

2016.
09.06.

Simon Ferenc (teger)

- szöbeli vizsga - 2-tétel (1 szabván, 1 vázolt)
- 2 db ZH! 9. és 14. héten
 - 7. héttig kb 1.2H
 - pötös: pötös
- 6 db kisZH gyakor!
- Jegyzet: FIZIPEDIA

1. hétt

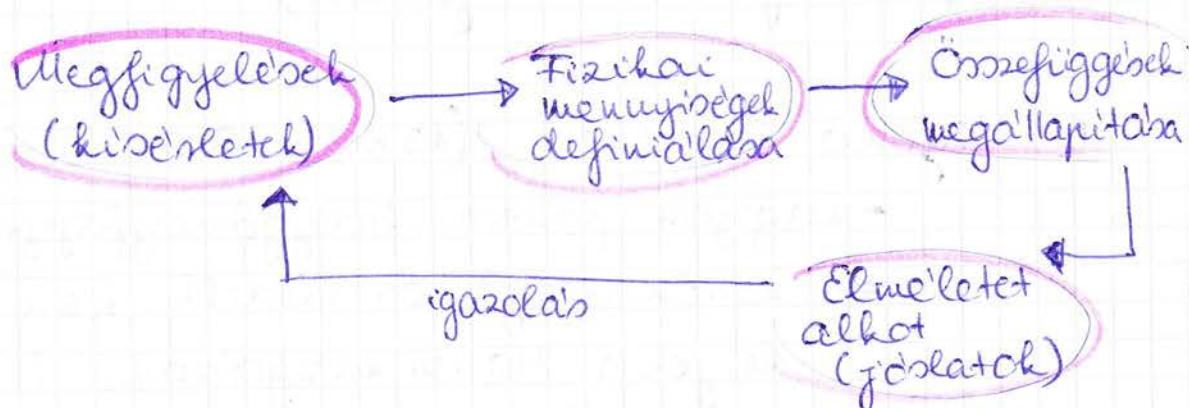
3 pötösök
előző órai feladatból kl.

A tudományos megismertségi folyamata

KÖNYV
A tudományos
fondalaktak
szerkezete

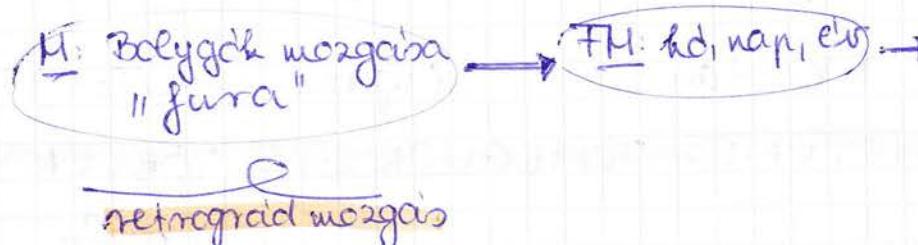
Skymap

- Lásd: Simonyi K: Fizika kultúrtörténete



- Paradigmaváltás (Thomas Kuhn)
 - elme'letben ^{teljesen} nagy új szemlélet / elme'let
- Komplexitás = új elme'let tartalmazza a régit katalízisekkel.

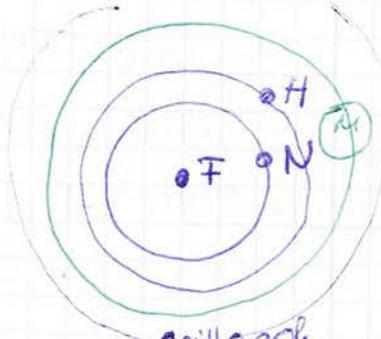
Példa: Távégvonalas-törvénye



E: Ptolemaiosz (Kr.e. 4. sz.)

GEOCENTRIKUS VILÁGKÉP

Mars : körön mozgó körön
mozog



csillagok

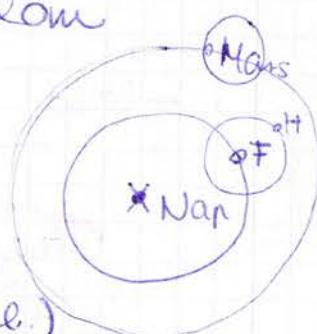
E: 1610 - technikai fejlődés, jól megfigyelés
Galilei - talácsó

- Jupiter holdjai (mini Naprendszer)
- Vénusz fázisváltozásai (~Hold)
↳ Nap körül kerül

E: 1610 : Kopernikuszi forradalom

HELIOPCENTRIC VILÁGKÉP

(paradigmaváltást jelentett)



E: Tycho Brache (1580 - 1605 ke.)

- nagyon pontos bolygómegfigyelések
- ⇒ körön mozgó kör modell nem írja le jól a Marsi mozgásait !

- új elm:

(kezdeti többnyoldali, több sek paraméter)

E: 1609 -
1616 Kepler

- ellipszispályák (Marsnak nagy az ellipticitása)
- Kepler-törvények
↳ jelenséget leírók (fennmérőlogikus leírás)

E: 1680 Newton (igazi elmelet)

- EGYETEMES TÖMEGUONZAI'S TÖRVÉNYE

$$\sim \frac{1}{r^2}$$

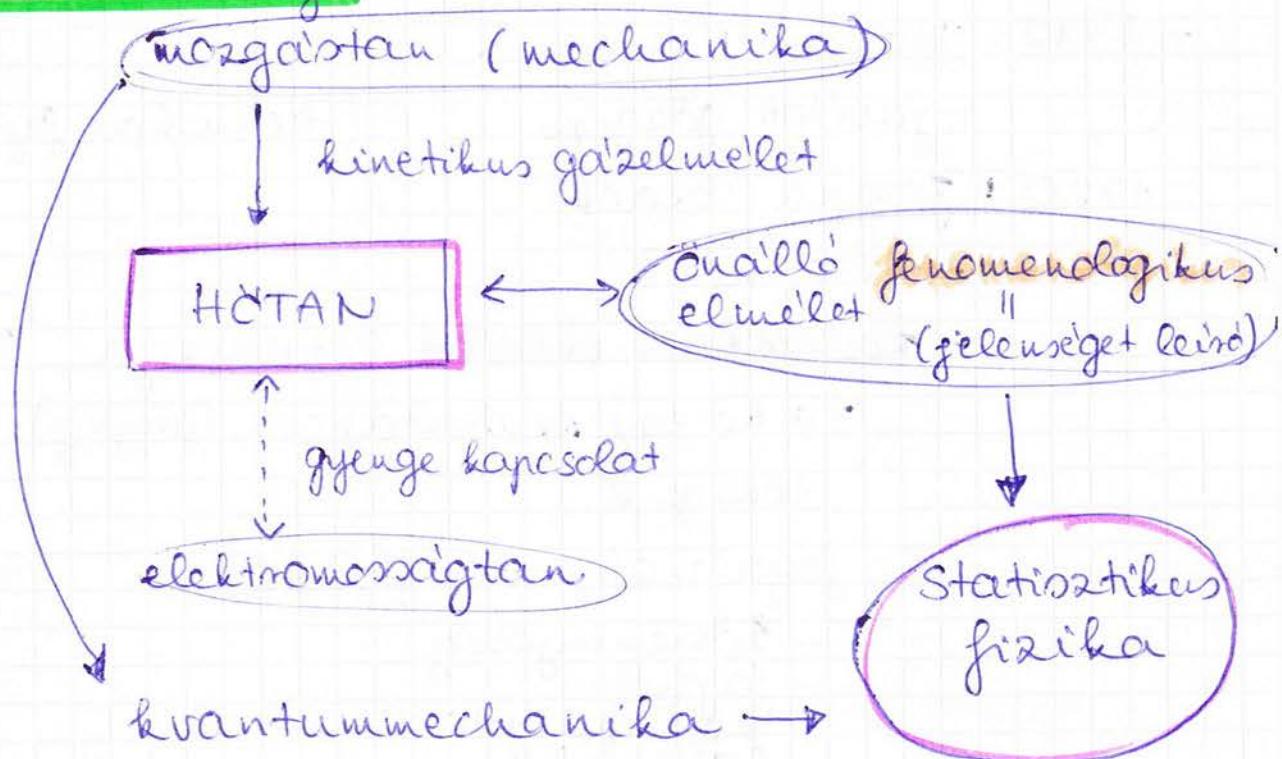
HÖTAN / TERMODINAMIKA

1. lelt

Kiérte tanuljuk?

- fizika fejlődés-történetében fontos szerep
- modern fizikai gondolkodást bemutatja
- hétköznapi életben fontos
- kísérleti fizika módszertanát özemlélte
- modern koncepták pl: entropia (Univerzum)
- műszaki és biophysikai folyamatok megértése
- kelemen fog készítés pl: statisztikus fizika Szilárd-test fizika

Hötan helye:



Hőtan története:

(vizsgán nevez)

- 1650: Otto von Guenche → első vákuum
- ca'falta Aristotelész: természet vákuum-tel intézik
- 1656: Robert Boyle
 - önmegfiggés a gázok nyomására, tel fogata, hőmérséklete között
- 1679: Denis Papin (Boyle tanítvány)
 - kúkta
- 1697: Thomas Savery
 - első gőzgép (kúkta szerepében)
- 1712: Thomas Newcomen
 - javított gőzgép (technikai fejlődés)
- 1720: Joseph Black
 - mi a hő?
 - kalorikum elmélet leírására (100 évig)
 - = a hő egy szubstancia (anyag), tömege \propto
 - új fogalmak, megyeségek:
 - hőmennyiségek
 - fajhő
 - hőkapacitás
 - latenshő
 - haldmás
- 1798: Count Rumford
 - a gyűrűsövek fúrásakor hő keletkezik mechanikai munka → hővel alakul
 - KINETIKUS ELMÉLET
 - reeszektek mérgezésére

2016.
09.06

- kinetikus elm: a hő a részecskek
mechanikai energiája (kinet + potenc)

1. hét

(James Watt: Black tanítványa)

- 1824: Sadi Carnot
- modern hőtan (II. félélet)

- 1841: James Joule
- Joule-kísérlet (I. félélet igazi megalapozás)

- 1850: Rudolf Clausius:
- kalorikum és a kinetikus elmélet
ekuivalens, ha a kalorikum megmaradá-
sával az energiamegmaradással
helyettesítjük

- 1860: STATISZTIKUS TERMODINAMIKA

- Maxwell
- Boltzmann (entropia)
- Planck (III. félélet)
- Clausius
- Gibbs (canonikai)

Euklidosz: hőmérseblek

- hétköznapi fogalom
- hőmérseblek és hőmennyiségek NEM azonos

pl: lang
melegebb

meleg
vasdarab

„melegebb”

pl: vízbe raktva egyből
elforralja

„több venne a hő”

Tapasztalatok:

- adott környezetben a testek hőmérseblek allandó
- elminthető testek hőmérsebletei azonos lesz.
- a fizikai tulajdonságok (hossz, súlméretek, halm.áll, szín stb...) függ a hőmérseblettől.

Termikus egyeensúly tranzitív:



és.



termikus
egyeensúly

termikus
egyeensúly

következik:



term. egyens.

= HÖTAN O. FÖTTÉTELE

Ezért lehet ún. euklidosz hőmérseblek - skálát megadni.

Axiom:

- mérnendő tulajdonság
- skálázhatóság (pl: lineáris méret)
- egység
- nullapont

2016.
09.06.

- pl: Celsius-skála

pl:
- Hg hossza
- lineáris skálatervezet

- nullapont: olvadó víz + jég keverék
- egység: 100°C = a saját gözeivel
egyeensúlyban leíródó víz + jég adomány
- NYOMÁS! adott nyomásra (ma 10^5 Pa)

$x(t)$: higany hossza adott hőműs. -en

$$t(^{\circ}\text{C}) = \frac{x(t) - x_0}{x_f - x_0} \cdot 100$$

$$\left| \begin{array}{l} x_0 = \text{Hg hossza } 0^{\circ}\text{C}-on \\ x_f = \text{Hg hossza folyadékkal leírt } t^{\circ}\text{C-nél} \end{array} \right.$$

- Ideális gáz hőmérseketi skála

$$[pV = nRT] \quad (\text{egyesített gáztörvény})$$

n = anyag mennyisége (móle) !

R = gazálásra

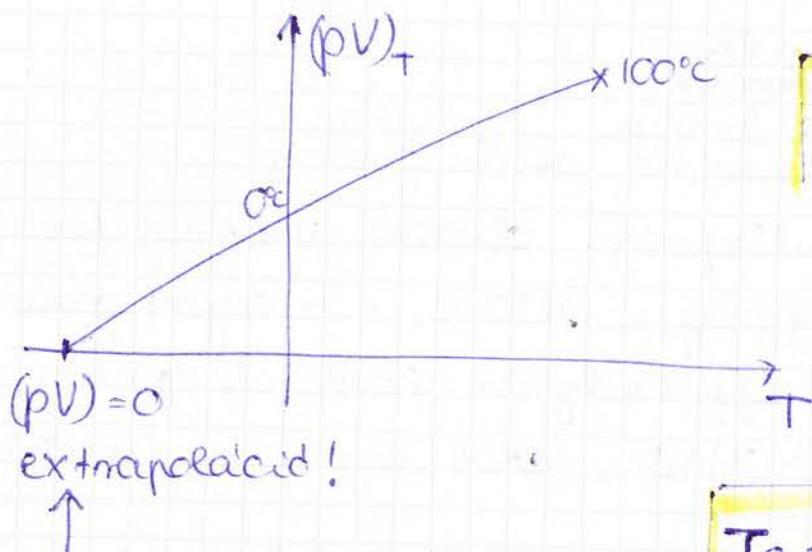
$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}}$$

$$pV = [J]$$

- $p \cdot V$ a mérendő mennyisége
 $(p \cdot V)_T$ adott T hőmérseketen

- megyük $(pV)_f$ és $(pV)_0$
 $f = 100^{\circ}\text{C}$ $0 = 0^{\circ}\text{C}$

$$R = \frac{(pV)_f - (pV)_0}{n \cdot 100} \quad \text{mérhető}$$



Skála
NULLAPONTJA

$$T_0 = \frac{(pV)_0}{nR}$$

elvadult $n/2$ -jeig
keverékre

$$T_0 = \frac{100 \cdot (pV)_0}{(pV)_f - (pV)_0}$$

$$T_0 = 273,15 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$$

Kelvin-skála

$$T(K) = t(^{\circ}\text{C}) + 273,15$$

Megj.: Az ideális gáztörvény csak leghönböző nyomásban működik, ezért a hőmérőkkel kötött jól közelítés.

Megj.: 0 K nem érhető el.

Megj.: lesz majd 273,16 K (vagy 3-maspanthoz)

2016.
09.06.

Kinetikus gázelmélet

Feltevések:

- részecskék kis gömbök.

1. felt

$$d \ll l$$

↑ átmérő

Szabad üthossz = 2 üthözés között
átl. megtett út.

- minden üthözés rugalmas

pl: nincs gerjesztés + finy libocsatás → pl: gázhoz
leszcsök.

- nincs meghülönböztetett irány
- mozgás rendezetlen

Létraik:

!

- 6 dimenziós fázisterület

(hely + sebességvektor)

- \underline{r} : helyvektor
- \underline{v} : sebességvektor
- elemi térfogat: $[x, x+dx]$

$$[v_x, v_x+dv_x]$$

$$[y, y+dy]$$

$$[v_y, v_y+dv_y]$$

$$[z, z+dz]$$

$$[v_z, v_z+dv_z]$$

- N db részecské

$dN = \text{elemi térfogatban levő részecskék száma}$

def:
$$\frac{dN}{N} \triangleq f(x, \underline{v}, t) \cdot dv_x \cdot dv_y \cdot dv_z \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

↳ **sűrűségfüggvény** $\frac{dN}{dV}$
(adott helyen mennyi?, adott v -ben mennyi?)

$dV = \text{elemi fázistér fogat}$

$$\boxed{\int f(x, \underline{v}, t) dV = 1}$$

teljes fázistér fogatba

- Adott fizikai mennyiségek $q(r, v, t)$
 (pl. sebesség, hely)
áttagértéke: (várhatald értéke):

$$\bar{q} = \int q(r, v, t) \cdot f(r, v, t) \cdot d\tau$$

teljes
fázisrétege

1. het

$$\frac{dN}{N} = f(r, v, t) \cdot d\tau$$

d\tau = elemi fázis-
rétegfogat

sűrűségszögfüggvény (skalar)

2. het

2016.
09.13.

$$\hookrightarrow \int f(r, v, t) d\tau = 1 \quad (\text{normalizálás})$$

↑ ↗
 teljes rendszere jell. & info beav.
 fázisrétege van.

\hookrightarrow pl: q : fizikai mennyiségek (q pl. $|v|$)
 akkor q : átlag (várhatald) értéke:

$$\bar{q} = \int q(r, v, t) \cdot f(r, v, t) d\tau$$

↑
 teljes
fázisréteg

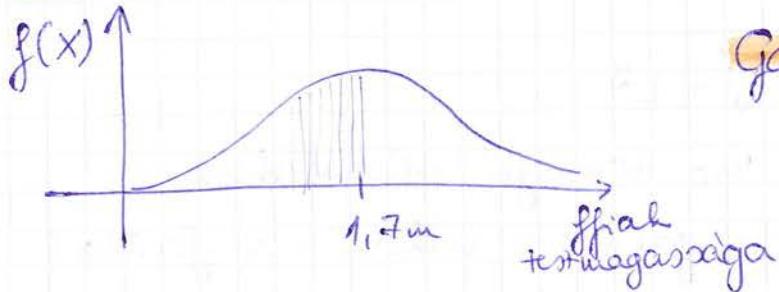
Várhatald értékek vs. sűrűségszögfüggvény:

pl: gátték dobbanásával, $\begin{matrix} 6-0 \\ 1-5 \end{matrix} \rightarrow 6$ ft nyeres
 $\rightarrow 1$ ft -ot vesztünk

$$\sum p_i x_i = \frac{1}{6} \cdot 6 - \frac{5}{6} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$$

x_i : diskret valószínűségi változó

2016.
09.12. pl: X : folytonos valószínűségi változó



Gauss-görbe.

