}$$

Lamment - kísérlet



Kvantumstatisztikák:

tapasztalat: kétfélé részecské lehet
adott energiaszinten (kvantumállapotban)

- 1 db részecské lehet feles spinű

spin: saját impulzusmomentum
(nincs masszívus megfelelője)

- többféléges számú részecské lehet egész spinű

Fermionok: feles spinű részecskék
követik a Pauli-elvet

pl: lepton, кварcbok
(elektron, neutrino)



i. állapot betöltöttisége 0 v. 1

E a rendszer teljes energiája

+1 részecské ezt E-nál rövidebb

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{e^{-\beta(E+E)}}{e^{-\beta(E)}} = e^{-\beta E} \quad \text{és } p_0 + p_1 = 1$$

Boltzmann-ansatz

$$p_0 = \frac{1}{1 + e^{-\beta E}}$$

$$p_1 = \frac{e^{-\beta E}}{1 + e^{-\beta E}}$$

addott állapot betöltési valószínűsége

$$\langle n \rangle = p_0 \cdot 0 + p_1 \cdot 1 = \frac{e^{-\beta E}}{1 + e^{-\beta E}} = \frac{1}{e^{\beta E} + 1}$$

Fermi-Dirac

elosztásfüggvény



véges témai potenciálja:

$$\delta_{\pm\infty} = \frac{1}{e^{\beta(E - \mu)} + 1}$$

Boszorok: egész spinű részecskék
nem követik a Pauli-elvet

pl: foton, gluon

minden állapotban több részecské is lehet

$N = 0, 1, \dots, \infty$ n db részecskéhez egyet kozadunk

$\frac{p_{n+1}}{p_n} = e^{-\beta E}$ +E energia

és $\sum p_i = 1$

n+1 ismertben, n+1 egységet



lekötéséges a megoldás

az egyenlet megoldása:

$$p_n = \frac{e^{-\beta E}}{1 + e^{-\beta E} + e^{-2\beta E} + \dots + e^{-n\beta E}} \quad \sum_i p_i = 1 \quad \langle n \rangle = \sum_i p_i n_i$$

$$1 + e^{-\beta E} + \dots + e^{-n\beta E} = \frac{1 - e^{-\beta(n+1)E}}{1 - e^{-\beta E}} = \frac{1}{1 - e^{-\beta E}}$$

$$1 + q + \dots + q^{n-1} = \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad \text{mertani sor}$$

$$\langle n \rangle = \sum_i \frac{e^{-\beta E}}{1 + \dots + e^{-\beta E}} \cdot i = \frac{1}{Z} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} i e^{-\beta E} =$$

$$= \frac{1}{Z} \cdot \frac{\partial}{\partial(\beta E)} \cdot \sum_{i=0}^{\infty} e^{-i\beta E} \cdot (-1)$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} e^{-i\beta E} = \frac{1}{1 - e^{-\beta E}}$$

$$\frac{\partial}{\partial(\beta E)} \cdot \frac{1}{1 - e^{-\beta E}} = (-1)^3 \frac{1}{(1 - e^{-\beta E})^2} \cdot e^{-\beta E}$$

$$Z = \frac{1}{1 - e^{-\beta E}} \cdot \frac{1}{Z} = 1 - e^{-\beta E}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{Z} (-1)^3 \cdot \frac{e^{-\beta E}}{(1 - e^{-\beta E})^2} = \frac{e^{-\beta E}}{1 - e^{-\beta E}} = \frac{1}{e^{\beta E} - 1}$$

Maxwell-Boltzmann:

termodynamika

$$f_{MB}(z) = e^{-\beta E} \quad \text{nagy } E \text{-re}$$

klasszikus

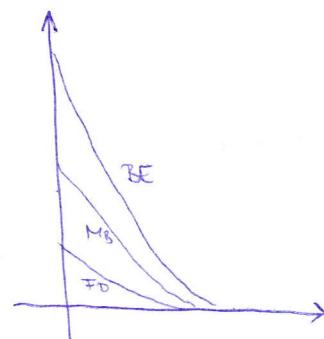
Fermi-Dirac:

kvantum-es
statistikai fizika

$$f_{FD}(z) = \frac{1}{e^{\beta E} + 1} \quad \text{fermion}$$

Bose-Einstein:

$$f_{BE}(z) = \frac{1}{e^{\beta E} - 1} \quad \text{boron}$$



egyenletes lemegelektrik:

nagy energian a kvantum-statistikaiak a klasszikust adja ki viszla

A termodynamikai egyszerű, termodynamikai potenciállel, fundamentális függvények.

Termodynamikai egyszerű:
tapasztalat szerint létezik egyszerű

II. fététel szerint: Hömöre mellett

$$\frac{\delta Q}{T} \leq dS \quad (\text{Clausius})$$

egyszerű termikusan csökkent rendszereben (nincs hömöre)

$dS \geq 0$ egyszerűban S maximális

$$dS = 0$$

$$dS = \frac{dU}{T} + f \frac{dV}{T} = 0$$

(fundamentális egyenlet)

$$dU_v = nC_v dT$$

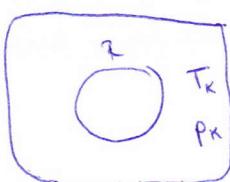
$$\frac{nC_v dT}{T} + f \frac{dV}{T} = 0$$

Egyenszerű termikus kölcsönhatással

K: környezet

T_K, p_K fix értékek, ha K sepp

R+K zárt rendszer \rightarrow egyszerűben $dS_{R+K} = 0$



mindeut felgyanthatóban $dS_R + dS_K \geq 0$

$$\delta Q = dQ_K$$

A rendszer δQ_R hőt vesz fel

$$dS_R = -\frac{\delta Q_R}{T_K}$$

a rendszerre

$$\delta Q = dU - \delta W$$

$$dU = T_K dS - p_K dV$$

$$\text{így } dS_{R+K} = dS_R - \frac{\delta Q}{T_K} \geq 0$$

$$dS \otimes T_K dS \geq 0$$

$$dS_R \equiv dS$$

$$dU - T_K dS - \delta W \leq 0$$

(1. és II. fététel)

K oldal végrétt mechanikai munka

ha csak mechanikai munka:

$$\delta W_{\text{mech}} = -p_K dV$$

$$dU - T_K dS + p_K dV \leq 0$$

(sab a rendszeret lebírja)

Ez a megnöveg mindeig csökken,
egyszerűben minden

a minimum sebességes feltétele

$$\left. \frac{\partial (U - T_K dS + p_K dV)}{\partial S} \right|_V = 0$$

$$\left. \frac{\partial (U - T_K dS + p_K dV)}{\partial V} \right|_S = 0$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V - T_K = 0$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S + p_K = 0$$

a fundamentalis egységek sorában:

$$dU = TdS - pdV$$

visszarába:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -p$$

$$T = T_K \\ p = p_K$$

egyenleges
(fundam.)