2. hét

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1$$

$f(x)$ = az x folytonos valószínűségi változó
sűrűséghügve nyújthat nevezik.

$$\bar{x} = \int_0^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

$$\sigma^2 = \int x^2 f(x) dx - \left[\int x f(x) dx \right]^2$$

Statisztika: $\bar{x} = \langle x \rangle$

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

pl: diskrekt pl: $x = 0, 1$ $\bar{x} = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$

$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ \text{faj} & \text{írás} \end{matrix}$

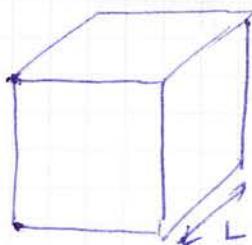
$$\bar{x^2} = \frac{1}{2} \cdot 0 + \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

x^2 variancia
elhelye

$$\bar{x}^2 = \frac{1}{4} \longrightarrow \sigma^2 = \frac{1}{4} = \bar{x^2} - \bar{x}^2$$

$\underbrace{\quad}_{\text{szórásnégyzet}}$

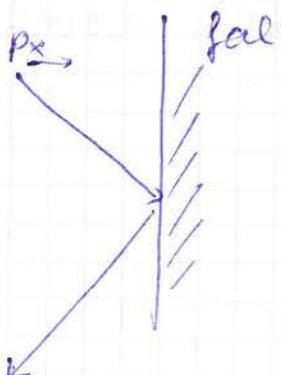
Nyomás a kinetikus gázelméletben



- $V = L^3$
- m_0 tömegű részecskék
- rugalmas ütközés a falal
- Δt időintervallum.

$$\Delta t = \frac{2L}{v_x} \quad ; \quad \underline{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

(nincs kitérített irány)



impulzusátadás a falnak:

$$\Delta p_x = 2m_0 v_x$$

→ egy részecskéből származó erő:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

falra
ható erő

(≈ közelítés, csalás:
nem összefügg, nem pillanatossági
szütték!)

$$F = \frac{2m_0 v_x}{2L/v_x} = \boxed{\frac{m_0 v_x^2}{L} = F}$$

→ a falra ható teljes erő:

$$F = N \cdot \frac{m_0 v_x^2}{L}$$

attól az összes részecskéből

nyomás:

$$P = \frac{F}{L^2} = N \cdot \frac{m_0 v_x^2}{L^3}$$

→ Pitagorasz tétel + nincs kitérített irány

2016.
09.13.

$$|\vec{v}|^2 = \bar{v_x}^2 + \bar{v_y}^2 + \bar{v_z}^2$$

$$\bar{v_x}^2 = \bar{v_y}^2 = \bar{v_z}^2$$

$$\bar{v_x}^2 = \frac{1}{3} \bar{v}^2$$

2. het

$$P = N \cdot m_0 \frac{\bar{v}^2}{3 L^3}$$

várható érték
várható érték
mikroszkopikus leírás
fenomenológikus vényeljésg (tudjuk mennyi)

$$n_v = \frac{N}{L^3} = \frac{N}{V} = \text{rövidítésben } \bar{n}$$

$\left[\frac{db}{m^3} = \frac{1}{m^3} \right]$

!

$$P = n_v \cdot m_0 \frac{\bar{v}^2}{3}$$

→ mozgási energia:

$$\bar{E}_m = \frac{1}{2} m_0 \bar{v}^2$$

= átlagos mozgási E

MIT
intenzív

$$P = \frac{2}{3} n_v \cdot \bar{E}_m$$

áttagolás

pl: gázkeverék esete m_{11}, m_{12}, \dots tömegül
különböző részecskék

DALTON - TÖRUE'NY

$$P = \sum p_i = \frac{2}{3} \sum n_{v,i} \cdot \bar{E}_{m,i}$$

-13- parciális gáznyomások összege

A. hőmérsekklet értelmezése

$$pV = nRT \quad \text{egyesített galaktómetria}$$

$$R = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

ill: $pV = N \cdot k_B T \leftarrow k_B \text{ definíciója}$

$k_B = \text{BOLTZMANN ÁLLANDÓ}$

vesd össze

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$p = \frac{h\nu}{3} \frac{m_0 v^2}{2} \Rightarrow pV = \frac{1}{3} N m_0 v^2 = \frac{2}{3} \bar{E}_m \cdot N$

\bar{E}_m : átlagos
átł. mozg E

T: empirikus hőm. (K)

$$\Rightarrow k_B T = \frac{2}{3} \bar{E}_m$$

Hőmérsekklet kinetikus értelmezése

$$\bar{E}_m = \frac{3}{2} k_B T$$

hőmérsekklet \leftrightarrow részecskék átlagos
sebességeivel vonatkozó
kapcsolatban

EKUIPARTÍCIÓ TÉTELE

equal (negyedik elosztószabály)

$$f = 3 = \text{SZABADSÁGI FOK} =$$

-az energia kifejezésében szereplő
négyzetes tagok száma

"a fizika van ahol
szintén minél több
elosztás van minél
nagyobb a széle +
folyékony a válogatás"

Tétel: ekip.

Az egy szabadsági fokra jutó átlagos energia: $\frac{1}{2} k_B T$.

- Megy:
- stat. fizikál le lesz vezetve
 - csak magas hőmérsékleten igaz ("szabadsági fokok kifagynak")
 - az energia egyenlően oszlik el a szabadsági fokokra.

Pé: 1 atomos gáz $f=3$, csak transzlációt végez (simu mozg.)

$$\text{2 atomos gáz } f = 3 + \begin{matrix} 2 \\ \uparrow \\ \text{transz.} \end{matrix} = 5 \quad \begin{matrix} \uparrow \\ \text{forg.} \end{matrix}$$

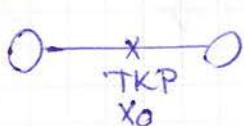
$$E_{\text{mechanikai}} = E_{\text{transzláció}} + \frac{1}{2} Q_1 w_1^2$$

$$+ \frac{1}{2} Q_2 w_2^2$$



2 atomos gáz forg + rezeg

$$f = 3 + \begin{matrix} 2 \\ \uparrow \\ \text{transz. forg} \end{matrix} + \begin{matrix} 2 \\ \uparrow \\ \text{rotáció} \end{matrix}$$



- x_0 -hoz képest rezeg: x

$$\boxed{\frac{1}{2} D x^2 + \frac{1}{2} m \dot{u}^2 = E_{\text{rezeg}}}$$

TKP-hoz
képesti sebesség

Szabadsági fokok:

- 2 atomos molekula esetben 2 független atom lenne: $f=6$ szfok, de a talvolság fix = -1 szabads. fok.

\rightarrow szintrendszer összes energiatartalma

Belső energia ideális gázban:

- = a tömegcentrikus összenergiaja.

$$U = N \cdot \bar{E}_m = \boxed{N \cdot \frac{f}{2} k_B T = U}$$

\rightarrow tökéletes gáz

Hőkapacitás

$$C = \frac{\partial Q}{\partial T} \left[\frac{J}{K} \right]$$

\rightarrow megnöjt kell korlát
 $n \cdot T \rightarrow +1 K$

ideális gázra: $U = U(T)$ csak T -re függ. !!

- ún. fajló leírás

FAJHÓ

$$C \triangleq \frac{dU}{dT} \quad \begin{array}{l} \text{= belső E. hőmérhetőségi} \\ \text{deriváltja} \end{array}$$

1.

$$C_v = \text{molek} = \text{allando fehágatlan vett}$$

\uparrow fajló

\rightarrow molamis
hőkapacitás
(= molekula)

$$C_V = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \quad \begin{array}{l} \text{vfix} \\ \text{vfix} \end{array}$$

- ideális gázra $pV = nRT = N k_B T$

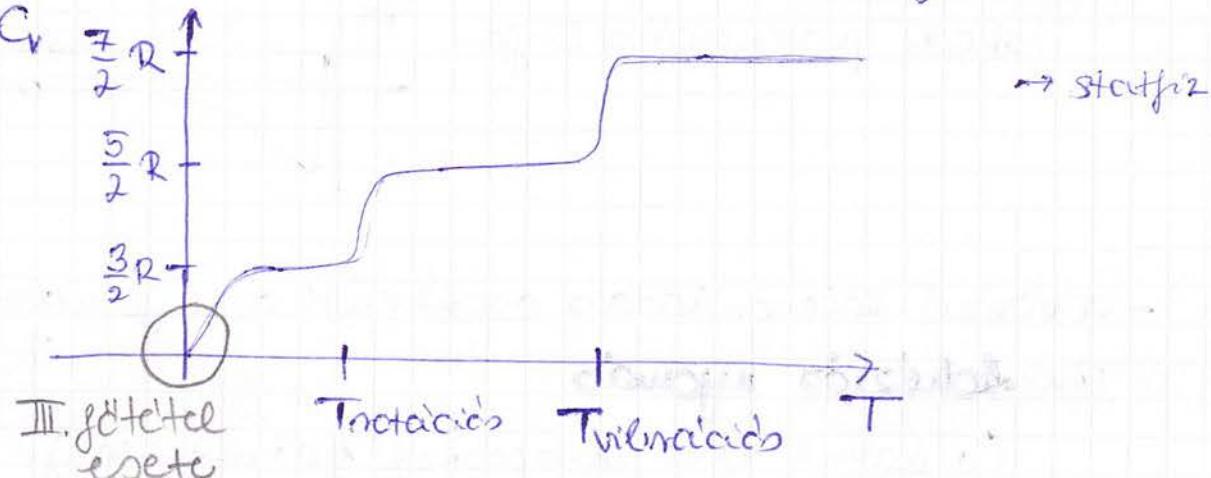
$$U = \frac{f}{2} \underbrace{N k_B T}_{nR} \quad \begin{array}{l} \text{devezetés} \end{array}$$

$$\rightarrow C_V = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \frac{f}{2} \cdot R$$

2016.
09.13.

- kísérlet 2 atomos molekulához állt gazra

2. hét



→ ekviparticiós magas hőmérőigaz

Realis gázok, van der Waals modell.

- 2.
- vander Waals: 1873 → 1910 Nobel-díj
 - "ideális gáz" + más empirikus paraméter

- !
- 1. részecskék környezetébe véges
 - 2. részecskék között kölcsönhatás van.
- ideális:
= 0
nincs

Motiváció: $p = \frac{nRT}{V}$. (ideális gáz)

- rendelkezésre állt térfogat,

$$V \rightarrow V - n \cdot b.$$

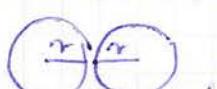
(ideális)

$n = \text{anyag-}$
 ennyisége
[mol]

$[m^3]$ kizárt térfogat

(empirikus paraméter)

- szemléltetés b-re:

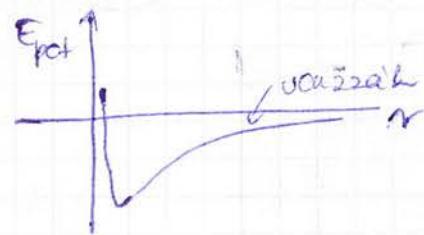


kizárt térfogat $\Rightarrow 2r$ sugarú gömb

$$\Rightarrow p = \frac{nRT}{V - nrb}$$

Koher: vanzó

koher potenciális E-já:



- a vanzó kölcsönhatás csökkeneti a nyomást, ún. **kohéziós nyomás**

(a hűtő leíró részecskék haltrahelizzal)



$$P = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

Probabilitás < 0

a: empirikus faktor

(=eredő nyomáskörök
cím mértéke)

$$\left(\frac{a}{V}\right)^2 = \left(\frac{N}{V}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{N_A}\right)^2 = n_V^2 \cdot \left(\frac{1}{N_A}\right)^2$$

részecskeszám-sűrűség
négyzete

Megj.: $n_V^2 \rightarrow$ "szab", így kijön

Motiváció: párnakölcönhatások vanak

sobajuk
 \rightarrow f^2 -tend
(szívés & állna
 \rightarrow n^2 -tel nő)

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)(V-nb) = nRT$$

+ vanzó
lk-h-old.
 \rightarrow P-kisebb

Y FONTE

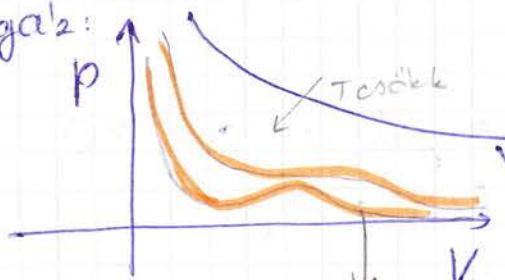
= **REALIS GÁZOK ÁLLAPOTEGYENLETE**

= van der Waals gázok áll.egyenlete

(a a & b anyagi minőségtől függő állandók)

2016.
09.13.

- ideális gáz:



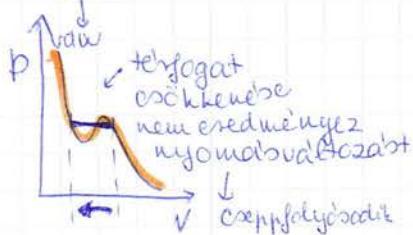
$$p(V) = \frac{nRT}{V}$$

$$\sim \frac{1}{V}$$

2. het

135.0!!
halm.
all.
vekt. -nál
meg ecx

- vdW gáz:



vdW gáz
(20 termelő)

ideális gáz
(izoterma) (136.0)

$$p(V) = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

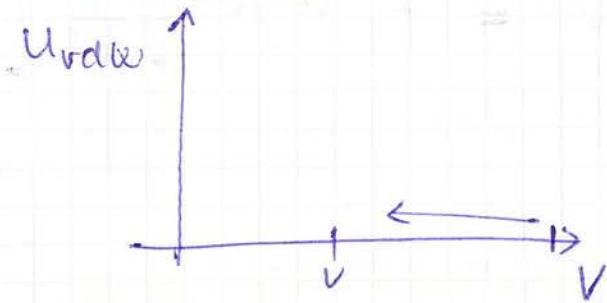
eladott hiperbola

new hiperbola

2.

vdW belső E-ja:

- munkafel



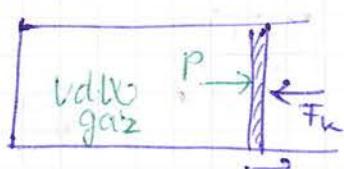
$$V = \infty \quad U_{vdW} = U_{id.}$$

↳ haszn. nem számít
már

$$U_{vdW}(V) - U_{vdW}(V=\infty) = \int_{V=\infty}^V dU = \int F ds$$

munkafel

- modell:



dU: elemi munkavégzés

F_k: külső erő

$$F_k = p \cdot A$$

$$dU = F_k \cdot ds = -p \cdot A \cdot ds =$$

külső
erők
munkaja

$$* = -p \cdot dV$$

Ha összenyomjuk: $d\omega > 0 \rightarrow dV < 0$
 ⇒ hől a \ominus jel

$$\boxed{d\omega = -p \cdot dV}$$

→ Ha a ga'z függe: $U_{\text{ga'z}} \rightarrow d\omega < 0$ és $dV > 0$

A hőle'zés nyomás munkavégzése:

$$P_{\text{hől}} = -\frac{an^2}{V^2} < 0$$

$$U(V) - U_{\text{id}} = - \int_{V=\infty}^V p_{\text{hől}}(V) dV' =$$

$$= \int_{\infty}^V \frac{an^2}{V^2} dV' = -an^2 \left[\frac{1}{V} \right]_{\infty}^V = \boxed{2}$$

$$= -\frac{an^2}{V}$$

$$\boxed{U_{vdW}(V) = U_{\text{id}} + \frac{an^2}{V} = \frac{1}{2} N k_B T - \frac{an^2}{V}}$$

fentő: $U_{vdW} \approx U(T, V)$ $\cdot V$ -től is függ

de: ideális ga'z $U(T)$

ezért fentő lez: $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ $V=\text{fix}$

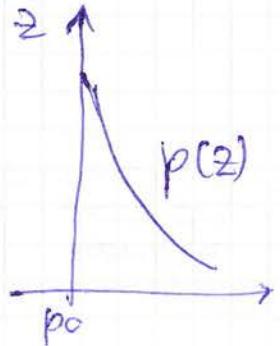
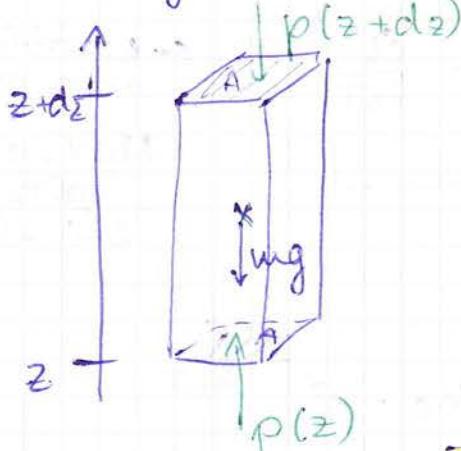
Megj. \ominus tag miatt elátszólag összealló nincs seppé,
 de a környezettel való hőcsh. és
 entropia megakadályozza

2016.
09.13.

Barometrikus magasságformula

- a levegő hőelőre: $T = \text{állandó}$
- tengervonalt feletti magasság = z
 $p(z) = ?$

- a leghörőbb hő eloszlását vizsgáljuk:



- $g = \text{állandó}$.