Termodynamikai potenciálból

- 4 szabadon folyamatos

S és V állapot (centropénz és csökk.)

$$dS = 0, \quad dV = 0 \Rightarrow dU \leq 0 \quad U \text{ minima } \text{csökkenés, egynelgyan minimális}$$

$$U = U(S, V) \quad S \text{ és } V \quad U \text{ természetes változók}$$

U az a termodynamikai potenciál, amely csak extenzív változóktól függ.

Nincsen termodynamikai potenciálban van természetes változója

S és p állapot

$$dS = 0 \quad dU + pdV \leq 0$$

$U + pdV$ mindenkor folyamatosan csökken, egynelgyan minimális

$$d(U + pdV) \leq 0$$

Bereettségek:

$$H = U + pdV \quad \text{entalpia}$$

$$dH = dU + pdV + Vdp$$

$$dH = TdS + Vdp \quad (\text{fund. egy})$$

$$H = H(S, p)$$

T és V állapot

$$dT = 0, \quad dV = 0$$

$$dU - TdS \leq 0$$

$$dU - TdS - SdT_K \leq 0 \quad d(U - TS) \leq 0$$

$F \triangleq U - TS$: rezabenergia

$U - TS$ csökken,
egynelgyan minimális

$$dF = dU - TdS - SdT$$

$$dF = -pdV - SdT \quad (\text{fund. egy})$$

$$F = F(T, V)$$

p és T állapot

$$dU - TdS + pdV \leq 0 \quad \text{bővítpé} \quad + Vdp_K - SdT_K - \text{val}$$

$$d(U - TS + pV) \leq 0$$

$$G \triangleq U - TS + pV : \text{rezabentalpia}$$

$$dG = TdS - pdV - TdS - SdT + pdV + Vdp$$

$$dG = -SdT + Vdp$$

$$G = G(p, T)$$

II.

Analogia, a termodynamikai potenciál szemléletes jelentése

mechanikai potenciál → termodynamikai potenciál
 \downarrow
 munkavégző képesség

Belső energia: a rendszerben történt mechanikai energia összessége

$$\text{Entalpia: } dH = dU + pdV + Vdp = \delta Q - pdV + pdV$$

$$dH = \delta Q$$

az entalpia változás megegyezi a felsabadt kölcsön

Seabadenegria:

$$\underbrace{dU - T_k dS}_{dT_F} - \delta W \leq 0 \quad \text{származtatásban}$$

$$dT_F$$

$$dT_F = dU - T_k dS.$$

$$\delta W_g > 0$$

F_T csökken

$$dT_F - \delta W \leq 0$$

$$\text{bemutatva: } \delta W = -\delta W_{gak}$$

$$-dT_F \geq \delta W_{gak}$$

a Seabadenegria a rendszerből kivethető maximális mechanikai munka mértéke

Seabadentalpia:

$$G = U - TS + pV$$

$$dG = -SdT + Vdp \quad \text{ha } T \text{ és } p \text{ állandó, akkor } dG = 0$$

$$dU = TdS - pdV + \mu dN$$

$$dG = \mu dN \quad \text{: amely munkavégzés}$$

$$G: \text{ nem térfogati erők munkavégzésének mértéke}$$

Összefoglalás:

$$dU = TdS - pdV$$

$$\text{és } U = U(S, V)$$

$$dH = TdS + Vdp$$

$$\text{és } H = H(S, p)$$

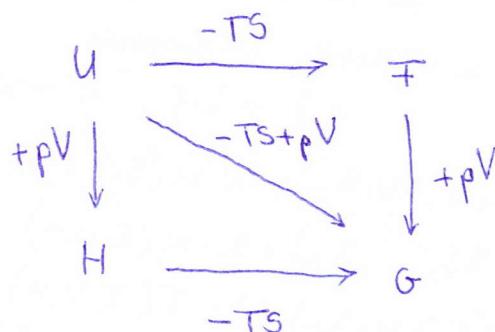
$$dF = -SdT - pdV$$

$$\text{és } F = F(T, V)$$

$$dG = -SdT + Vdp$$

$$\text{és } G = G(T, p)$$

A termodynamikai potenciálak fundamentális függvények, amikor a természetes változásokkal vannak összefüggésben



A fundamentális függvények differenciális összefüggései,
Maxwell-szabályok, Gibbs-Helmoltz egyenletek

12

Fundamentális függvények deriváltjai

$$dU = TdS - pdV$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -p \quad dU = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S dV$$

$$dT = TdS + pdV$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial S}\right)_p = T \quad \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = V$$

$$dF = -SdT - pdV$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S \quad \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -p$$

$$dG = -SdT + Vdp$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -S \quad \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T = V$$

általában:

P termodynamikai potenciál

$$dU = TdS - pdV + Xdz$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial X}\right)_{S,V} = -?$$

Összefüggésök állapotjelző deriváltjai között

Young-tétel: $\frac{\partial^2 U}{\partial S \partial V} = \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S}$

$$\left(\frac{\partial I}{\partial V}\right)_S = -\left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V$$

H-föl

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p$$

F-föl

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

G-föl

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T} = \frac{f_p}{k_T}$$

Euler-egyenlet: termodynamikai potenciálok extenzívnek
a valtozók extenzívnek vagy intenzívnek

tehát a valtozók λ -szorosát

$$\{ \rightarrow \lambda \cdot \{ \quad x \rightarrow x$$

$$U(\lambda S, \lambda V, \lambda n) = \lambda \cdot U(S, V, n)$$

$$H(\lambda S, \lambda p, \lambda n) = \lambda \cdot H(S, p, n)$$

$$F(T, \lambda V, \lambda n) = \lambda \cdot F(T, V, n)$$

$$G(T, p, \lambda n) = \lambda \cdot G(T, p, n)$$

Ha $f(x)$ -re teljesül, hogy $\lambda f(x) = f(\lambda x)$ $\forall \lambda$ -ra, akkor (ezután ezben igaz az Euler-tétel)

ennek a megoldásnak

$$f(x) = c \cdot x \text{ homogen lineáris egyenlet, ahol } c = f'(x)$$

Bizonyítás:

$$\frac{\partial f(\lambda \cdot x)}{\partial x} = x \cdot \frac{\partial f(\lambda \cdot x)}{\partial \lambda} \quad f(\lambda x) = \lambda \cdot f(x)$$

$$\frac{\partial f(\lambda x)}{\partial \lambda} = f(x) \quad f(x) = x \cdot \frac{\partial f(\lambda x)}{\partial \lambda}$$

$$f(x) = x \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x} = x \cdot f'$$

Euler-tétellel szintén termodynamikai potenciálakra

pl: U-ra

$$dU(S, V, n) = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V, n} dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S, n} dV + \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{S, V} dn$$

$$U(\lambda S, \lambda V, \lambda n) = \lambda \cdot U(S, V, n)$$

Euler-tétel körülötte valtozásra:

$$U(S, V, n) = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V, n} \cdot S + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S, n} V + \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{S, V} n$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V, n} = T \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S, n} = p \quad \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{S, V} = \mu$$

$$U = TS - pV + \mu n$$

Gibbs-Helmholtz-egyenletek

$$U(S, V) : \quad F = U - TS = U + T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$$

$$U = -T^2 \left(\frac{\partial (\frac{F}{T})}{\partial T} \right)_V$$

$$H(p, T)$$

$$G = H - TS$$

$$H = -T^2 \left(\frac{\partial (\frac{G}{T})}{\partial T} \right)_p$$

$$\left(\frac{\partial (\frac{F}{T})}{\partial T} \right)_V = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V - \frac{F}{T^2}$$

$$U = F - T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = -T^2 \left(\frac{\partial (\frac{F}{T})}{\partial T} \right)_V + \left(\frac{1}{T} \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V - \frac{F}{T^2} \right)$$

$$F - T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V = -T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V + F$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$$

$$= -T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V + F$$

$$= F$$

A hőtan III. főtételle és következményei.
Adiabatikus lemezesések.

13.

A termodynamika III. főtételle

- extrópiára kapcsol:

$$S = S_0 + \dots \quad \text{De mi az } S_0?$$

$$\text{Hosszban: } U(T=0) = ?$$

konstans exponenciális
működésben

- Walter Nernst belincsi reakcióhőre mondták be:

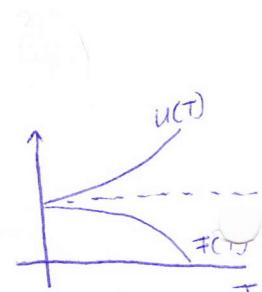
a reakcióhő lefélé való T-vel egyre csökken,
nullába tart

- Planck általánosítása

$$\lim_{T \rightarrow 0} U(T) = \lim_{T \rightarrow 0} F(T) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} S = \frac{U-F}{T}$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} \frac{\partial U(T)}{\partial T} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\partial F(T)}{\partial T}$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{U-F}{T} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial U}{\partial T} - \frac{\partial F}{\partial T}}{T} = 0 \quad \text{l'Hospital}$$



Következmény:

$$S = S(0) + \underbrace{\int_0^T \frac{\delta Q^\text{rev}}{T}}_{\text{fordulóban látva}} = S(0) + n \int_0^T \frac{C(T')}{T'} dT' \quad \delta Q_p = nC_p dT_p$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = 0 \rightarrow \text{T} \rightarrow 0\text{-ban } C(T) \text{ is eltiltott legelőbb lineárisan}$$

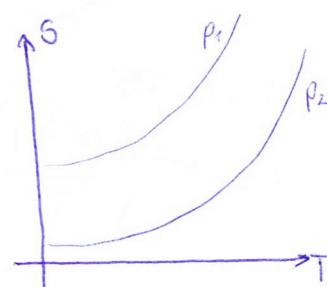
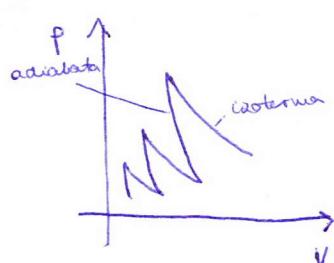
Egyenlens megfogalmazása:

- Planck $U(T) = F(T)$ esetén $\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial F}{\partial T}$, ha $T \rightarrow 0$

- $S(0) = 0$

- $\lim_{T \rightarrow 0} C(T) = 0$

- $T=0$ nem érhető el végső rendkívüli lépéshöz



Megjegyzések:

$$1. S(LT) = S_0 + nC_V \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0}$$

ideális gázra

$T=0$ -ra nincs értelme, nem érvényes a kifejtés
az ideális gáz terápiája nem jó $T \rightarrow 0$ esetén

2. fizikai meghosszabbítás $T \rightarrow 0$ mellett

$$\beta_p(T) = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{V} (-1) \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_p = 0$$

S és deríváltjai
is elérhetők

$$3. S = S_0 + nW$$

$$S(T=0) = 0 \rightarrow W = 1$$

az alaplapot egyszerűbb vételeket meg
(az alaplapot nem degenerált)

Adiabatikus leágazás (1960-as évek)

• $T=0$ meghosszabbítása: μK

megújulás rendszerek



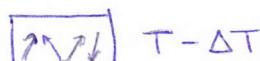
$\downarrow +B$ adiabatikusan



$\int -Q$ hőt ad le



$\downarrow B=0$ megújulás indítását elvesszük
adiabatikusan

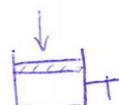


$\int +Q$ (itt hűt)

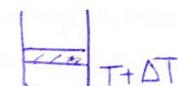


leágazás hűtés:

$$(\mu K : 10^{-9} K)$$



$\downarrow +p(\text{ad})$



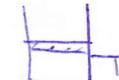
$\downarrow -Q$



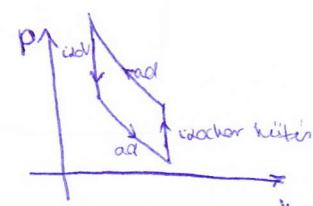
\downarrow hűtőhűtő



$\downarrow +Q$ (hűt)



hűtőgáz



Fázisállapotok. Valójában minden fázisállapotot általában tapasztalati összefüggései, kritikus állapot. A téma során bemutatott kísérletek értelmezése

Fázisállapotok - alapfogalmak

- fázisállapotok: minden fázisállapotot általában fázisállapotok, de nem minden fázisállapot fázisállapot - változás
- fáziskatal: két fázis köztől átmenetben fázisai megváltozik egymással valóznak
- komponens: additív halmi összetételei anyag, mely csal egy komponensű rendszereket viszgálunk