- mérgeles egyenlete:

$$m = \rho \cdot A \cdot dz$$

$$\sum F = 0$$

3.

lefelé p02:

$$p(z + dz) \cdot A - p(z) \cdot A + \rho g A \cdot dz = 0$$



sorfejtés:

$$p(z + dz) = p(z) + \frac{dp(z)}{dz} \cdot dz + O(dz^2)$$

$$\frac{dp(z)}{dz} \cdot dz \cdot A = - \rho \cdot g \cdot A \cdot dz$$

↓

$$\left[\frac{dp(z)}{dz} = - \rho(z) \cdot g \right] \text{ diff. egy.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho = \frac{m}{V} = \frac{N \cdot m_0}{V} = (\bar{n}_v \cdot m_0) \\ m_0: \text{térűrészke} \\ \text{fömeg} \end{array} \right.$$

$$n_v: \quad p = n_v \cdot k_B T$$

$$\rho = \frac{m_0 \cdot p}{k_B T}$$

$$\rightarrow \left[\frac{dp(z)}{dz} = - \frac{m_0 g(p)}{k_B T} \right]$$

Megoldása:

$$p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{m g z}{k_B T}}$$

$m g z = E_{\text{potenciális}} = \text{trebszerte} \\ \text{belyzeti} \\ E - ja$

$(p_0 = (z=0) \text{ szinten})$
mérhető nyomás

$k_B T [J]$

$$p(z) = p_0 \cdot e^{-\frac{E_h}{k_B T}}$$

← később megjön

Maxwell-
Boltzmann
eloszlás

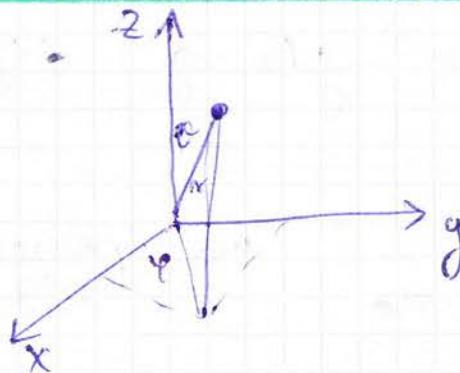
$$n_v = \frac{P}{k_B T} \rightarrow n_v(z) = n_0 \cdot e^{-\frac{E_h}{k_B T}}$$

- csak zárt terünnel!

Kinetikus
gázelmélet

Matematikai kitűzés

- Gömbi koordinatarendszer:



(r, ϑ, φ)

radialis
hossz

azimutális
szög

poláris
szög

$$\int dxdydz \rightarrow \int_0^R r^2 dr \int_0^\pi \sin\vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

térj. int.

- ELEMI TERÜLET

$$d\Omega = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$$

- ELEMI FELÜLET

$$f dA = \int r^2 \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$$

$\uparrow r^2 \text{ fix} \rightarrow r \text{ sugarú gömbön}$

2016.
09.23

$$\int dA = r^2 \int_0^\pi \sin\vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

- gömb felülete, r sugar

2. részt

$$\int_A dA = r^2 \int_0^\pi \underbrace{\sin\vartheta d\vartheta}_2 \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{4r^2\pi}{2}$$

- gömb térfogata:

$$V = \int \underbrace{r^2 dr}_{\frac{r^3}{3}} \int_0^\pi \underbrace{\sin\vartheta d\vartheta}_2 \int_0^{2\pi} d\varphi = \frac{4\pi}{3} r^3$$

Rézecske áram számlálása

$f(v)$: sebesség előrejelzője

$$dN_v = N \cdot f(v) dv$$

→ azon részecskék száma, melyekre

$[v, v+dv]$ -n van a sebesség

$$\boxed{\frac{dN}{dv, v, \vartheta, \varphi} = dN_v \cdot \frac{d\Omega_{\vartheta, \varphi}}{4\pi} \cdot \frac{dV}{V}}$$

→ azon részecskék száma, melyek
 dV elemi térfogatban vannak, v sebességgel
 ϑ, φ irányban mozognak.

($d\Omega$ elemi térszögekben vannak)

→ teljes térfogat: 4π



?) Hány részecské érkezik le
dt idő alatt

Azok jönnek le, melyek ebben a teljességben vannak és jó irányba mozognak



$$dV = v \cdot dt \cdot \cos\vartheta \cdot dA$$

$$dN_{dA, dt} = \int dN_{dv, v, z, \gamma}$$

felteírva: (ik oldalról) érkezik

$$= j \underline{dA \cdot dt}$$

azon részecskék, melyek dt alatt dA -ba érkeznek

azal: $j = \frac{1}{h} \cdot n_v \cdot V$ = részecskecáram
- sűrűségg
 $\left[\frac{1}{m^2 s} \right]$

Ismeretlens

2016.
09.20.

- Empirikus hőmérséklet
- Kinetikus galézelmélet $p_1 T$ Adm. \rightarrow kinet. E. 3. hét
- Reális galéz \rightarrow pé: $v dW / g a^2$ modell
 $U = U(V, T)$
- Barometrikus magasságformula (alkalmazás)
- Transportfolyamatok
 - Részecskecáram sűrűségeg

v : sebesség

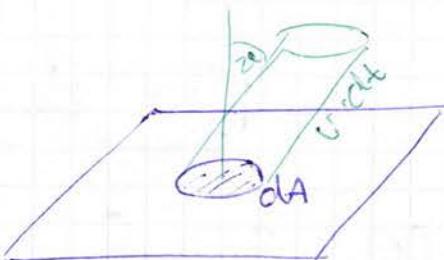
V : teljesgat \rightarrow sűrűségegf.

$dN_v = N f(v) dv$ = azon részecskék száma,
melyekre a sebesség adott intervallum $[v, v+dv]$ van

3. hét

$$dN_{dv, v, \vartheta, \varphi} = dN_v \cdot \frac{\sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi}{4\pi} \cdot \frac{dv}{V}$$

= elyau részecskék száma, melyekre

sebesége $\in [v, v+dv]$ hely $\in dv$ irány $\in d\Omega = \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi$ benne van.

Addott idő alatt általános részecskék?

→ szög. irány irány.

$$dV = v \cdot dt \cdot \cos \vartheta \, dA$$

→ azok jutnak át, amelyek írt vannak eis
jd irányba haladnak.

$$dN_{dA, dt} = \int dN_{dv, v, \vartheta, \varphi} =$$

felülrögré $v_2 = v \cdot dt \cos \vartheta \, dA$
eis minden sebességré

mindent beírna

$$dN_{dA, dt} = \int_{\text{sebességré}}^{} \frac{N_0 f(v) dv}{V} \cdot \frac{1}{4\pi} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin \vartheta \cos \vartheta \int_{0}^{2\pi} d\varphi \cdot dt \cdot dA =$$

felülrögré
(polar módszer)

azimutál.
azimuthal

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2\vartheta \, d\vartheta = \frac{1}{4} [-\cos 2\vartheta]_{0}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{4}[1+1] - \frac{1}{2}$$

$f(v)$ -t nem tudjuk, h. milyen eloszlást követ +
 $\int v f(v) dv$ → sahadt érték

$$dN_{dA,dt} = dA \cdot dt \cdot \frac{1}{4} n_v \cdot \bar{v}$$

pe: $\frac{dN^{(1)}}{dA \cdot dt} = -\frac{1}{4} n_v \bar{v} A$

(T1/7)

→ bevezetjük az ún. **rézrecesselő áram sűrűséget**

$j' = \alpha_2$ egységnyi idő alatt, egységnyi térfogaton átátraható részrecesselő mennyiség.

$$dN_{dA,dt} = j' \cdot dA \cdot dt$$

innen:

$$j' = \frac{1}{4} n_v \cdot \bar{v}$$

$$[j'] = \frac{1}{m^3} \cdot \frac{m}{s} = \frac{1}{m^2 s}$$

Megj. pe: elektr. áramsűrűség: $[j] = \frac{A}{m^2} = \frac{C}{m^2 s}$ rézrecesselő műsz
teljesítő műsz

pe: hőáram sűrűség $[j] = \frac{J}{m^2 s}$

$$dN_v = N \cdot f(v) dv$$

$$dN_{dv, \theta, \varphi, v} = dN_v \cdot \frac{d\Omega}{4\pi} \cdot \frac{dV}{V} = N \cdot f(v) dv \cdot \frac{\sin \theta \cos \varphi}{4\pi} \frac{d\Omega}{V}$$

$$dV = r dt \cos \theta dA$$

$$dN_{dA,dt} = \int N \cdot f(v) dv \cdot \frac{\sin \theta \cos \theta}{4\pi} \cdot \frac{r dt \cos \theta}{V} dA =$$

$$\begin{aligned}
 &= \underbrace{\frac{N}{V}}_{n_v} \cdot \frac{1}{4\pi} \underbrace{\int v f(v) dv}_{\text{Sebesség}} \underbrace{\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \cos \theta d\theta}_{\frac{1}{2}} \underbrace{\int_0^{2\pi} d\varphi}_{2\pi} dt dA = \\
 &= \frac{1}{4} n_v \bar{v} dt dA
 \end{aligned}$$

Transzportfolyamatok

3. het

- Fizikai megyiségek van terhelyi eloszlása
(inhomogen)

pl: koncentráció, adámszerkezet, nyomás

⇒ gradiens nem \emptyset \downarrow
skálamegyiségek

Ekkor áramlások alakulnak ki, áramok lesznek.

pl: töltésáramla's, anyaga áramla's, hőáramla's

pl: különböző koncentráció → DIFFUSZIÓ

hől. elektromos potenciál → töltésáramla's

hől. adm. → hőáram/hővezetés

2.

Légtalánosabb leírása:

vn. **BOLTZMANN - EGYENLET**

→ szil.fiz.
→ stat.fiz.

- Az $f(n, v, t)$ (számlálási függvény + vizsgálja)

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{erő}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{diffuzió}} + \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{ütközésekkel}}$$

↓ ↓
 pl. hől. s. d. f(n, v, t)
 erő hatásra terhelyi eloszlás-
elosztásmazik

(Általános mo. nem ismert, csak speciális esetekben)

JH:

- csak diffuzzió és ütközési tag

- ütközési tagot szabad úthoz közelítésekkel vizsgáljuk

A részecskék mozgása

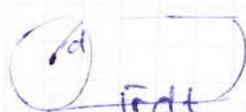
- ütközik, ha 2 részecské közepének távolsága $< d$



- elyán mozgás, mintha d sugarú csöben mozogná.



- a "kicsi cső" telzfogata, ha d időenként ütközik



$$dV = \bar{F} d^2 \pi dt \triangleq \bar{F} dt$$

↑
definíció

\bar{F} = HATÁSKERESZTMETSZET $[N\cdot m^2]$

(→ jön majd pl. magfizikában) (szigma)

és $\bar{l} = \text{ATLAGOS SZABAD ÜTHÖSSZÉS}$ = átlagosan ütközés nélkül megtett út

$$\bar{l} = \bar{F} dt$$

$$\text{és } dV = \bar{F} \bar{l} = \frac{V}{N} = \frac{1}{n_0}$$

egy részecskéhez jutó telzfogat

$$\langle l \rangle = \frac{1}{5 n_0}$$

ha a többi részecskével:

részecskék mosog:

$$\langle l \rangle = \frac{1}{12} \frac{1}{6 n_0}$$

pl: idealis gázban $pV = N k_B T$

$$\frac{V}{N} = \frac{k_B T}{p}$$

$$\bar{l} = \frac{V}{N} \cdot \frac{1}{\bar{F}} \Rightarrow$$

$$\bar{l} = \frac{k_B T}{p \bar{F}}$$



Kapcsolat a makrosztatikus és mikrosztatikus leírások között

2016.
09.20

pe He-ra $d = 31 \text{ pm} = 31 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
 $\rightarrow \ell_r = 3 \cdot 10^{-21} \text{ m}^2$

3. rész

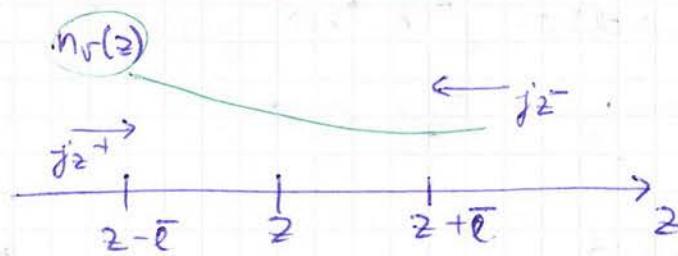
1 mbar He-ra: $\underline{\ell = 1 \text{ mm}}$

(ballisztrikus transzport)

Megy: gradienseset követően \rightarrow szabad úthosszal

Difuzív a szabad úthossz közelítésben

1D



diffúzió
neörecskeáram

viszkozitás
impulzus áram

hővezetés
energiaáram

diffúziós neörecskeáram: $j_{2+} = \text{pozitív irányban haladó}$

$$j_{2+}^{\text{diff}} = j_{2+} - j_{2-}$$

- tudjuk általaiban: $j = \frac{1}{4} n_v \bar{v}$

$$j_{2+}^{\text{diff}} = \frac{1}{4} \bar{v} (n_v(z-\ell) - n_v(z+\ell))$$

Megy: leghosszabb meretként: ℓ .
 \rightarrow valójában $n_v(z)$ nem folytonos

- szabad úthossz közelítés

linearizálás, Taylor sorba.

$$n_v(z-\ell) = n_v(z) - \ell \frac{dn_v}{dz} + \dots \text{elhanyagolható}$$

$$n_v(z+\ell) = n_v(z) + \ell \frac{dn_v}{dz}$$

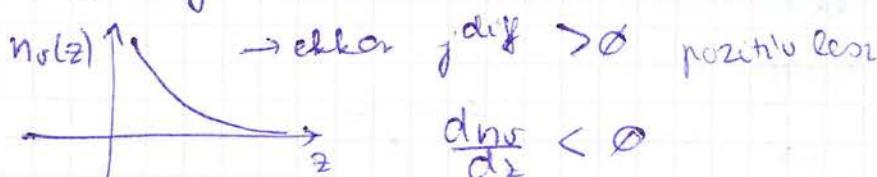
$$j_{2+}^{\text{diff}} = \frac{1}{4} \langle v \rangle (n_{v+} - n_{v-}) = \frac{1}{4} \langle v \rangle \cdot \underbrace{\frac{(n_v(z+\ell) - n_v(z-\ell))}{\ell}}_{\langle e \rangle} \rightarrow -2 \frac{dn_v}{dz}$$

$$j_z^{\text{diff}} = -\frac{1}{2} \bar{e} \vec{v} \cdot \frac{dn_r}{dz}$$

$$j_z^{\text{diff}} = -D \frac{dn_r}{dz}$$

Megj: $\bar{e} \frac{dn_r}{dz} \approx D n_r$
folytonos
gradientus

Megj: \ominus előjel:



Megj: 3 dimenzió

gradientus = vektor

$$j^{\text{diff}} = -\frac{1}{2} \bar{e} \vec{v} \nabla \underline{D} n_r$$

új fizikai megyeség:

$$\begin{cases} (\text{ideális gázban}) \\ D = \frac{1}{3} (v \times l) \end{cases}$$

DIFFUZIÓS ÁLLÁNDÓ

$$D = \frac{1}{2} \bar{e} \vec{v}$$

- a prefaktor pontosan érintkezik a dimenzióktól
függ.

$$j^{\text{diff}} = -D \nabla n_r = \text{Fick tömege}$$

$$[j] = \frac{l}{m^2 s}$$

= A kialakult néhánykörára szűrülésig a
néhánykörben szűr. gradientusnak arányos. + D-val

- a'l. D függ: - T, p,

$$- m \quad D \propto \frac{1}{\sqrt{m}} \rightarrow \text{pl. uradulásba}$$

2016.
09.20.

pl. uránidúsítás

^{235}U , $\frac{1}{2} \cdot ^{235}\text{U}$

$$D_{^{235}} > D_{^{238}}$$

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2}$$

D-ben kb. 0,3% különbség van

Hővezetés

→ energiaáram

→ részecskék mozgási energiája
különböző



$$\bar{E} = \frac{f}{2} k_B T$$

$$j_z^{\text{hd}} = \frac{f \cdot k_B}{8} \cdot n_v \cdot \bar{v} (T_+ - T_-)$$

$$[j_z^{\text{hd}}] = \frac{f}{m^2 s}$$

csökkenő irányban:

$$j_z^{\text{hd}} = -\lambda \cdot \frac{dT}{dz}$$

↔ Hővezetési alapegyenlete

$\lambda = \text{HŐVEZETÉSI EGYÜTTTHATÓ}$

- 3D-ban:

$$j_z^{\text{hd}} = -\lambda \nabla T$$

↔ Fourier-törvény

$$\lambda = \frac{f \cdot k_B}{8} n_v \bar{v} = \text{ pontosabban}$$

$$\lambda = \frac{f \cdot k_B}{6} n_v \bar{v}$$

↔ több részecské is mozog

gyakrabban:

$$j_z^{\text{hd}} = \frac{1}{4} n_v \langle v \rangle (\langle E \rangle_+ - \langle E \rangle_-) = \frac{1}{4} \langle v \rangle n_v \frac{f}{2} k_B (T_+ - T_-)$$

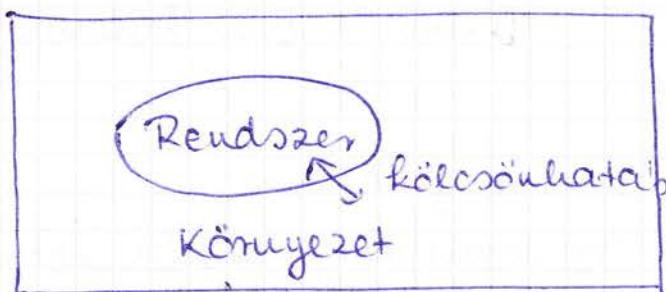
$$j^{\text{hd}} = j_z \cdot A = \frac{dQ}{dt} \rightarrow$$

$$-\lambda A \frac{dT}{dz} = \frac{dQ}{dt}$$

$$-2 \frac{dT}{dz} \langle v \rangle$$

z irányban
időarántos

Fenomenológikus termodynamika (leíró módsz.)



Fizikai mennyiségek:

EXTENZÍV = (rendszer méretéhez jelle)
pl: V, n, N, S (entropia)

INTENZÍV: p, T, μ (kémiai potenciál)

Extenzív = a rendszer méretétől függ, a rendszerekre additív.

Intenzív = a rendszer méretétől nem függ, ahrendszerekben azonos, és különböző rendszerek kölcsönhatásakor kiemelkedik.

Egyensúly = a rendszere jellemző fizikai mennyiségek törben és időben állandóak.

Állapotjelzők = az egyensúlyt jellemző fizikai mennyiségek.