Halmazállapot - változások

1. olvadás / fagyás: állandó nyomásra köhötére a szilárd anyag cseppfolyásba

$T = \text{áll.}$, mert a hő a molekulák közötti kötési energiák felbontására fordítódik

normális anyag: olvadása tágul $T_{\text{ötök}} \rightarrow T_{\text{rövid}}$

abnormalis anyag: fagyásnál tágul $T_{\text{ö}} \rightarrow T_{\text{rövid}}$

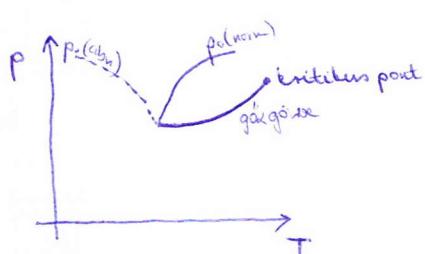
pl: jeget megfagyjuk \rightarrow olvad

normális anyagot megműve \rightarrow megfagy

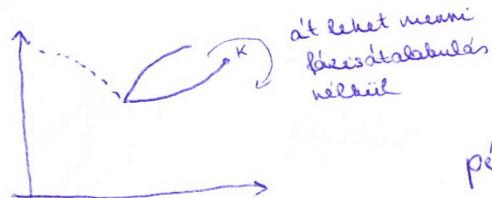
Le Chatelier - Brana elv:

a rendszer külső hatásra úgy reagál, hogy a hatást csökkense

2. párolgás / cseppfolyásodás



a kritikus pont felett csak gáz halmazállapot



szilárd-folyadék átmenet: nincs kritikus pont
a szilárd rendesett, a folyadék rendesetlen

gázumagánycsere: egyszerűen van a cseppfolyás és a gáz halmazállapot, az anyagállapot változhat

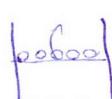
egyenlegi állapot: telített gáz pl: hidró

molekuláris értelmezés



egyenlegi
p csak T -től függ
nagyon nem ideális gáz

példa párolgára:



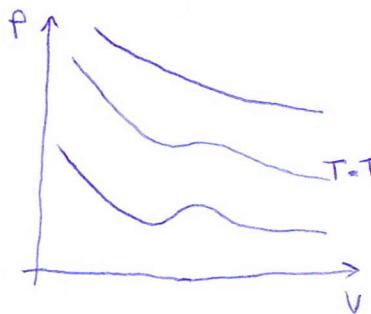
az osztályosan nagyobb energiájú részeinek elmenek \rightarrow hő vonal

szilárd pont felett hőelosztás eléri

44. Valódi gázok izotermai, a nemvonalállapotváltozások értelmezése

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT \quad V = \frac{V}{n} \text{ fajlagos térfogat}$$

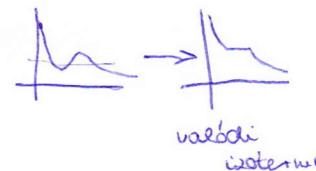
$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT \quad \text{izotermai egyenletei}$$



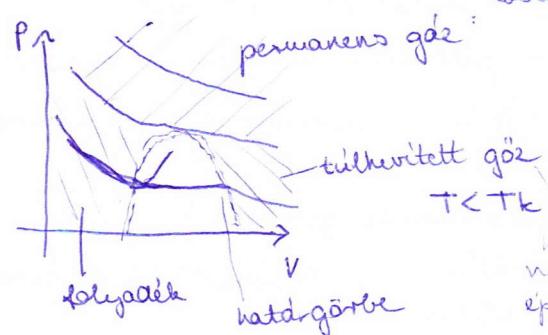
$$PV = \text{const}$$

new egységes p-V összefüggés

feloldás: Maxwell-kontrakciós



valódi izotermia



izotermián áthaladva
mics. felszínátalakás

T > Tk egy gyök

T = Tk károm gyök

szabályos viz.

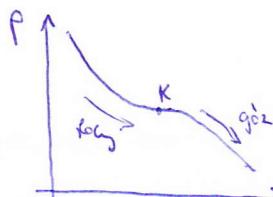
alacsony

parciális

nyomás

newes mellelke fölgyedék

epp most dejan V és p, kérj cseppföldés
p ment → belül fölgyedék



a kritikus ponton keresztül a fölgyedék is a gáz tulajdonságai
közöttönként mennek át
→ másodfajú felszínátalakás

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

$$V^3 p + V^2 (-RT - bp) + Va - ab = 0$$

T = Tk káromos gyök

T > Tk egy gyök

T < Tk károm különböző gyök

$$T = Tk - na \quad (V - V_k)^2 - ba \text{ belrható}$$

$$V_k = 3b \quad p_k = \frac{a}{27b^2}$$

$$Tk = \frac{8a}{27Rb}$$

Bemutatunk kritikus állapotkondíciókat

$$T^* = \frac{T}{T_k} \quad p^* = \frac{p}{p_k} \quad V^* = \frac{V}{V_k}$$

Ezzel a valódi állapotegyenlet:

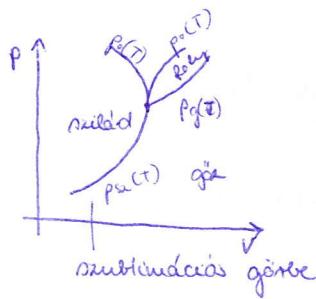
$$\left(p^* + \frac{3}{V^*^2}\right)\left(V^* - \frac{1}{3}\right) = \frac{2}{3}T^* \quad \text{univerzális állapotegyenlet}$$

Megfelelő állapotok tételle:

(1) és (2) anyag egymáshoz megfelelő állapotban van, ha

$$T_1^* = T_2^* \quad i \quad p_1^* = p_2^* \quad i \quad V_1^* = V_2^*$$

3. szublimáció



a hőmérsékletben mindkét fázis egyszerűen lehetséges

Példák, kisebbítések:

párologás: vágóz: $p_g = 1 \text{ bar}$ $T_g = 100^\circ\text{C}$

$p_g = 20 \text{ mbar}$ $T = 20^\circ\text{C}$

szubl.: $p > 1 \text{ bar}$ $T > 100^\circ\text{C}$

Pabs: $p \approx 125 \text{ bar}$ $T \approx 300^\circ\text{C}$

LPG (liquefied petroleum gas, propan - bután)

$T_k = 96^\circ\text{C}$ szabályozás nélkül cseppfolyás

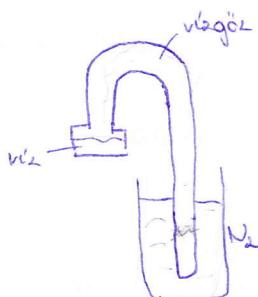
$p_k = 30 \text{ bar}$

CNG: (compressed natural gas, CH₄)

$T_k = -82^\circ\text{C}$

szabályozás nélkül nem lesz cseppfolyás

$p_k = 45 \text{ bar}$



kerektor:

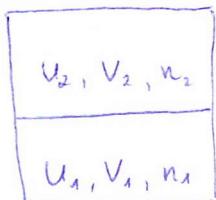
tapasztalat: a fentie tartalékban lévő víz megfagy

magyarázat: akogy hűtjük az alsó részt, a víz lecsapódik, a fentie víz elkezd párologni, ~~víz fölött~~ ez köt vesz el, a víz megfagy

A fázisegyenlőség feltételei, a Clausius-Clapeyron egyenlet. Első és másodrendű fázisátalakulások.