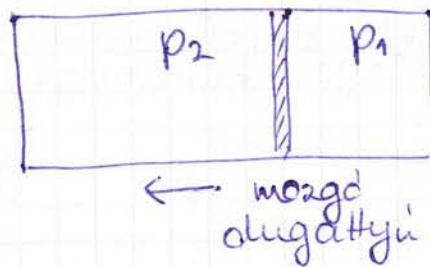
A 0. fötétel másolata = A rendszer magára hagyva elérni az egyensúlyt.

Kölcsönhatások: Intenzív mennyiségek (termodynamikai erő) különbözősége hajtja az extenzív mennyiségek megváltozását.

pl:
 $F = ma$
erő F a
rendszerműködési hatás
jellemző

2016.
09.20.

pl:



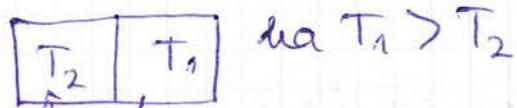
ha $p_1 > p_2$

mechanikai
hőlekötéshatalma

3. lelt

$\rightarrow V$ megnövelhető

pl: termikus hcsk.



ha $T_1 > T_2$

Q hőmenedzsereig átmenetelik ait,
ami arányos az entropiával

kcsk	intenzív	extenzív	szigetelés
mechanikai	p	V	meret fal
termikus	T	S	előszigetelő fal
anyagi	μ (kémiai potenc)	n	anyagarámlásnak ködölő fal
elektro-sztatikus	elektromos potenciál Ψ	q töltés	elektromosan szigetelő fal
elektromos dipol hcsk	E elektromos ter $E = -\nabla \Psi$	p dipol-momentum $p = q \cdot d$	
mágneses hcsk.	B $\left[\frac{Vs}{m^2} = T \right]$ mágneses indukció	m = mágneses dipolmoment $[m] = A \cdot m^2$	mágnesesen átmenetelő fal

törődésig!
 $[H] = \frac{A}{m}$

- kémiai potenciál \sim koncentráció
etől több

- pl. sejtfal \rightarrow anyagáramlat engedi

$[pV] = J$

$[TS] = J$

$[\mu n] = J$

$[q \cdot \Psi] = J$

$VAs = J$

Megj. polarizáció = elektr. dipolmomentum átlagos sűrűsége $P = \frac{\sum p_i}{V}$

$$\frac{M}{m} = \frac{\sum m}{V}$$

mágnesere Hneg

intenzív mennyiségek

Alapfogalmak:

2A'RT rendszer = nincs hcsk.

Ahaány fajta hcsk.-ban vesz részt a rendszer, amelyi $\times 2$ db állapotjelző lehet.

Támasztalat rögnint: elég ismerni amelyiket extenzívet, ahaány hcsk.-ban vesz részt + 1 intenzív paraméter.

Túlhatározott, több parameter

→ lesznek összefüggések az állapotjelzők között.

Pl: csak mechanikai hcsk.

Boyle-Mariotte-től $pV = \text{const.}$



Összefüggések: vagy állapot-egyenletek.

$$f(p, V, T, S, \mu, n, \dots) = \emptyset$$

pl: ideális gázra: $pV - nRT = \emptyset$

2016.
CG. 20.

Folyamat = az állapotjelzők megráltozása

KUADRÁTISZKUS FOLYAMAT =

3. kör
egyenállapotokon keresztül zajlik.

REVERZIBILIS folyamat =

a kielső hatásokat megfordítva a rendszer a kiinduló állapotra jut vissza.

Megj: Mindkét fogalom közélik

Hőtan I. tételle

4.

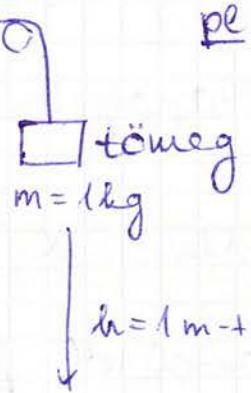
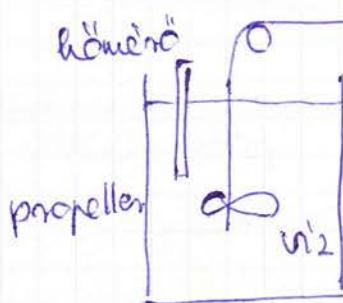
A tapasztalat szerint a mechanikai munka hővé alakul.

(FONTOS! fordítva nem igaz \Leftrightarrow II. tétellel)

Energiamegmaradás tételle \equiv hőtan I. tételle

- Kvantitatív kísérlet: Joule

- Joule - kísérlet:



$$\text{pl: } m=1\text{ kg}$$

$$W_{\text{mech}} = \Delta E_{\text{pot}} \approx 10\text{ J}$$

$$1\text{ kg } v_1^2 \text{ és } v_2^2 = h \frac{k}{\text{g K}}$$

$$\Delta T = 2\text{ mK}$$

\rightarrow nehézen megható

\rightarrow haladna meg

\hookrightarrow mechanikai munka megráltoztatja a testek termikus állapotát.

A rendszer 2 állapota közötti átmennethez mindenig ugyanolyan mechanikai munkát kell végezni.

Munkatétel: $\Delta E_{\text{mech}} = \int_{\text{út}}^{\text{kin}} \underline{F} d\underline{r} = W$

$$E_{\text{mech}} = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot.}}$$

(Belső energia-rendszer jelleg, potenc. E-val analóg menny)

Ezért a mechanikai analógiával alapján definíálható úin. belső energia

= termodynamikai potenciál

- (használ, mint) = állapotjelzők

- jele: U

- munkatétel

Belső energia

2016.
09.27.
4. hét

- munkatétel potenciális eredménye (üt független)

$$\Delta U_{AB} = \int_A^B \underline{F}_{\text{pot}} d\underline{r} = U_B - U_A$$

Belső energia: (U, állapotjelző, termodynamikai potenciál)

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A = W_{A \rightarrow B}^{\text{adiabatikus}}$$

↓
Csak a végpontoktól függ

→ adiabatikus → csak mech. munka, nincs hőközelés

⇒ Mechanikai munkavezérlés a belső energiát változtatja meg.

2016.
09.27.

- fordítva nemigaz (lásd 2. főtétele; belső \neq $U_{\text{mér}}$)

4. hét

- U tulajdonságai:

- extenzív jellegű

- függhet: $U = U(T, p, n)$

$U = U(p, V, n)$

A tapasztalat szerint a testek belső E-jával
hőközeléssel is megváltoztathatjuk.

A hőközelés mikroszkópikusan "érdekes".

$$\Delta U_{AB} = U_B - U_A = W + Q \quad \begin{array}{l} \text{(előjel eset)} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \text{rendszeren} \quad \text{rendszereknél} \\ \text{végre zett munka} \quad \text{között hő} \end{array}$$

#OTAN I. FŐTÉTELE

= energiamegmaradás törvénye hőtani folyamatokra.

→ ez volt véges folyamatokra

→ elemi folyamatokra:

$$dU = \delta W + \delta Q$$

- $dU = dU$ teljes differenciálja \rightarrow utfüggetlen

- δW és δQ = elemi munka e's elemi hő

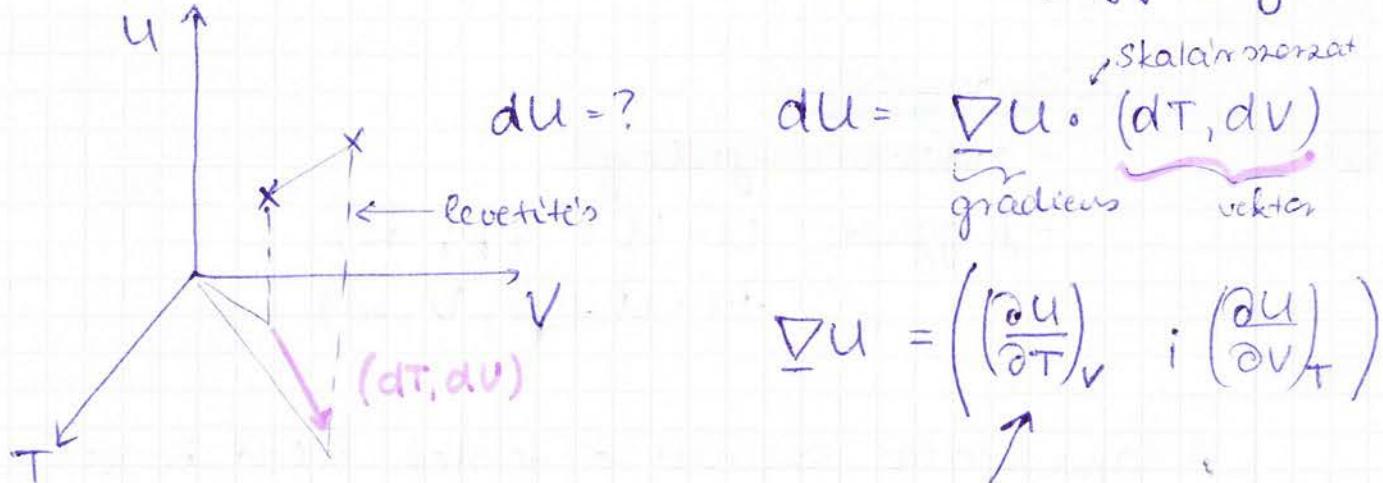
\rightarrow utfüggők

Teljes differenciál:

ha $U = U(T, V)$

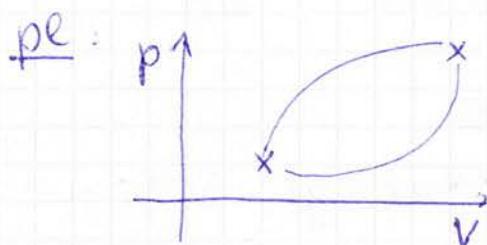
$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T dV$$

U : T és V terén értelmezett skalarfüggvény.



U -nak T szerinti parciális deriváltja, miközben $V=\text{all.}$

$$dU = \nabla U \cdot (dT, dV) = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \cdot dV$$



- A munkavezetés, között ad útfügg.
- mech. munka \rightarrow pl. súrloda,

pl: hűtőszekrény

- széthrepülő darab: hűtő \rightarrow pára, lecsapódik rá,
- fűjtés \rightarrow Wmech \rightarrow E_B gumi nő \rightarrow melegedik, sűrűnk vele,
- durranás \rightarrow hűtő vége Wmech-ét \rightarrow δW negatív
 - \searrow hőkörlein nincs \rightarrow gyors
 - \searrow dU oszökkén \rightarrow lehull.

pl: hűtőgép mechan. munkával \rightarrow fesz

2016.
09.27.

Ajtadott hő:

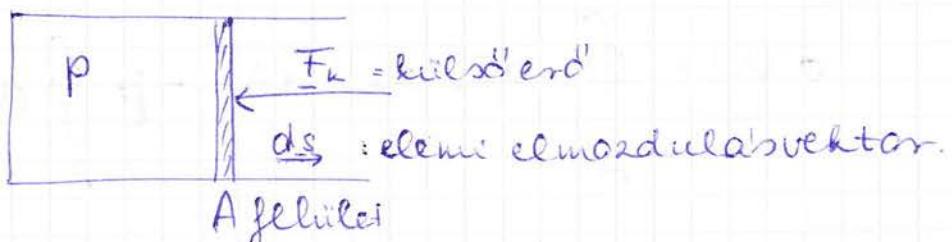
$$\delta Q = \underbrace{\delta U}_{\text{''}} - \delta W = \delta W_{\text{ad}} - \delta W$$

4. het

δW_{ad} → adiabatikus munkavégzés
→ a között hő munkavégzésekkel megkaphatód.

Munkavégzések fajtái

- mechanikai ~gázok összenyomása,



- rendszer szempontjából tekintem → ds kifelé!

$$|\underline{F}_k| = p \cdot A$$

↓

$$\delta W = \underline{F}_k \cdot \underline{ds} = - p \cdot A \cdot ds = - pdV$$

$$|ds| = ds$$

$$\boxed{\delta W = -pdV}$$

- ha a gáz tágul: δW pozitív NEGATÍV

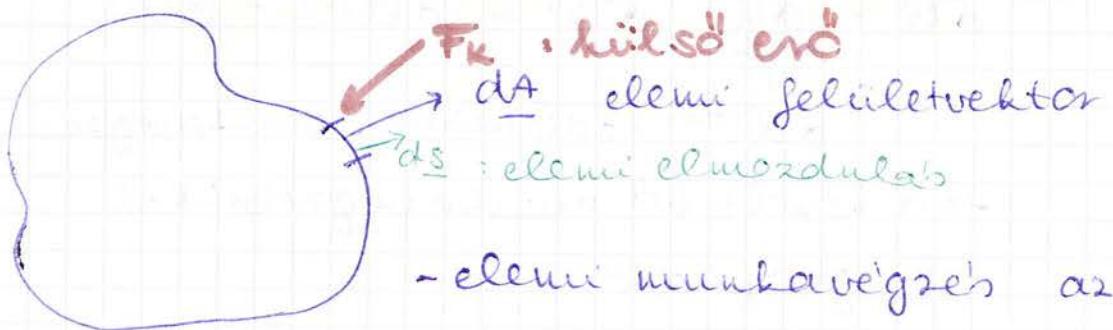
$$\downarrow \quad dV > 0 \text{ pozitív}$$

munkát végez a gáz → csökkeneti az U-ját

- ha összenyonylik $dV < 0$
 $\delta W > 0$

(pozitív W → növeli a belső E-t)

- általában



\underline{F}_k : húlső erő
 $d\underline{A}$: elemi felületvektor
 $d\underline{s}$: elemi elmozdulás

- elemi munkavezetés az

elemi felületdarabkán:

$$d\underline{F}_k \cdot d\underline{s} = -p \cdot d\underline{A} \cdot d\underline{s} \quad d\underline{A} = |d\underline{A}|$$

$$\delta W = \oint_A d\underline{F}_k \cdot d\underline{s} \quad d\underline{A} = -p \oint_A d\underline{A} \cdot d\underline{s} =$$

\uparrow
ene
nem
integrálunk

$$= -p \cdot A \cdot ds = \underline{-p \cdot dV}$$

- véges térfogatváltozásra:

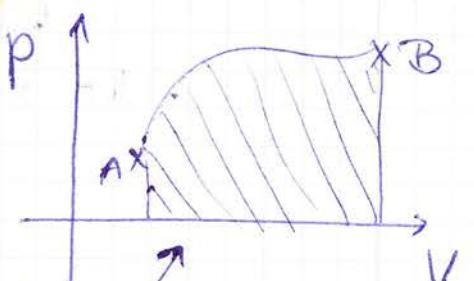
$$p = p(V)$$

$$W_{A \rightarrow B} = - \int_{A \text{ pont}}^{B \text{ pont}} p(V) dV$$

utfűggő

pl: p-V diagrammon

a görbe alatti terület - 1-szerese a W .



2016.
09.27.

Egyéb kcsk.

pl: elektrosztatikus térsz.

$$\delta U = \frac{q}{r} dq$$

↑ elemi töltés
potenciál megváltozása

pl: anyagi munkavégzés

pl: sejtmembránon keresztül ionok áramlása

$$\delta U_{anyagi} = \mu dn$$

-általánosan:

x_{sz}

ξ

ξ

5.

$$\delta U = x \cdot d\xi$$

↑ ↑
intenzív extenzív

- sok fajta munka:

(általánosított)
munka

$$\delta U = \sum_i x_i d\xi_i$$

akkor: pl: $x_i = -p, M, \nu$

$$\xi_i = V, n, q$$

- I. fdtel:

$$dU = \underbrace{\sum_{i=1}^N x_i d\xi_i}_{\delta U} + \delta Q$$

($d\xi_i$ = állapotjelzők megváltozása)

- leírás: $\delta Q = T dS$

entropia elemi megváltozás

Támasztalati hő

(hő, fajlhő, mólhő)

- támasztalat szerint: között hő arányos a hőmérőklet megháltozásával.

$$\delta Q = k \cdot dT$$

$k = \text{hőkapacitás}$

$$K = c \cdot m$$

$$c = \text{fajlhő}$$

$$m = \text{tömeg}$$

$$\text{pl: } c_{\text{víz}} = 4,2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$K = C \cdot n$$

$$C = \text{mólhő} \quad (= \text{moláris fajlhő})$$

- folyamat függők:

$$K = \frac{\delta Q}{dT} \quad (\text{nem matematikai jelölés})$$

$$c = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT}$$

$$C = \frac{1}{n} \frac{\delta Q}{dT}$$

5

- 2 speciális eset

(mólhő)

$$C_V : V = \text{all.}$$

$$C_p : p = \text{all.}$$

$$\underline{V = \text{all.}}$$

- 1. fététel

$$dU = \delta W + \delta Q$$

$$\downarrow \quad \delta W = -pdV \rightarrow \delta W = 0$$

$$dU = \delta Q$$

$$dU = C_V \cdot n \cdot dT \triangleq \delta Q$$

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T \cdot dV \stackrel{\text{most.}}{=} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

17.0 fajlhő "címek"

2016.
09.27.

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \cdot dT = C_V n dT$$

\downarrow
 $C_V = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$

4. leírás

$$C_V = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$



$$p = \text{all}$$

$$\Rightarrow \delta Q \cong C_p n dT$$

\Rightarrow 1. félérték

$$\delta Q = dU - \delta W = dU + p dV$$

C_V
nagyobb

új fizikai mennyiségek:

[F] ENTHALPIA : H

5

extensív menny.

$$H \cong U + pV$$

\rightarrow teljes differenciálja
 $dH = dU + d(pV)$

(~ rendszer összes energiatartalma
~ nem kizárt mennyiség)
Pontosan

$$dH = dU + p dV + V dp$$

ha $p = \text{all}$

$$dH_p = dU + p dV$$

$$\Rightarrow \delta Q = dH_p$$

és $H = H(p, T)$ "tekintő"

$$dH = \underbrace{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T \cdot dp}_{=0} + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \cdot dT$$

$$dH_p = \delta Q = n \cdot C_p \cdot dT = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p \cdot dT$$

/öröveg
!

$$C_p = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$$

A két fajlho kapcsolata

$$c_p = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p$$

$$c_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v$$

- $dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v \cdot dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \cdot dV$

- I. fôlttel: $dQ = dU + pdV =$

$$= \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] dV + \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT}_{n c_v dT} =$$

es

$$dQ = n \cdot c_p \cdot dT$$

- tekintsük: $V = V(p, T)$

teljes differenciál

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp + \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT$$

$\overbrace{\quad}$

$p = \text{all.}$

ezzel:

$$n c_p dT = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + n \cdot c_v dT$$

szállal a dT -eket vannak együtt!

$$n(c_p - c_v) = \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

írunk
tudni
levezethető



6

β_p = CSEBŐR HÖTA'GULÁ'SI EGYÜTTTHATÓ

$$\boxed{\beta_p \triangleq \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p}$$

4. kétf.

→ elemi hőm. változásból melyikről lesz a törésgátlat változás?

→ V-vel normalizálás

Megj.: jön ki a következő:

$$K_C = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \text{CSEBŐR KOMPRESSZIÓ-BILITÁ'SI EGYÜTTTHATÓ}$$

→ akkor pozitív, ha összenyomódik

$$\frac{C_p - C_v}{(+93.0)} \Rightarrow C_p - C_v = \frac{1}{n} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \cdot \beta_p \cdot V$$

fontos lesz! eis pl. $\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T$ is!

(általánosítva)

Ideális gázra

$$\bullet pV = nRT$$

$$\bullet \text{en } U = U(T) = \frac{3}{2} nRT$$

$$dU_V = n \cdot C_V dT \quad (pdV = 0)$$

$$dU_p = \underbrace{n C_p dT}_{\delta Q} - pdV = (n C_p - nR) dT$$

\downarrow
 $dV = \frac{nRdT}{p}$

- Tudjuk, m. dU csak dT -től függ ideális gázra.

ezért: $dU_v = dU_p$ ha dT azonos

így: $nC_v = nC_p - nR$

$$C_p - C_v = R$$

első:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v = nC_v \Rightarrow C_v = \frac{f}{2}R$$

$$C_p = \frac{f+2}{2}R$$

első:

$$\frac{C_p}{C_v} \triangleq \gamma = \text{FAJHÖHA'NYADAS}$$

$$\gamma = \frac{f+2}{f} > 1$$

- alternatív képlet ideális gázra:

$$C_p - C_v = \frac{1}{n} [0 + p] \beta_p V = R$$

$$\rightarrow \beta_p = \frac{nR}{pV}$$

Fajho és fajhőhányadas

$$C_v = \frac{f}{2}R \quad \text{és} \quad C_p = \frac{f+2}{2}R \quad \text{és} \quad \frac{C_p}{C_v} = \frac{f+2}{f}$$

- kinetikus gázelméletek összehöti f szab. fokkal

$$\frac{f+2}{f} = \frac{C_p}{C_v}$$

microskopikus
tulajdonság

mechanikai fizikai mennyiségek
kopcsolat

2016.
09.27.

Példák

He, Ne, Ar, Kr

$$c_p = 1,50 \cdot R$$

Az adat szabálytlan.

$$c_v = 2,500 \cdot R$$

4. rész

	c_v / R	c_p / R
H ₂	2,427	3,46
CO	2,43	
N ₂	2,39	3,500
B ₂	3,39	

- 1 atoms - jól működik.
 $\leftarrow f \approx 5$ H₂-nel
Dongóallás csökken
- majdnem $f = 7$,
 - ekviparticiós tétel \rightarrow magas T-n?
 - 1 atoms: majdnem tökélletes ideális gáz
 - 2 atoms:
 - $f = 5$ ha merő súlyzó
 - $f = 7$ ha rezeghetős

\rightarrow CH: szabadságig nem egész szám!

"gij"

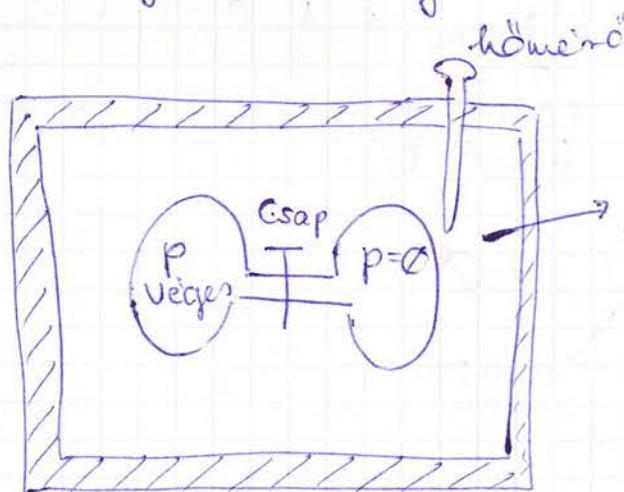
Gay-Lussac körüllet

6

- hőszigetelő edény

- szabálymentesítések
- atmoszférifikus nyomás

- gázok légiúnus térféle való szabadtalgulását vizsgálták.



(csapnyitása
inverzibilis
folyamat)

1) csapot nyitjuk

2) tapasztalat: fürdő hőmérőkhez nem változik:

\Rightarrow nincs térfogati minikavégeszés
"a gáz vakuumba talál" !

→ eszenint nincs hőközelés

$$\delta U = \delta Q = 0$$

$\Delta U = 0$
↳ hőszigetelt rez
+ nem volt hőcsere
az gas és a
hőfürdő között
(merés)

⇒ belső energia is állandó →

U csak a környezet szerint T -től függ.

Tehát $U = U(T)$.

$(V \text{ és } p \text{ változott})$
 $U \text{ és } T \text{ nem } \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = 0$

→ ideális gáz konцепciójában meg-alapozásra.

vagy

$U = U(T)$ ideális gáz definíciója

-ma: "Hasznos, páratlan" környezet a
víz nagy hőkapacitása miatt.

Gay-Lussac környezet ∇dU gáéra,

$$U_{vdU} = U_{id} + U_{kcs} = n c_V T - \frac{a n^2}{V}$$

\uparrow
hőcsönhatalomban törölhető
belső E.

$$dU = \delta Q + \delta U \stackrel{=} \emptyset$$

\uparrow
nincs
hőközelés

⇒ $U = \text{áll.}$

$$U_1 = U_2$$

\uparrow
csap
nyitás
előtt
 V_1

\uparrow
csap
nyitás
után
 V_2

$$n c_V T_1 - \frac{a n^2}{V_1} = n c_V T_2 - \frac{a n^2}{V_2}$$

\Downarrow

$$T_2 - T_1 = \frac{a n}{c_V} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

Gay-Lussac környezetben nem változik
 ∇dU aránya

2016.
09.27.

! T változik ! (+ U cs változik)

$$V_2 > V_1 \Rightarrow T_2 < T_1 \text{ lehűl a gáz.}$$

4. hétfő

- "a" tag jellemzi, h mennyire ideális a gáz

- pl. n2gáz nem ideális gáz

2016.
10.04.

5. hétfő

Ismertetés

- Hőtartási függvények $dU = \delta W + \delta Q$ $U = \text{állandófeszültség}$

$$\delta W_{\text{munka}} = -pdV \quad W = - \int_p^B p(V)dV$$

$$\delta W = \sum_{i=1}^N x_i \delta \xi_i \rightarrow \text{általános munka}$$

N db különböző körh

- Fizikai mennyiségek

$$\text{- molaritás (fajhoz)} \quad c_p = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p \quad H = U + PV$$

$$c_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

$$c_p - c_v = \frac{1}{n} \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p \right] \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$$

$$\hookrightarrow U = U(V, T) \rightarrow \text{teljes diff. } dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

$$\hookrightarrow \delta Q = c_p n dT$$

↓
+1. függvény

$$\beta_p = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \cdot \frac{1}{V}$$

- izobar hőtartási együttható

$$\kappa_T = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$

- izoterm kompressibilitás

$$\text{- szerepe eső: } \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \text{ ; } \left(\frac{\partial H}{\partial P} \right)_T$$

[gyűrű - körök]

- Gay-Lussac - gáz tagad, p is változik

$$- U = a \cdot V$$

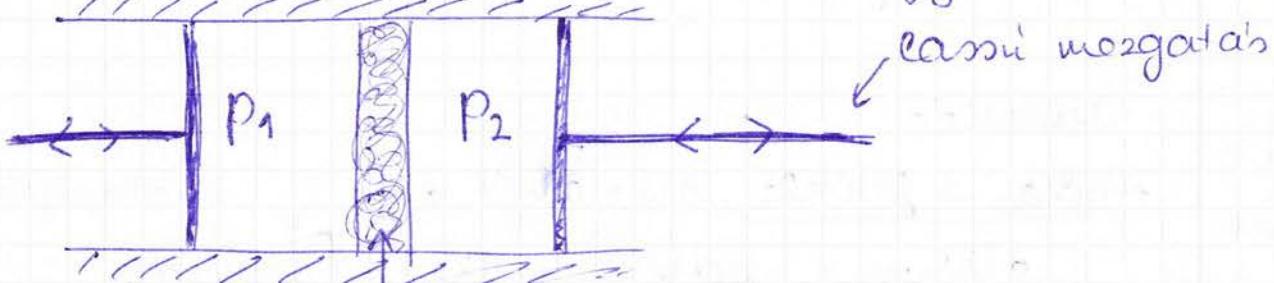
$$U = \text{áll.} \quad T = \text{áll.} \Rightarrow U = U(T) \text{ id. gáz definíciója}$$

- ma már tudjuk, h nem volt pontos

Joule - Thomson kísérlet

$$\rightarrow Q=0$$

- hőszigetelő tartály \rightarrow környezettel nincs hőcsere. (Thomson = Lord Kelvin)
- dugattyúkat előre-hátra szinkronban mozgatjuk, m. a 2 oldalon a nyomás csökkenő legyen



válladugó
(pordzsaanyag) \rightarrow gyorsulás akadályozása
 \rightarrow nyomáskülönbséget meg lehetőteni tartani

- ma Gay-Lussac kísérlet precízebb megvalósítása
- $p_1 = \text{all.}$ és $p_2 = \text{all.}$ \rightarrow lassan mozgó dugattyúk
- $U = ?$

$$dU_1 = -p_1 dV$$

$$U_2 - U_1 = - \int_{V_1}^0 p_1 dV - \int_0^{V_2} p_2 dV = p_1 V_1 - p_2 V_2$$

Uvég \downarrow $\overset{\uparrow}{U_{\text{kezdet}}}$ $\overset{\uparrow}{V_1}$ $\overset{\uparrow}{V_2}$
 bal oldal V_1 -nél 0-ra.
 valltozik $\overset{\uparrow}{V_2}$ -nél
 valltozik

$$U_{\text{vég}} + p_2 V_2 = U_{\text{kezdet}} + p_1 V_1 \quad U_{\text{vég}} + U_{\text{kezdet}}$$

$\rightarrow H = \text{konstans}$ az entalpia a füzetben sorak. $\Delta H = 0$

\rightarrow másik feltételezés $p_1 \rightarrow p_2$ -re $dp \neq 0$, (nyomás változ. ≠ 0)

2016.
IG. Ch.

$$H = H(p, T)$$

$$dH = \cancel{0} = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T dp + \underbrace{\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p}_{n \cdot c_p} dT$$

5. kétf

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = - \frac{1}{n c_p} \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T$$

$\left[\frac{^{\circ}C}{bar} \text{ i } \frac{K}{Pa}\right]$

$$\boxed{\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H = \mu_{JT}}$$

= JOULE - THOMSON
EGYÜTTTHATÓ

= egységesen: nyomás változás hatására
mehkora hőmérsékletváltozás
történik

ha $\mu_{JT} > 0$ posíció, tagadva hűl.

ha $\mu_{JT} < 0$ pih., összenyomva hűl.

(\downarrow
p.e.: szódiumszulfátban
 \rightarrow tagad, hűl.)

hőm. változás $\cancel{0}$

- p.e.: V változ. $\cancel{H \text{ e } T \text{ nem}}$ - idealis gáza: $U = U(T)$ és $H = H(T)$

$$\mu_{JT}^{(id)} = \cancel{0}$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = \cancel{0} \quad \checkmark$$

- azonosság: $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{jön!} \\ V, p, T \text{ állapotjelzők} \end{array} \right.$

$$\mu_{JT} = - \frac{1}{n c_p} \cdot \left(V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\right)$$

(újragy)
51.0
- 51.1 -

$$\mu_{JT} = \frac{1}{n c_p} \left(TV\beta_p - V\right)$$

- vdW gal's esetén:

- allanegyenes:

$$(p + \frac{an^2}{V^2})(V - nb) = nRT$$

→ elből elv

→ implicit derivációval → $\frac{\partial}{\partial T}$ -vel végezgő deriv.

$$\begin{array}{l} / p = \text{all.} \\ - \frac{\partial}{\partial T} \end{array}$$

$$-\frac{2an^2}{V^3} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p (V - nb) + \underbrace{\left(p + \frac{an^2}{V^2} \right) \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p}_{\frac{nRT}{V-nb}} = nR$$



$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = - \frac{nR}{\frac{nRT}{V-nb} - \frac{2an^2}{V^3}(V - bn)}$$

$$\left[\frac{nR}{\frac{2an^2}{V^2}} \right] = \left[\frac{m^3}{K} \right]$$

↳ viszony
helyettesítjük

→ $V \gg b$ azaz nagy gal's (kizárt térfogat
hiány)

$$\rightarrow RT \gg \frac{an^2}{V}$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{1-x} \text{ alakú} \approx 1+x$$

...

$$dT \approx \frac{dp}{C_p} \left(\frac{2a}{RT} - pb \right) \quad a \ll b > 0$$

$$\rightarrow \text{Ha } dp > 0 \quad \text{ha } \frac{2a}{RT} - pb < 0 \rightarrow dT < 0 \text{ lehűl.}$$

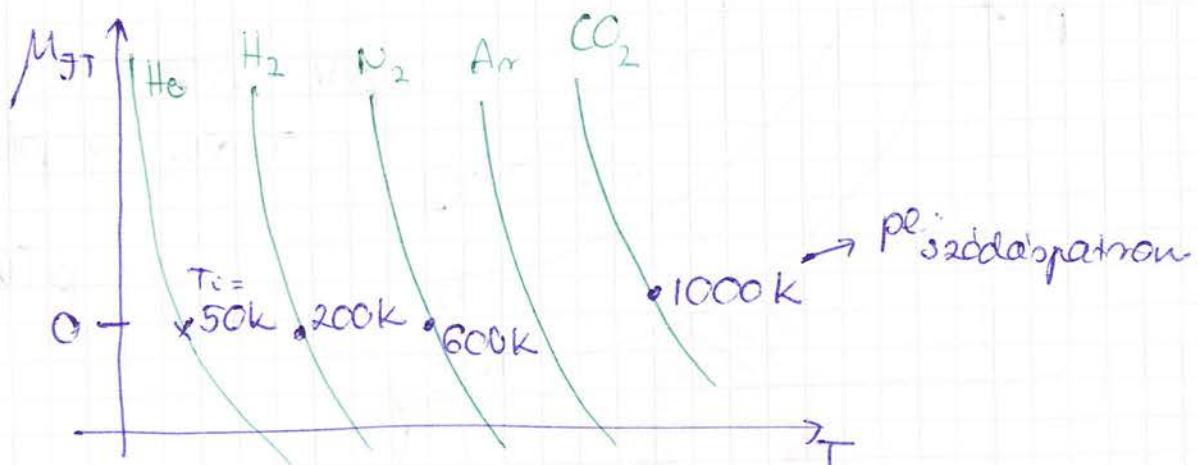
→ a fin.
gyakorlatban
a leveretel!

2016.
10.0h

- definícióhoz: $T_i = \frac{2a}{R_B}$

INVERZIÓS HÖMÉRSÉKLET

- T_i nagy, ha \downarrow köhögés vagy a nagy.
 \downarrow kezelt terfogat \downarrow köhögés erő



- gyakorlati jelentőség:

↳ gázok cseppfolyását abszainál
→ \mathcal{F} -T effektust használják

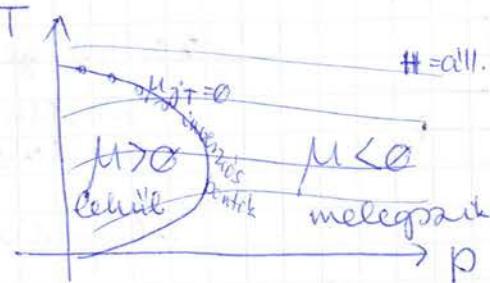
→ hűtési effektus egrére kisekonyobb → N_2 ok.

$He \rightarrow \mathcal{F}$ -T eff. 50K alatt lesz OK.

$T_i = \text{inversziós hőm} \rightarrow \text{itt } \emptyset \text{ a } \mathcal{F}$ -T egynélthető

$$T > T_i \rightarrow \mu_{JT} < \emptyset \quad \rightarrow dT > \emptyset \quad \mathcal{F}$$
-T tagúlás
 $dp < \emptyset \quad \rightarrow$ melegszik

$$T < T_i \rightarrow \mu_{JT} > \emptyset \quad \rightarrow dT < \emptyset \quad \text{lelül}\br/>dp > \emptyset$$



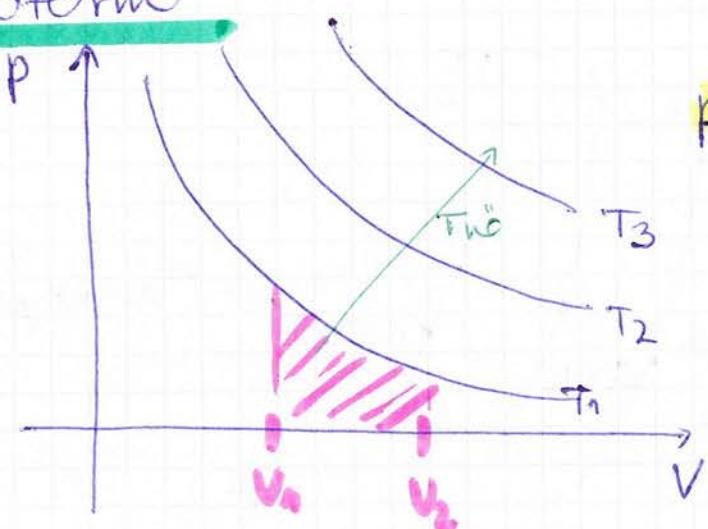
Ideális gáz állapotváltozásai

2016.
10.06.