A fázisegyenlőség feltételei

azoldott rendszer



$$U = U_1 + U_2 = \text{all.}$$

$$V = V_1 + V_2 = \text{all.}$$

$$n = n_1 + n_2 = \text{all.}$$

egyenlőség feltétele:

$$S = \max \Rightarrow dS = 0$$

$$S = S_1(U_1, V_1, n_1) + S_2(U_2, V_2, n_2)$$

Hat változó, de csak közön a függőleg

$$dU_1 = -dU_2$$

$$dV_1 = -dV_2$$

$$dn_1 = -dn_2$$

innen

$$dS(U, V, n, U_1, V_1, n_1) = \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1} \right)_{V_1, n_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{n_2, V_2} \right] dU_1 + \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial V_1} \right)_{U_1, n_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial V_2} \right)_{U_2, n_2} \right] dV_1 + \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial n_1} \right)_{V_1, U_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial n_2} \right)_{V_2, U_2} \right] dn_1$$

Működik egymással külön-külön nullaval kell lennie.

$$\left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1} \right)_{V_1, n_1} = \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{V_2, n_2} \quad \left(\frac{\partial S_1}{\partial V_1} \right)_{U_1, n_1} = \left(\frac{\partial S_2}{\partial V_2} \right)_{U_2, n_2} \quad \left(\frac{\partial S_1}{\partial n_1} \right)_{V_1, U_1} = \left(\frac{\partial S_2}{\partial n_2} \right)_{V_2, U_2}$$

Fundamentális egyenletsből

$$dS = \frac{1}{T} (dU + pdV - \mu dn)$$

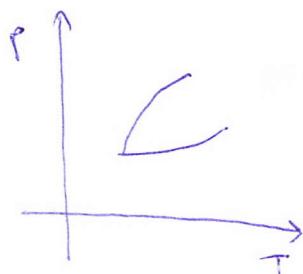
$$T_1 = T_2; \quad p_1 = p_2; \quad \mu_1 = \mu_2$$

$$\frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2}; \quad \frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}; \quad \frac{\mu_1}{T_1} = \frac{\mu_2}{T_2}$$

Egyenlőségen a két fázisban az intenzív állapotjelzők arányosak.

Fázisdiagram a Clausius-Clapeyron egyenlet

fázishatáron $p_1 = p_2; T_1 = T_2$ és $\mu_1(T, p) = \mu_2(T, p)$



a fázisgörbék oszt értéke van,

a görbén $\mu_1 = \mu_2$

Deriváljuk a $\mu_1(p, T) = \mu_2(p, T)$ egyenletet T-re! (nem intuitív)

$$\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial p}\right)_T \frac{dp}{dT} + \left(\frac{\partial \mu_1}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial p}\right)_T \frac{dp}{dT} + \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial T}\right)_p$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial T}\right)_p - \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial \mu_2}{\partial p}\right)_T - \left(\frac{\partial \mu_1}{\partial p}\right)_T}$$

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_{p,n} = -\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_{T,p} = -S_M \triangleq \frac{S}{n}$$

$$dU = TdS - pdV + \mu dn$$

$$dG = -SdT + Vdp + \mu dn$$

moláris entropia

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_{T,n} = -\left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{T,p} = V_M = \frac{V}{n}$$

Ilyen a Clausius - Clapeyron egyenlet:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_{M_2} - S_{M_1}}{V_{M_2} - V_{M_1}}$$

fázisátalakulási:

$$\Delta S_{M_{1,2}} = S_{M_2} - S_{M_1} = \frac{Q_{M_{1,2}}}{T}$$

Clapeyron - egyenlet:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q_{M_{1,2}}}{T(V_{M_2} - V_{M_1})}$$

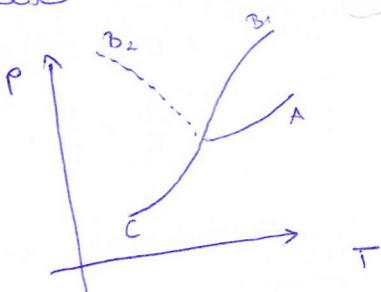
a térfogatigrás és a
származó hő mennyisége

A Clausius - Clapeyron egyenlet megalakításának elvilegese

A: folyékony \rightarrow gáz átmenet

$$V_{M_2} \ll V_{M_1} \quad Q_{M_{1,2}} > 0$$

$$\frac{dp}{dT} > 0 \quad \text{nincs színváltozás}$$



B1: szilárd \rightarrow folyékony átmenet, normális amag

$$Q_{M_{1,2}} > 0$$

$V_{M_2} < V_{M_1}$ $\frac{dp}{dT} > 0$ nagy színváltozás

B2: szilárd \rightarrow folyékony átmenet, anomális amag

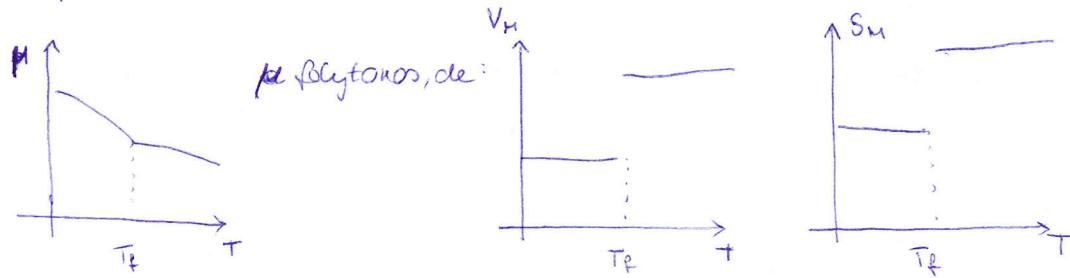
$$V_{M_2} > V_{M_1} \quad \frac{dp}{dT} < 0$$