- kvalitativitásuk ~egyszerű állapotokon keresztül fejlődik
- reverzibilisek

5. het

J20term



$$pV = nRT$$

$$T = \text{all.} \rightarrow pV = \text{all.} \frac{V}{V}$$

$$p(V) = \frac{nRT}{V}$$

- $U = \frac{1}{2} nRT = \text{all.}$ belső E és allando

$$W_{1 \rightarrow 2} = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV = -nRT \left[\ln V \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$W_{1 \rightarrow 2} = + nRT \ln \frac{V_1}{V_2}$$

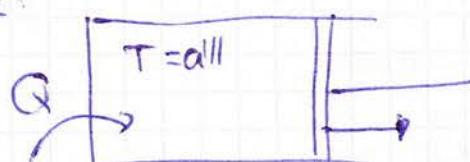
↳ ha talig a $V_2 > V_1 \rightarrow W < 0$ (gáz végez munkát)

$$\Delta U = 0 = W + Q \rightarrow$$

$$Q = nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$

↳ ha talig a hőt közvetlenül → munkát végez

↳ pl:



"ideális gáz"

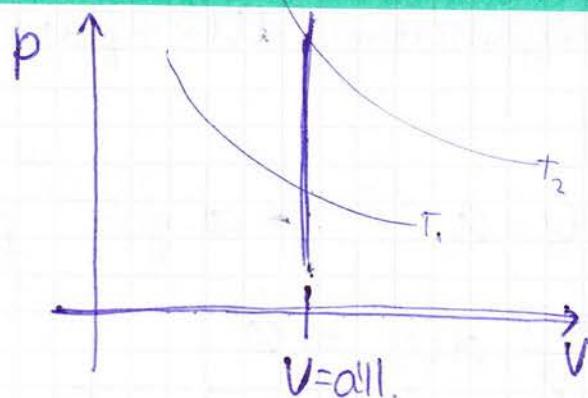
minden közvetlen adott munkával alakítható

elemi reakciógyanat

2016.
10.04.

Izochor valtozás

5. lecet



$$W=0$$

$$\bar{Q} = U_2 - U_1 = nC_V(T_2 - T_1)$$

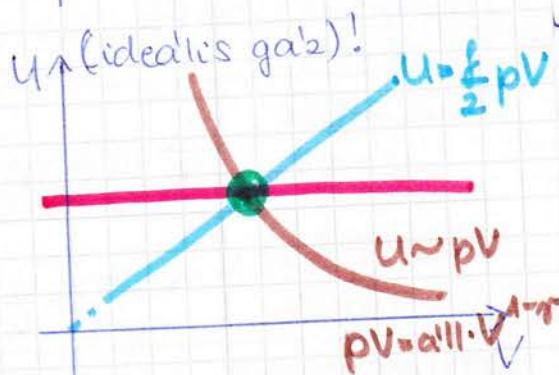
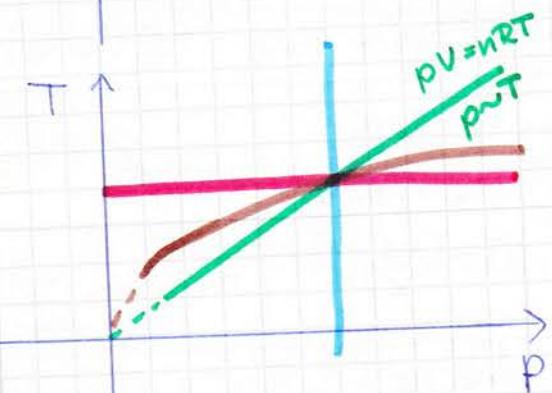
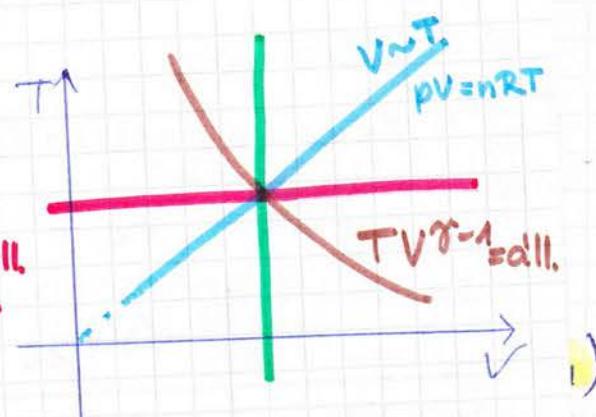
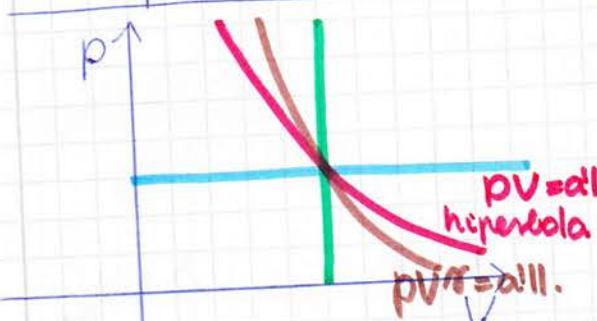
$$\Delta U = n C_V \Delta T, \text{ ha}$$

$V=\text{all.}$

- közölt mű → $\Delta Q = \Delta H =$

A állapotvaltozások

$P=\text{all.}$
 $T_1=20^\circ\text{C}, 100\text{ kPa}$
 $T_2=100^\circ\text{C}, 200\text{ kPa}$
 $V_1=1\text{ l}, 20^\circ\text{C}, 100\text{ kPa}$
 $V_2=2\text{ l}, 100^\circ\text{C}, 200\text{ kPa}$
 $\Delta Q = \text{all.}$



$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{all.}$$

$$\hookrightarrow T = \text{all.} \cdot p^{1-\frac{1}{\gamma}}$$

• jelentő mű = az entalpia meghozatalához

$$Q = n C_p (T_2 - T_1) = \Delta H$$

Adiabatikus

$\delta Q = 0$ \rightarrow elemi folyamatra $dU = -pdV$

-adiabata egyenlete:

$$nC_V dT + pdV = 0 \quad + \text{cd. ga'z} \quad p = \frac{nRT}{V}$$

$$nC_V dT + \frac{nRT}{V} dV = 0$$

$$\boxed{nC_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} = 0} \quad \begin{matrix} \downarrow \\ \rightarrow \text{adiabata} \\ \text{egyenlete} \end{matrix}$$

$$T(V) = ?$$

/n ein

$$\frac{dT}{T} + (\gamma - 1) \frac{dV}{V} = 0$$

$$R = C_p - C_v / C_v$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} > 1$$

"integrálva":

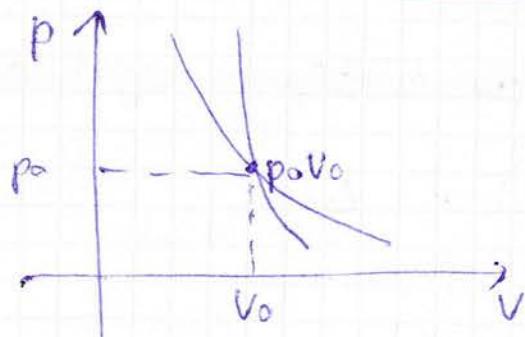
$$\ln T + \ln V^{\gamma-1} = \text{const.}$$

$$\ln TV^{\gamma-1} = \text{const}$$

$$\boxed{TV^{\gamma-1} = \text{const}} \quad \begin{matrix} \text{adiabata} \\ \text{egyenlete} \end{matrix}$$

$$p = \frac{nRT}{V} \rightarrow T = \frac{pV}{nR} \Rightarrow \boxed{pV^\gamma = \text{const.}}$$

- adiabata v. izoterna meredékelt?



$$p_0 V_0 = C_1 \quad (\text{izoterna})$$

$$p_0 V_0^\gamma = C_2 \quad (\text{adiabata})$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V} \right)_{\text{izot.}} = \left(\frac{\partial}{\partial V} \frac{C_1}{V} \right) = - \frac{C_1}{V^2} = - \frac{p}{V}$$

2016.
10. dñ.

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{ad} = \left(\frac{\partial}{\partial V} - \frac{C_2}{V^\gamma}\right) = -\gamma \frac{C_2}{V^{\gamma+1}} = -\gamma \frac{P}{V}$$

$$\frac{C_2}{V^\gamma} = P$$

$\rightarrow p_0, V_0$ helyen

vissza
menőkédes

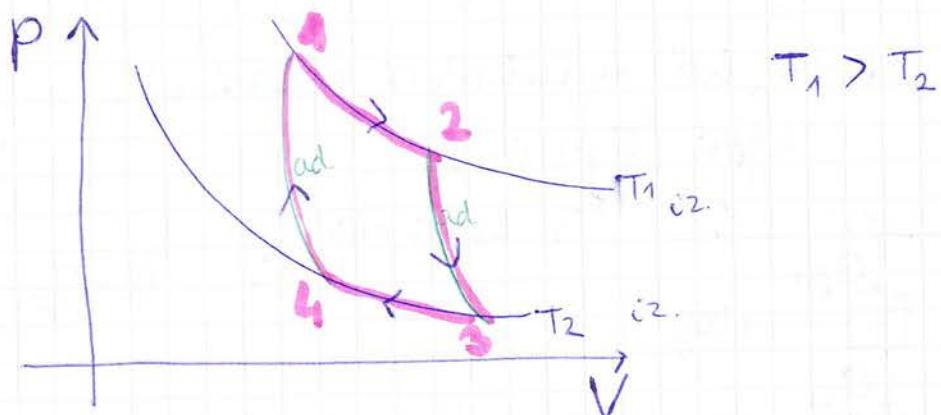
$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{i2} \rightarrow -\frac{p_0}{V_0}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{ad} \rightarrow -\gamma \frac{p_0}{V_0} \quad \gamma > 1$$

$$\gamma \left| \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{ad} \right| > \left| \left(\frac{\partial p}{\partial V}\right)_{i2} \right|$$

a_2 adiabata meredekelés

Carnot körfolyamat



$1 \rightarrow 2$ $Q > 0$ hőt hozunk, $W < 0$ (gáz munkát végez)

$2 \rightarrow 3$ $Q = 0$, kis tagolás lehűl

$3 \rightarrow 4$ $Q < 0$, hőt ad le, összenyomjuk

$4 \rightarrow 1$ $Q = 0$, összenyomjuk, melegszik

a) teljes körfolyamatra $\Delta U = 0$

$$b) Q_1 = Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{12} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} \geq 0$$

$$Q_{23} = 0 \text{ e } W_{23} = U_3 - U_2 = nC_p(T_2 - T_1) \quad W_{23} < 0$$

$$Q_2 = Q_{3 \rightarrow 4} = -W_{34} = nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3} \quad < 0 \quad V_4 < V_3$$

$$Q_{h_1} = \emptyset \rightarrow W_{h_1} = ncv(T_1 - T_2) > 0$$

- a gal' d'ltal végzett munka $W_g = -W$

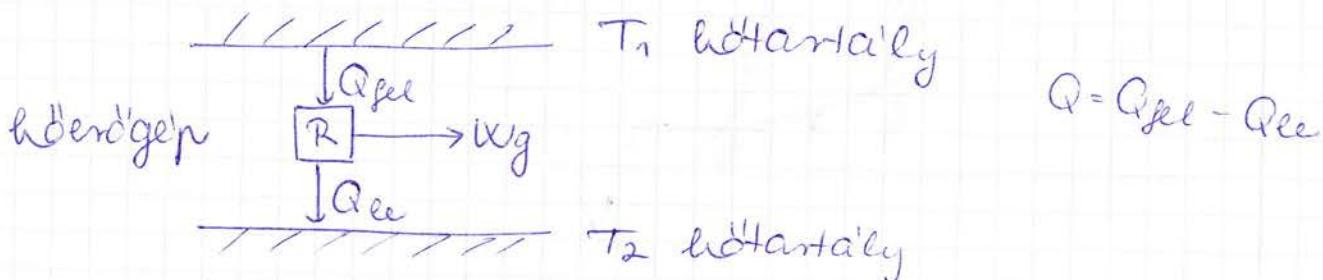
$$W_g = -W_{12} - W_{23} - W_{34} - W_{h_1}$$

$$W_{h_1} = -W_{23}$$

$$W_g = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + nRT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}$$

$$\text{mivel } \Delta U = 0 \rightarrow W_g = Q \quad (W = -Q)$$

a felvett, \uparrow hő munkával adatai.
netHő ($Q_{\text{fel}} - Q_{\text{ee}}$)



Határfok

$$\eta \triangleq \frac{W_g}{Q_{\text{fel}}}$$

- gal' d'ltal végzett munka
felvett hő

$Q_{\text{ee}} \rightarrow$ vesztéség

$$\frac{W_g}{Q_{\text{fel}}} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \underbrace{\frac{Q_2}{Q_1}}_{\begin{array}{l} \leftarrow \\ Q_2 \text{ negatív} \end{array}}$$

\rightarrow termális minőségi

$$|Q_2| < Q_1$$

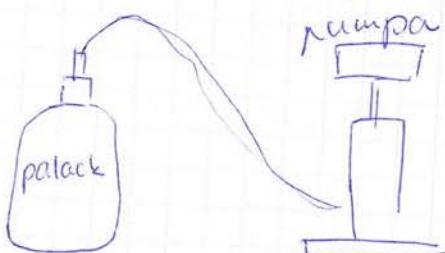
Kibérletekpl: adiabat - \rightarrow ^{lufi hidrun}
 \rightarrow hőszere
nincs rád!

(1) - hőkamra

5. leír

a) - Czavaranya - laposan verjük \rightarrow $T \xrightarrow{\text{változik}}$ hőb) - "izmeltgítő" - hőcsöves vezeték
tömör réz

b)



- palack + felűrjük
 \rightarrow melegellett

- kinyitjuk \rightarrow körny-kel
 hidegellett lesz

c) fizetne ki a \rightarrow rajta marad a papíron a "hő" nyomával
 \hookrightarrow papír \rightarrow rossz hővezető \rightarrow de ennek is megfizethető

d)

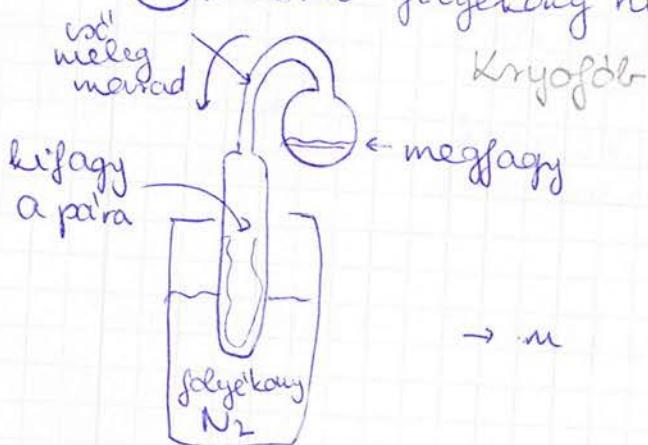


= [hőcso] \rightarrow hővezetés jól

(2)

Kisérlet folyékony nitrogennel

(FIZIPEDIA)



(3)

Duo'n edény

- hő H₂O falú edény - falak között vákuum
 \hookrightarrow hőátáramlás nem ok. \rightarrow hőengedély- Leidenfrost jelenség \rightarrow formák nincs gáz keletl.

\hookrightarrow nem el horzsa a hőszínköz

$\rho_{\text{színre színp}} = 0,9$ \rightarrow fényszint - 200 E kör.

$- \text{H}_2:$ $\pm + \text{kp} - \text{já} \text{ nem egyszer}$

4)



← kisrátta húzzuk veldől a levegőt!

1. levezető fonal
2. ábrajárás a fonal
3. oxiláns N₂ lesz

5.)

Hőtágulás

szilárd - cseppek - legnehebb
hőtágulás Δ

pl: hidak.



pl: villamosok meleg \rightarrow felülporzók
 \rightarrow nagy erők!

"diétais lufi"

\rightarrow felülfűjt lufina folyékony N₂-t öntünk

$\hookrightarrow \frac{1}{1800}$ -adrénnére haladunk össze

- polyamatok megfordít haték
 \hookrightarrow lehűtés \rightarrow összekötök

1 l cseppek folyós
N₂-ból
1800 l gáz
belülhezük

\rightarrow melegítés \rightarrow kitágul

6.) Hőszigetelés - Föld-Nap között E! \rightarrow élet alapja

- hőszigetelő lámpája



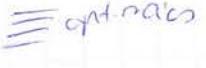
fókusz \rightarrow H nagy lehet a fény intenzitása
 \hookrightarrow papírt felgyeri

pl: fekete + átlátszó lufi.
m2 + felülfűjt



- belsőt kell kidurantani
 \hookrightarrow lezernyalábval melegítjük
intenzitás \downarrow \downarrow kerék. forgalomba nem

2016.
10. Ok.

- Am W. alatt lehet oda. levert
→ működés → 100%-osan az engedélyezettnek
 
≡ opt. működés

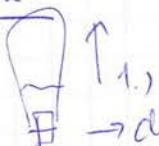
⑦  dugó - N_2 -os palackba → rezg. üt
palack - gáz nem tud szabadon függelni → p₀^o

$$pV = \left[\frac{N}{m^2} \cdot m^3 \right] = Nm = [J] \rightarrow \text{palackba nyomás energiája}$$

$$\uparrow v \quad \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow [J] = \text{nagy. E.}$$

+ helyzeti E
+ Q / k

fordítva:



1. dugó löki ki a gázt a dugó > palack

2. cseppf. N_2

3. nagy nyomású gáz

N_2 szökőhűt

↓
pl: palack felrobban-
tásakor energia

3 folyosati
reakció

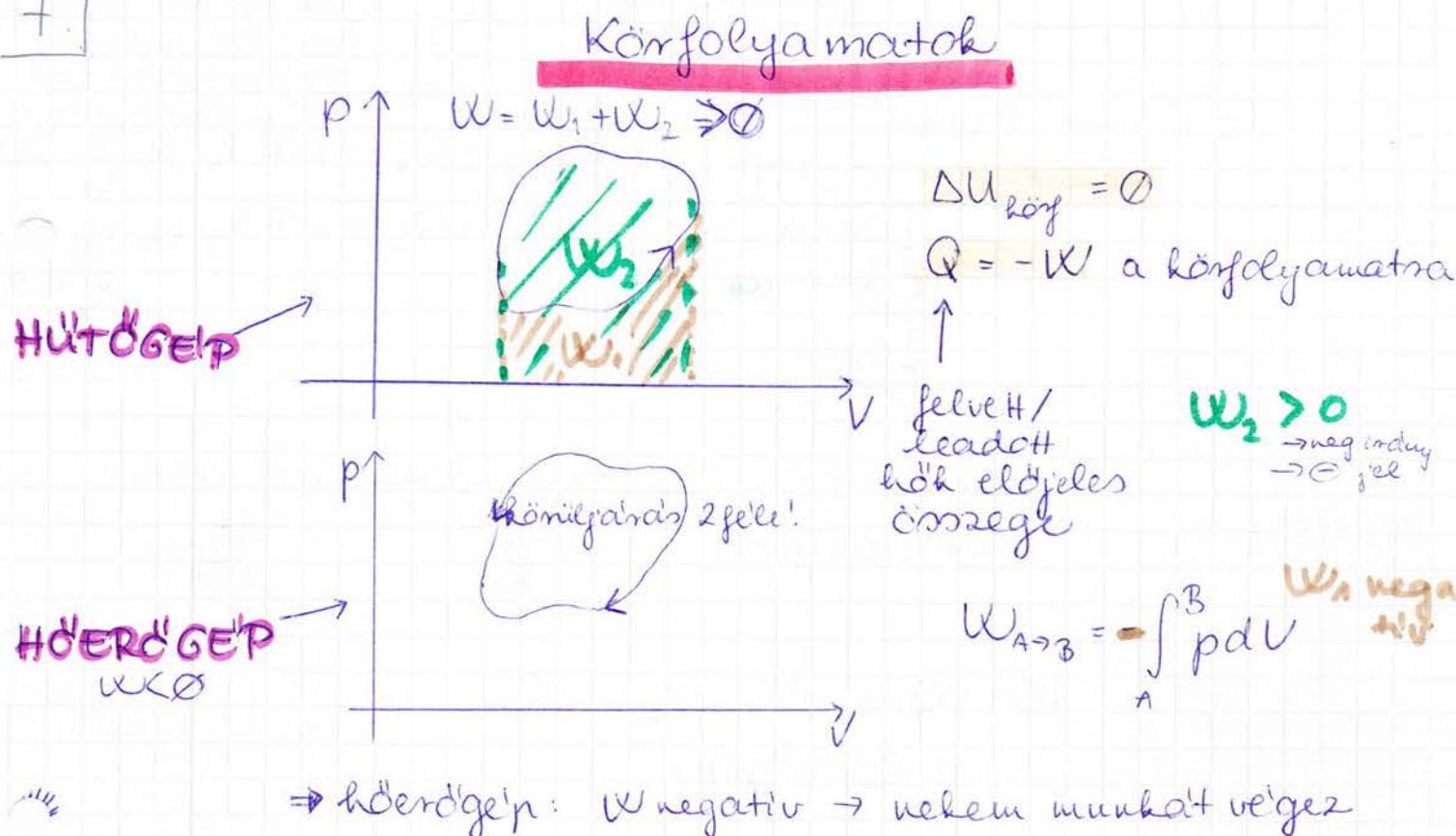
2016.
10.11.

Ideális gáz állapotváltozásai

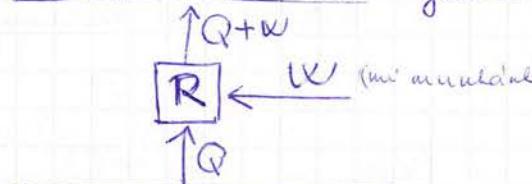
6. het

- izoterm $T = \text{all.}$ $U = \text{all.}$
- izochor $W = 0$
- izobar $Q = H_2 - H_1 = nC_p(T_2 - T_1)$
- adiabatikus (izentropikus) $Q = 0$ $\Delta U = W$
 $TV^{\gamma-1} = \text{all.}$ eis $pV^{\gamma} = \text{all.}$

7.



||||| → felső hőtartály

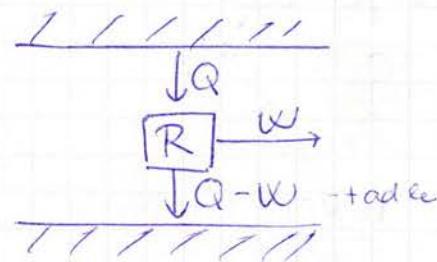


\Rightarrow HÜTÖGEP

(ábra
szemlélete,
de nem
megíz)

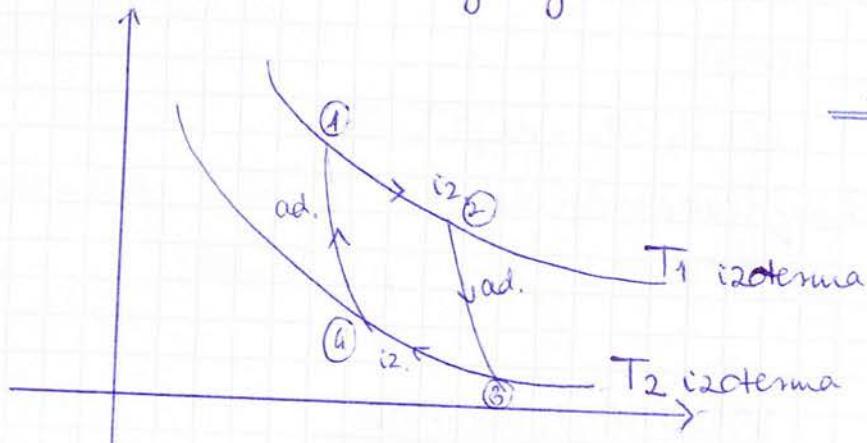
||||| → alsó hőtartály

HÖERÖGEP:

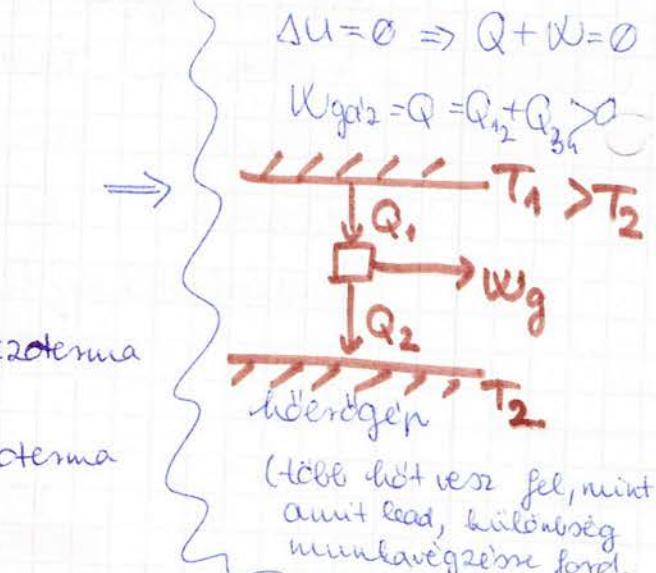
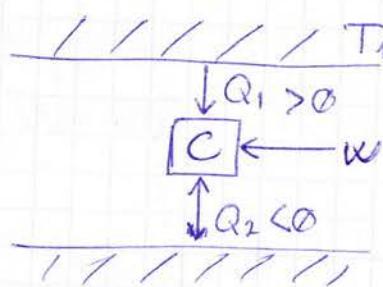


Carnot körfolyamat

- Nevezetes körfolyamat

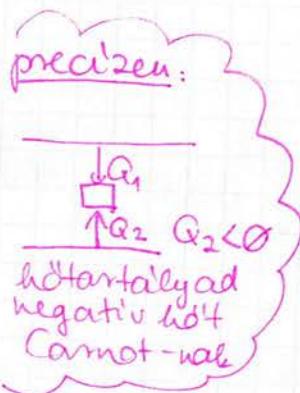


- C mint Carnot

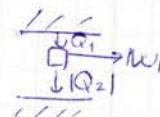


$$Q_{1 \rightarrow 2} = Q_1 = nR T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$$

$$Q_{3 \rightarrow 4} = Q_2 = nR T_2 \ln \frac{V_4}{V_3} < 0$$



- Szemléletesen: $|Q_2|$ -nyi hő megy az alsó hőtartalékba:



$$W = -Q = -Q_1 - Q_2 < 0$$

\Rightarrow hőerőgep

$W_g \triangleq -W > 0 \Rightarrow$ gáz által végezett munka, hőszámos munka

hatásfok:

$$\eta = \frac{W_g}{Q_{\text{fej}}} = \frac{W_g}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}$$

\uparrow
felső hőtartalyléde veszek fel hőt

$$\eta = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} < 1$$

$$\eta = 1 + \frac{nR T_2 \ln \frac{V_4}{V_3}}{nR T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$$

→ önmegfiggés V-h között:

6. het

$$\left\{ \begin{array}{l} T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_4^{\gamma-1} \\ T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} \end{array} \right. \quad \leftarrow \text{adiabatahely}$$

$$\left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$$

$$\Rightarrow \frac{\ln a}{\ln \frac{1}{a}} = -1$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}} \quad \Rightarrow \text{mivel } T_2 < T_1 \Rightarrow 0 < \eta < 1$$

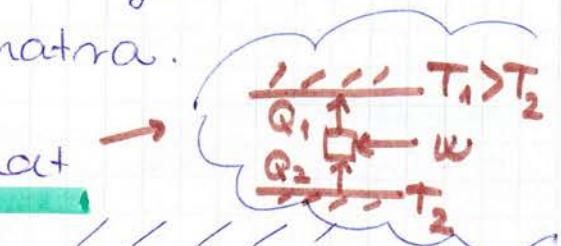
\uparrow
Carnot folyamat határfoka

$$\Rightarrow \boxed{\frac{Q_2}{Q_1} = -\frac{T_2}{T_1}} \quad (\eta = 1 + \frac{Q_2}{Q_1})$$

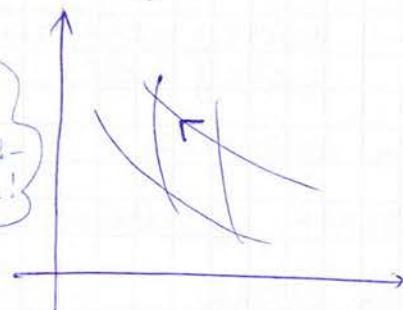
$$\Rightarrow \boxed{\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0}$$

= a redukált hők önmegye \emptyset a Carnot körfolyamatra.

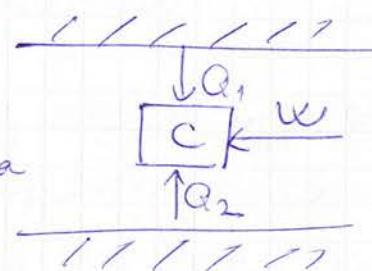
Fordított Carnot körfolyamat
- hűtőgén



- több hőt ad le, mint felvessz a munkavezetéssel néh körözhetően!



- alosd előtartályba adt szívattyúz a felső előtartályba



- hőszivattyú teljesítmény törzsezője

$$k_{S2} = \frac{|Q_1|}{Wg} = \frac{1}{\eta} > 1$$

belátható

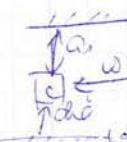
pl: belső hőtartályon mennyit ad le?

$$k_{S2} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} > 1$$

pl: klima 1 kW elektromos teljesítmény

4 kW hőteljesítmény

⇒ 3 kW hőt mit el



pl: 3°C-os fűrészkelhetően a belső tereket → Genf ENSZ szekház

pl: Inverteres hőszivattyú (szabálytalanított)

Hőtan II. fő tétele

Bevetés

- Megfigyelések: - meleg tárgy lehűl a környezet hőmérsékleteire

- meleg + hideg tárgy: hideg melegszik, meleg hűl.

- pl: csepp tinta a vízben szétosztik

- leesett tárgyak széthörnek, feldobva a darabok nem állnak össze

→ egyptik példa fordította nem mond ellent az energiamegmaradásnak.

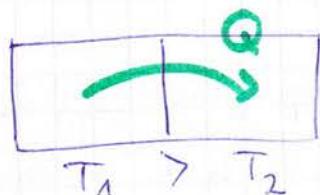
pl: meleg test röti von el a hidegebbetől

2016.
10.11.

- pl: asztalon pattogó golyó megalál, a mechanikai energia átalakul hővé.
→ az energia „szétszabadulik”

6. leírás

Melegebb + hidegebb test



- olyan menetiségek kell, ami a folyamat irányait egyértelműen meghatározza

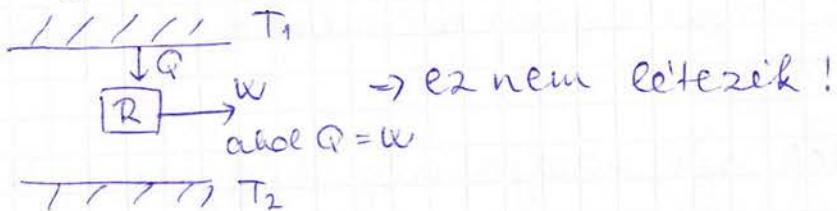
T_2 kisebb

$$\sum_i \frac{Q_i}{T_i} = \underbrace{\frac{-Q}{T_1}}_{\text{ad-hoc}} + \underbrace{\frac{Q_2}{T_2}}_{>0} = -Q \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) > 0$$

- redukált hő összege előjelű összege, ebben a folyamatban pozitív.

4 ekvivalens megfogalmazás

- Carnot: Nem lehetséges egy testtel hőt közölni úgy, hogy azt teljesen munkával alakítja leadott hő nélkül.



(pl: hadmérnök, fizikus Carnot
→ pl: negyedik legutolsó utó - nem elengedhető fel)

- Thomson (Lord Kelvin): Nincs olyan, hogy egy rendszer hőmérséklete csökken, és az elvesztett energia teljesen munkával alakul.

• Clausius: Nincs olyan folyamat ami csak abból áll, hogy hő megy a hidegebb helyről a melegebbre.

(pl. hőszivattyú hidegell helyről melegellre megy a hő) de ott munkavégzés is van

• Planck: $\eta < 1$. Egy hőerőgépbeikt működő körfolyamat hatásfoka 1-nél kisebb!

→ nem létezik ún. másodfajú perpetuum mobile (örökmozgó)

Megj - elsőfajú: $\eta > 1$ - sehol az energia nem - másodfajú: $\eta = 1$ → ez sem létezik

Megjegyzések:

- II. főtételel → folyamatok irányá
 - pl: video halrafelé → meg tudjuk mondani, b. mire mennek a folyamatok
 - az energia szétosztódik
 - pl: széges szimulációk → sálló golyókba lövünk
- I. főtételel azt mondja meg, hogy melyik folyamatok mehetnek végre
 - II. főtételel → II. →, hogy melyik folyamatok mennek valóban végre.

2016.
10.11.

Carnot tétele:

~ kevésbé hőtartalék -vel ekvivalens

6. het

- A 2 hőtartalék között működő reverzibilis hőerőgep hatásfoka maximalis e's anyagi minőségtől és a folyamat részleteitől független.

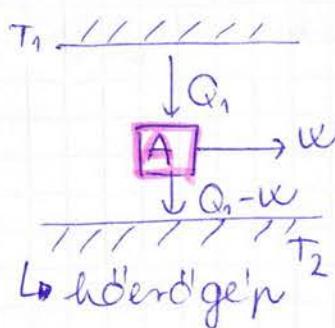
~ reverzibilis: absztrakt, szigorúan véve nem létezik

ezzel ekvivalens megfogalmazás:

- minden két azonos hőtartalék között működő reverzibilis hőerőgep hatásfoka egyenlő, anyagi minőségtől és a folyamat részleteitől független.

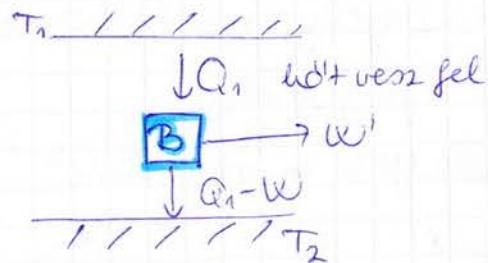
Allítás: Carnot körfolyamattal is ilyen reverzibilis maximalis hatásfokú folyamat.