C: szilárd \rightarrow gáz átmenet

$$V_x \ll V_{M_1} \quad \frac{dp}{dT} > 0 \quad \text{nincs színváltozás}$$

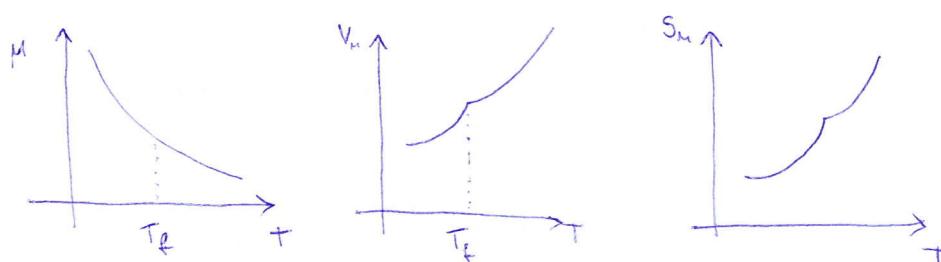
15. Fázisállapotok és osztályozása

Elsőrendű fázisállapotok:



Fázisállapotának a térfogatban és entrópiában ugrikessé változása

Másodrendű (folytonos) fázisállapotok:



a másodrendű derivatek tekint

$$\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2}\right)_p \text{ és } \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial p^2}\right)_T \text{ ugrik}$$

Mérhető fizikai mennyiségek ugrikessé változása

$$\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2}\right)_p = \left(\frac{\partial S_H}{\partial T}\right)_p = - \left(\frac{\partial S_H}{\partial H}\right)_p \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = - \frac{C_p}{T} \quad C_p \text{ ugrik}$$

$$dS = \frac{1}{T}(dU + pdV)$$

$$dS = \frac{1}{T}(dT - Vdp)$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial H}\right)_p = \frac{1}{T \cdot n}$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = - \frac{C_p}{T} \cdot n$$

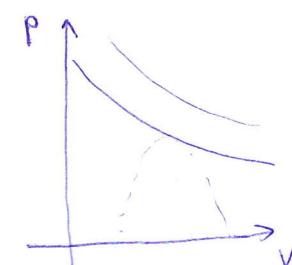
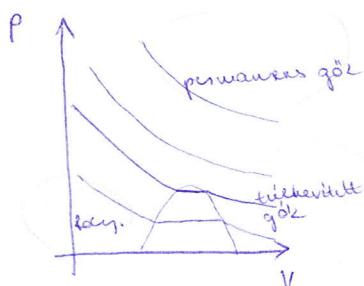
$$\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial p^2}\right)_T = \left(\frac{\partial V_H}{\partial p}\right)_T = - \frac{1}{n} \cdot V \cdot K_T \quad K_T \text{ ugrik}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T \partial p}\right)_p = \left(\frac{\partial V_H}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{n} \cdot \beta_p \quad \beta_p \text{ ugrik}$$

$$dG = -SdT - Vdp$$

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

Másodrendű fázisállapotokhoz a Clausius-Clapeyron egyenletek nincs értelme



másodrendű fázisállapotokhoz:

$$\Delta V_M = 0$$

az átmennet a kritikus ponton

A kvantummechanika alapjai. Hőmérsékleti sugárás, foto- és Compton-effektus.

Feketeteret - sugárzás:

- Kirchhoff meghigyeletek: az anyagok elnyelése és lesugárása összefügg (absorpció) (emisszió)
az anyag sugárzási termelés egységeiben van az összefüggelvel

emisszió

$$\frac{e(\nu, T)}{a(\nu, T)} = u(\nu, T)$$

absorpció

$u(\nu, T)$ universális függvény minden anyagra (Kirchhoff állítása)

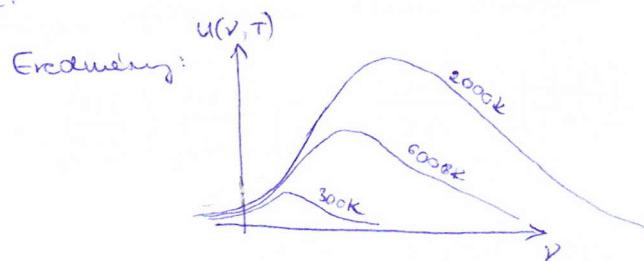
- Abszolút feketeteret koncepcija

$$a(\nu, T) = 1 \quad \text{ minden sugárzást elnyel}$$

a teljesítményespektrum:

$$e(\nu, T) = u(\nu, T) \rightarrow \text{meg kell megni a teljesítményt}$$

közöltségi a feketeterre:



az eredménye
elmelettervezés

Stepan-Boltzmann törvény:

$$\int u(\nu, T) d\nu = \sigma \cdot T^4$$

for Stefan-Boltzmann állandó

Wien-féle eltolódási törvény:

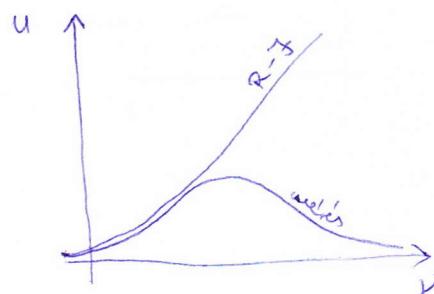
$$\frac{\lambda_{\max}}{T} = \text{const.}$$

- Elmeleti problémák: Rayleigh-Jeans: a Maxwell-egyenletek alapján

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi}{c^5} k_B \nu^2 T$$

$$U \sim \nu^2$$

bes frekvenciára nőik,
nagy frekvenciára
ultrahang-katasztrófa



• Planck: jól empirikus illesztés

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{\hbar\nu}{k_B T}} - 1}$$

Planck-féle sugárzási törvény:

az üregben összelltődő valamennyi termikus egységekhez, (atomok rezgése)

Csak $\hbar \cdot \nu$ deszertit energiaadagot tudnak elengedni és leadni

nagy kisugárzás:

$\hbar\nu \leq k_B T$ esetén (nagyfrekvencia's levágás)

\hbar : Planck-állandó (illesztési konstans)

Planck sugárzási törvényt derivedjük \rightarrow Wien

integráljuk \rightarrow Stefan-Boltzmann

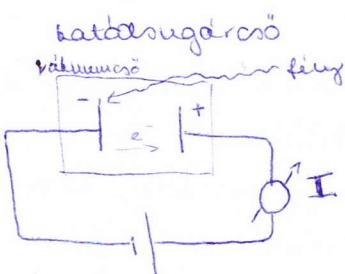
$\nu \rightarrow 0$ esetén

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} u(\nu, T) = \lim_{\nu \rightarrow 0} \frac{8\pi}{c^3} \frac{\hbar\nu^3 k_B T}{\hbar\nu} = \frac{8\pi}{c^3} \frac{k_B T}{\hbar}$$

$$e^{\frac{\hbar\nu}{k_B T}} - 1 \approx \frac{\hbar\nu}{k_B T}$$

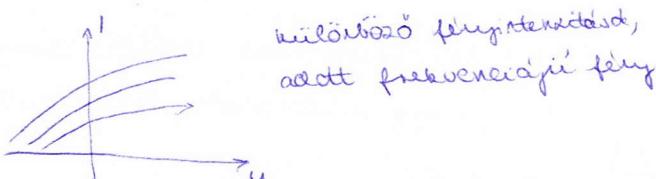
a Rayleigh-Jeans-t követi viszont

Fény-anyag töltönkötés (fotoeffektus)



fény hatásra a szabadon elektronok lepülnek ki

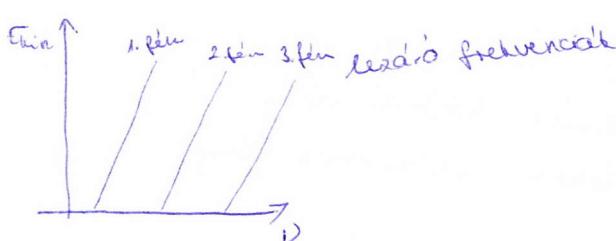
Eredmények



$$E = h \cdot \nu \quad (\text{Einstein-Planck})$$

$$E = p \cdot c \quad (\text{nagycselekvés relativityelmélet})$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$



Foton: Compton-kísérlet:

$$\lambda_{\text{Compton}} = \frac{h}{m_e c}$$

dejau, mint c sebességű elektron hullámhossza

Atommodellök, a Rutherford-féle szórású kísérlet, a Bohr-modell és a Franck-Hertz kísérlet

Thomson-féle atommodell:

előzmények {
 $\frac{e}{m}$ kísérlet (folyagos töltés) (előtte feljedezik
 e⁻ töltése (Millikan) \Rightarrow az elektron negatívan töltött,
 részecskék tömegü

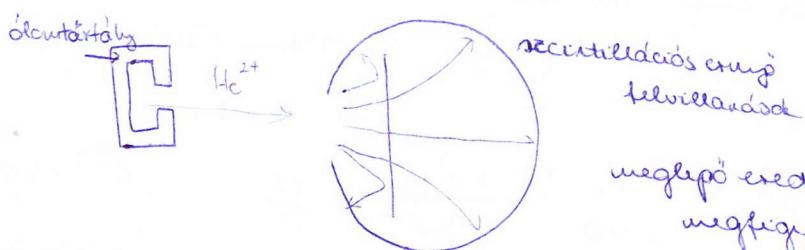
szilárdpudding-modell



a negatív ~~elektronok~~ elektronok a pozitív „puddingban”
 egyenletesen helyezkednek el, így biztosított az
 atom semlegessége

Rutherford-féle atommodell:

* Rutherford-féle szórású kísérlet



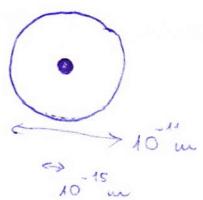
Braggel korábban, 1896-ban
 feljedezte a radioaktív sugárzást

megalapozó eredmény:

megfigyeltetek viszonyról is

„olyan, mintha tükrőzési lövedékek
 papírlapon viszavezetének”

* Rutherford-féle atommodell (1911)



az atommagban van a tömeg nagy része
 99,99% - mi tömeg

a tömeg 12 negatíven töltéssel nagyobb, mint
 a neutrón tömege

Bohr-féle atommodell

* Rydberg: vonalas növekvő kísérlet: összefüggéstet talált elmagt

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad R, n_1, n_2 \in \mathbb{Z}^+$$

R: Rydberg-állandó

$n_1 = 1$ $n_2 = 2, \dots, \infty$ Lyman: ultraviolett fény

$n_1 = 2$ $n_2 = 3, \dots, \infty$ Balmer: látható fény

$n_1 = 3$ $n_2 = 4, \dots, \infty$ Paschen: infravörös fény

- az atomi röntgensorok problémái:

"berügő" elektron gyorsulva mozog

→ Maxwell alapján sugárosna lenne

→ folytonos spektrumra lenne

- ad-hoc leírások:

- gyorsulva nem sugározza az elektron az atomban

- amikor két delapot köt előre a törések az elektron, akkor becsát ki vagy megelőzi el felfüggetlenül

- csak meghatározott pályáról jöhetnek létre

$$L = n \cdot \hbar \quad \hbar = \frac{n}{2\pi}$$

L : impulsusmomentum

- a hidrogén Bohr-modellje:



$$\text{körpálya: } \frac{m_0 v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} \quad m_0 v r = n \cdot \hbar$$

$$r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_0 v^2}$$

neny negatív,
nem csal

$$v = \frac{n\hbar}{m_0 r} = \frac{n\hbar}{m_0 e^2} \cdot \frac{4\pi\epsilon_0 m_0 v^2}{m_0 e^2} \quad v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{n \cdot \hbar} \quad v \propto \frac{1}{n}$$

$$\text{Legyen } L = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \sim \frac{1}{137} \text{ dimenzióltlan} \quad \text{menyiség}$$

$$\text{Ezzel: } v_n = \frac{L \cdot c}{n}$$

$$[\alpha] = \frac{A^2 s^2 V m S}{A s V A s^2 m}$$

$$r_n = \frac{\alpha \cdot \hbar c n^2}{m_0 e^2 c^2} = n^2 \frac{\alpha}{m_0 c} \cdot \frac{1}{\alpha} = n^2 \cdot \alpha$$

Bohr-sugár $\approx 5 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 0,5 \text{ Å}$

Energia:

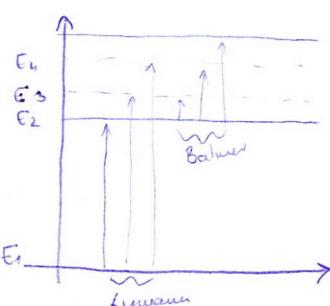
$$E_n = \frac{1}{2} m_0 v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 n r_n} = \frac{L}{2} m_0 \frac{\alpha^2 c^2}{n^2} - \frac{\alpha^2 c \cdot \alpha \cdot m_0 \cdot c}{n^2 \cdot \hbar} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n^2} \cdot \alpha^2 m_0 c^2$$

$$E_1 = -13,6 \text{ eV Rydberg-állandó}$$

E_0 : ég megállni energiaja

$$E_0 = 511 \text{ keV}$$

$$1 \text{ Ry} = 13,6 \text{ eV}$$

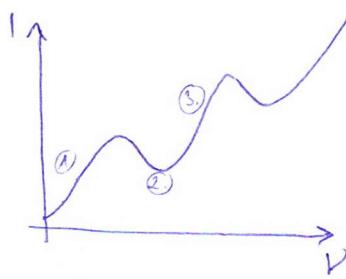
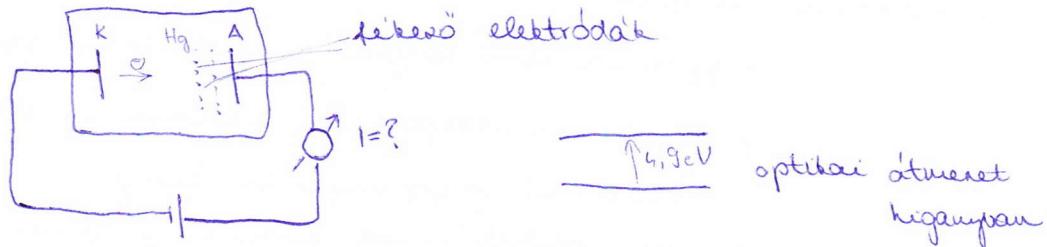


$$E_2 = \frac{1}{4} E_1$$

elengedével nisszaadja a Rydberg-összefüggést

Frank - Hertz kísérlet:

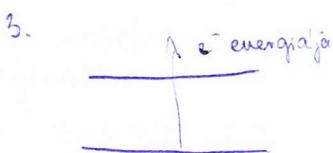
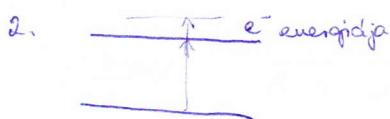
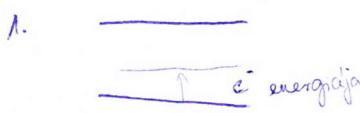
- eddig folykibocsátást visszáltunk, ahol magyaráztuk
- ott vanak-e valóban az energiaszintek
- a gerjesztés mechanikai úton ugynak-e, mint a felvágé



1. normális áthöökés:
∅ elektronáthatás

2. negatívátlan áthöökés:
az elektron nem jut el az anódra
 \rightarrow az anódra csökken

3. áthöökés, de átjut a felváros elektroddához
 \rightarrow többszörös áthöökés



Az elektronáthatások valóban ott vannak, az elektronok mechanikailag is gerjeszthetők.

A részecské-hullátmérőt kötösség, a
Dawisson-Germer kísérlet

de Broglie-Bohr modell

$$\text{fotonra tudjuk: } \lambda = \frac{h}{p}$$

Légyen ez igaz az elektronra is!

(minden anyagra igaz)

az elektron is lehet egyszerre
részecské és hullátmérőtű is
„részecské-hullám dualitás”

Ha ez igaz, akkor az elektron gyorsítva:

$$\frac{1}{2} m_0 v^2 = e \cdot U \rightarrow p = \sqrt{2m_0 e U} \rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_0 e U}}$$

de Broglie-Bohr modell

elektron perdulata

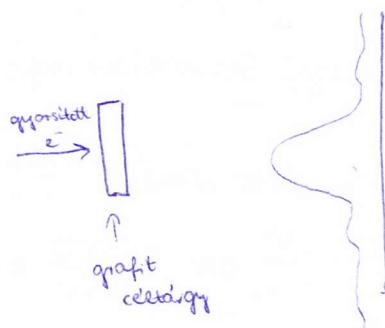
$$L = nh$$

$$p\pi = nh \quad \frac{h\pi}{\lambda} = nh \rightarrow n\lambda = 2\pi r$$

elektronmikroszkóp

az elektron által hullámhosszát
van jelen az atomban

Thomson - Dawisson - Germer kísérlet



olyan interferenciabőp jelensége meg,
mint fény és optikai idő esetén

az elektronok interferenciája → hullámtüket
viselkednek
hosszabb hullámhoz → jobban elterül
nagyobb gyorsító feszültséggel → hosszabb vastagaból
vörös

A hullámfüggelék fogalma, határozatlanúsági relációk. Az időfüggő és a stacionárius Schrödinger-egyenlet

1920-as évek:

- az elektronok hullámtípusére vonatkozó ^{egyenlet} → hullámfüggelék kell nevezni
- a megoldásoknak legyen fizikai tartalma
(a hullámfüggelék természetét nézve)

Schrödinger-egyenlet

Feynmann: a Schrödinger-egyenlet nem levezethető, Schrödinger fejéből pattant ki

motiváció: az elektron legyen anyaghullám

$$1D: \Psi(x, t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)}$$

$$3D: \Psi(r, t) = A \cdot e^{i(kr - \omega t)}$$

$$E = \hbar \omega$$

$$p = \frac{\hbar}{\lambda} = \hbar k$$

1D-ban, klasszikusan

$$E = \frac{p^2}{2m_0} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$$

$$\Psi E = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

$$\omega = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i\omega \Psi \quad \text{és} \quad E = \hbar \omega$$

$$\frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial x} = ik \cdot \Psi(x, t)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

időfüggő Schrödinger-egyenlet

3D-ban:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \Psi$$

energia dimenziójú minden oldal

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \Psi \quad \text{vagy} \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = c^2 \Delta \Psi$$

Stacionárius Schrödinger-egyenlet

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \phi + V(r) \phi = E \phi$$

$$\Psi(\vec{r}, t) = e^{\frac{i}{\hbar} Et} \phi(\vec{r})$$

(a 4-sel keresztül az időfüggő tagot)

klasszikus hullámegeletek

Born:

fizikai tartalom $|\Psi|^2$ -ra: a részecskék megtalálási valószínűsége egységesen

$$\int |\Psi|^2 = 1$$

nincs töre

Heisenberg-féle határozatlanúsági elv

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$$

\rightarrow helyszíntartalék
impulzustartalék

példa: elektron: végtelen rökhullám

$$\Psi \sim e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\Delta x \approx \infty$$

$$\Delta p = 0$$