BIZ: indirekt



Tfgh. $\eta_B > \eta_{BA}$

→ létezik hűt. hatásfok



! szemléletes (precis: nyilagodul, absz. érték)

$$\eta_A = \frac{W}{Q_1}$$

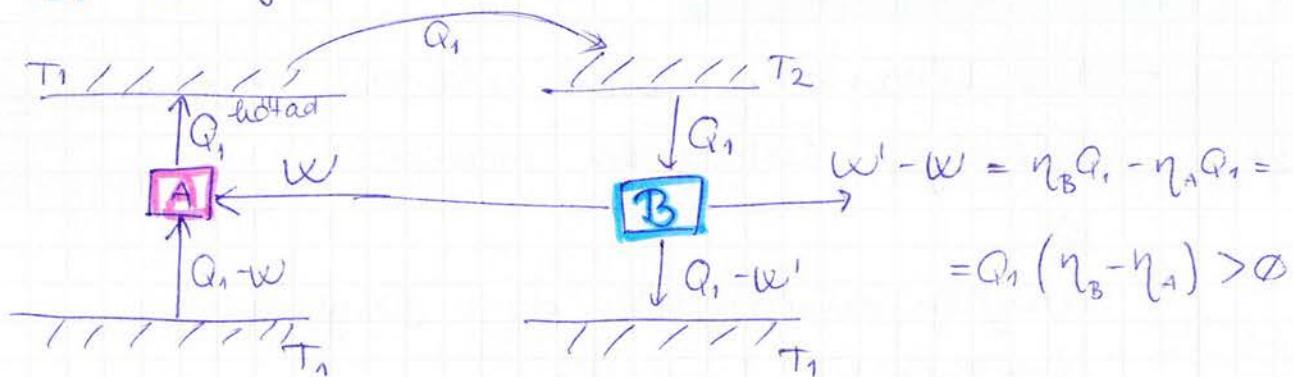
$$\eta_B = \frac{W'}{Q_1}$$

(fgh. u. akkor Q_1 hőt felvérve B több munkát végez)

- legyen **A** egy hőszivattyú, ami B-t hajtja

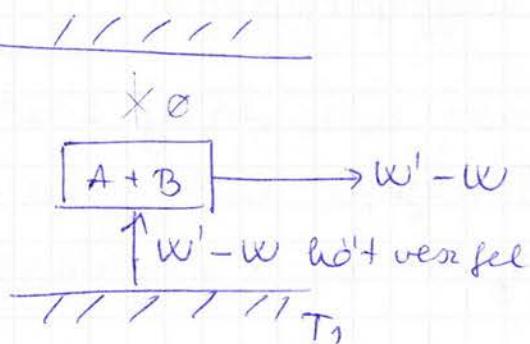
\rightarrow **B** \rightarrow hőerőgör

\rightarrow működésre **B** a2 **A**-t. (Ez lehet, mert A reverzibilis)



Aban nem működik a hőerőgör

- Teljes rendszer:



\Rightarrow II. félételek

(-Carnot megfogalmazásnak mond ellett.)

\Rightarrow Carnot tétele igaz, minden két azonos hőartalú között működő hőerőgör határozza azonos $= \eta_{\text{Carnot}}$.

A'll: A Carnot körfolyamat határozója anyagi minőségektől független.

pl: ideális gáz + „vani-más”

B12: indirekt,

Tehintünk 2 Carnot körfolyamatot azonos

T_1 és T_2 között.

\rightarrow **A**: ideális gáz (η_c)

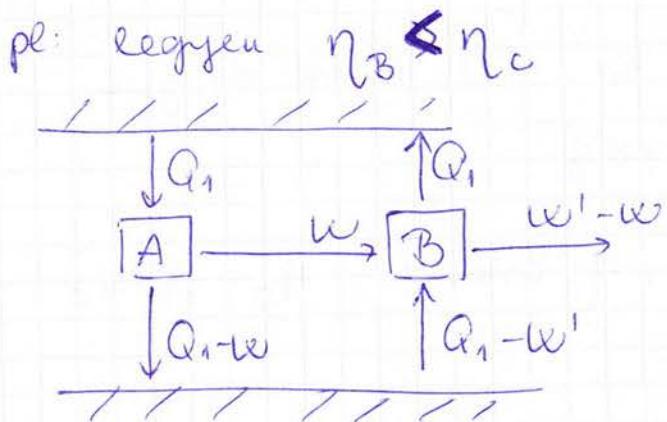
$$\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{tudjuk}$$

\rightarrow **B**: vani-más (η_B)

reverzibilis
(Carnot nincs)

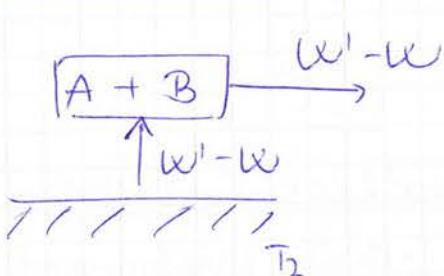
2016.
10.II.

6. hétfő



teljes rendszer

T_1



$W'-W \leq 0$ a II. főtételel alapján.

Ha megfordítjuk a gépeket sorrendje:

$$W'' - W' \leq 0$$

$$\Rightarrow \underline{W - W'} = 0 \rightarrow \text{2. főtételel}$$

$$\Rightarrow \text{Ha } W' = W \Rightarrow \eta_B = \eta_c$$

Termodynamikai hőmérsekkeli skála (Kelvin-féle)

($\eta_{\text{Carnot}} \rightarrow T$ -től függ → idom-mérés)

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \text{ ebből konstruálható}$$

anyagi mindsegtől független hőmérsekkeli skála.

-recept: - Végézzük Carnot (hőerőgejn) körfolyamatot
Tf (forrás) és Tg (duzzadás) között
(nyomást fixálni kell)

pl: Mennyit
elvezetek
vagy forrásnak?

itt megmutjuk η_0 -t és 100% meghatározását.

$$T_f - T_0 = 100 \text{ egység.}$$

$$\eta_0 = \frac{T_f - T_0}{T_f} \quad ; \quad \eta_0 \text{ ismert} \quad \eta_0 = 0,268$$

T_f, T_0 ismeretlen kifejezhető

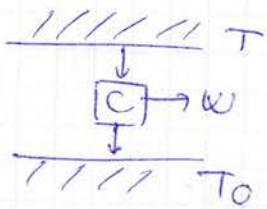
$$\Rightarrow T_0 = 273,15$$

$$T_f = 373,15$$

Egy ismeretlen T hőmérséklet meghatározása:

pl. ha $T > T_0$

→ Carnot körfolyamatot csinálunk vele



innen η_T + megyük eis

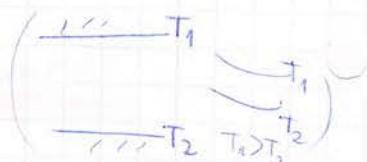
$T_0 \rightarrow$ referencia hőmérséklet (ismert)

$$T = T_0(1 - \eta_T)^{-1}$$

$$T = \frac{T_0}{1 - \eta_T} \quad \text{ha } T > T_0$$

ha $T < T_0$

$$T = T_0(1 - \eta_T)$$



Megj: → ez inkább elvi lehetőségek

→ a Ø-t jobban is meg lehet adni.

↳ ur's hőműszerenja

→ légyomamátról
független
egzakt

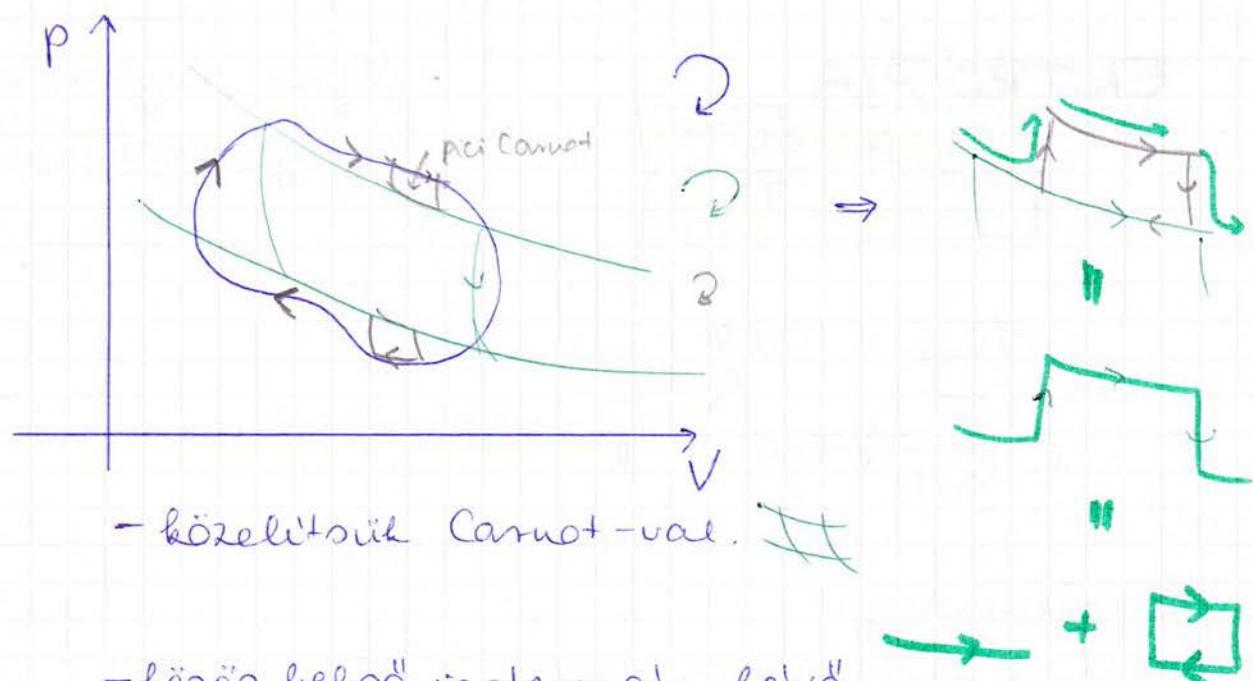
→ Carnot-körfolyamat hatásfokának meghatározásával az ismeretlen hőmérséklet meghatározható.

2016.
10.11.

A₂ ENTRÓPIA

- Carnot-ra rátuk: $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$

- Tekintsünk egy általános körfolyamatot:



- közelítük Carnot-val.

- közös belső izotermai leírás
~~redukálható~~ összegére $\Rightarrow T_{fix}$

\Rightarrow redukálható összegére is 0,

- általános reverzibilis körfolyamra

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0$$

- analógia: konzervatív erőkre

pl.: $\oint \underline{E}_{\text{elektrostatikus}} d\underline{r} = 0$

\rightarrow definíálható

$$\oint \underline{F}_{\text{gravitációs}} d\underline{r} = 0$$

potenciál

úthálózat, csak
végpontokkal
bellyen foglalkoz-

- Clausius: a redukált hő egy állapotfüggvény teljes differenciálja. \Rightarrow ENTROPIA

(- Analógia: $\nabla U = -\mathbb{F}$ v. $\nabla \underline{\Psi}^{\text{Sstat}} = +\underline{E}$) 2 pont között vezetett minden

ENTROPIA

$$dS \triangleq \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}$$

- előjelc meghatározza a folyamatok irányát.

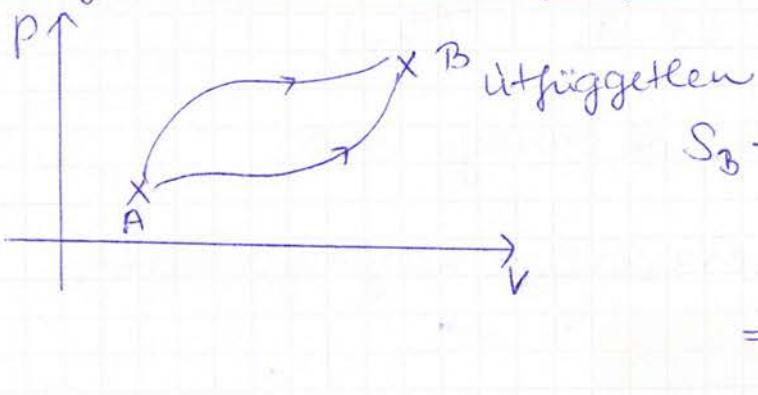
$$\delta Q_{\text{rev}} = T dS$$

folyamatfüggő

$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}$

kötélezmény:

Véges reversibilis folyamatra:



$$S_B - S_A = \int_A^B \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = \int_A^B dS$$

S tulajdonságai:

- extenzív (2 részrendszere a közölt hő additív)

- ha $S = \text{áll.}$, \Rightarrow izentropikus vagy adiabatikus folyamat.

\rightarrow Entropia megráltása \sim közölt hővel

- állapot jellemző

\rightarrow tömörléges reversibilis folyamatra megadható.

2016.
10.11.

$$S(T_1) = S(T_0) + \int_{T_0}^{T_1} \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}$$

van nulla
hőm-en

C_V, C_P stc.
Adékapacitás az adott folyamatban

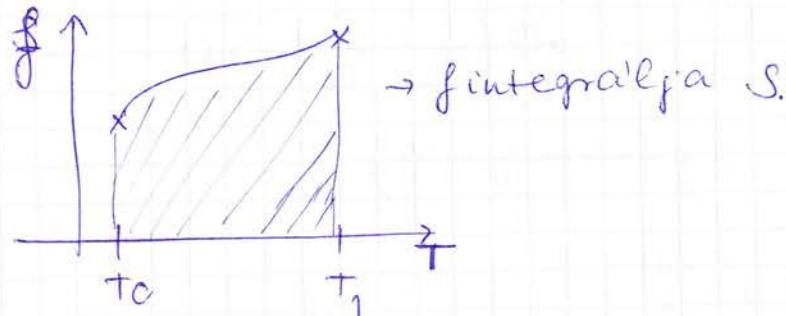
$= S(T_0) + \int_{T_0}^{T_1} \frac{C_{\text{rev}} dT}{T} =$

(17.0)
Pélygyűrűreest
fajlának is
lehet hőm
függelék

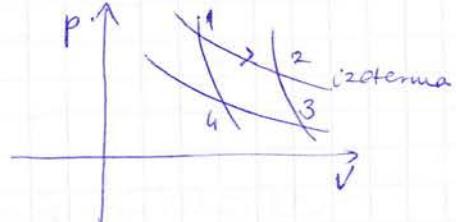
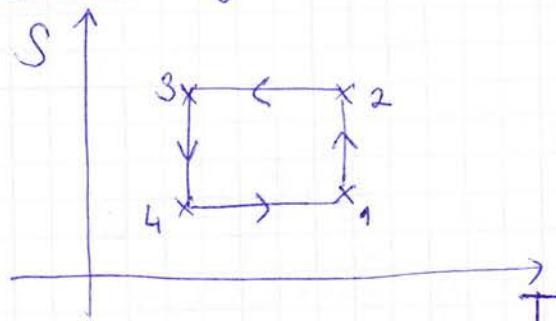
bevezetve
 $f(T) = \frac{C_{\text{rev}}(T)}{T}$

$= S(T_0) + \int_{T_0}^{T_1} f(T) dT$

$\Rightarrow S$ az f primitív függvénye.



S-T diagram a Carnot folyamatra:



$1 \rightarrow 2$ hőtvesztés,
 $T = \text{allee}$,
 $\Rightarrow S \text{ nő}$

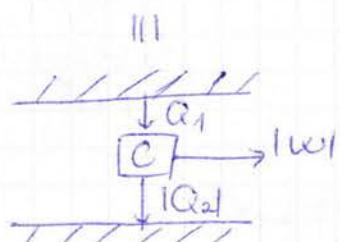
$2 \rightarrow 3$ T csökkl.

(Megj.: ΔS -t tetszőleges 2 egységes állapot között
kiszámolni, hiszen állapotfüggvény,
meg változása független a folyamatról.)

Jellemzés: reversibilis körfolyamat

- Carnot körfolyamat

7. het



- redukált hő összege:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$$

- Redukált hő + folyamatok irányára

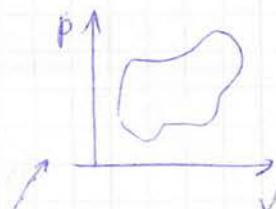
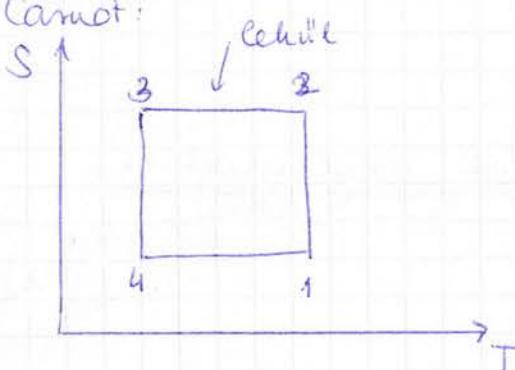


$$\delta Q > 0 \text{ (tapasztalat)}$$

$$\delta Q \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) > 0$$

($\frac{\delta Q}{T}$: segédmennyiségg)

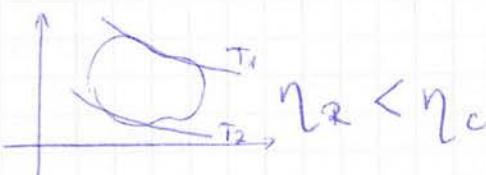
- Carnot:



- Általános körfolyamatra

$$\oint \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} = 0$$

- Carnot tétel: Carnot-ra η maximalis



- 2 azonos hőtarály közötti reversibilis körf.-ra η azonos.

- anyagi mindenkorral Carnot hatásfoka független.

↳ lehetőséget ad a termodynamikai hőm. szála bevezetésére.

2016.
10.18.

- Entropia

- mint segédmennyiséget vezetjük be
- mechanikai analógia alapján
~ konservatív mennyiségek

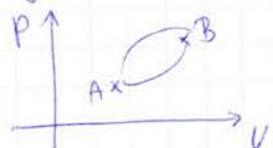
$$\oint \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} = 0$$

7. het

$$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$$

↓
teljes differenciál

függő mennyiségek



$$S_B - S_A = \int_A^B dS = \int_A^B \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$$

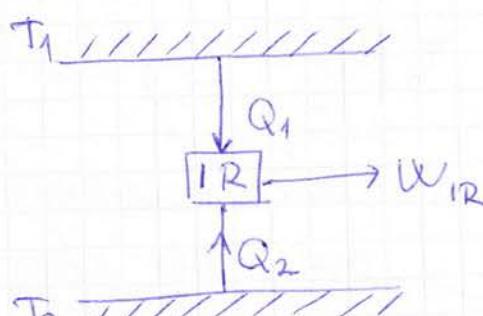
Reverzibilis folyamatban csak hőcserevel változik meg az entropia.

Fázisáthalakulások: pl: jég olvad (hőtűről nem változik)

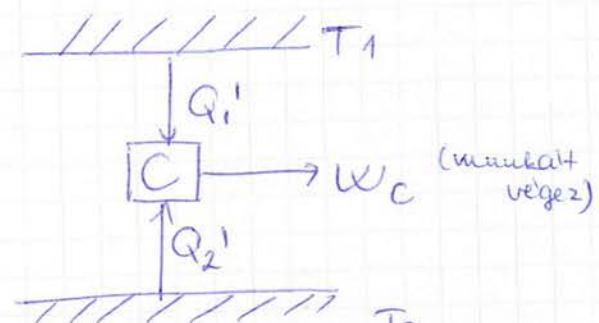
$$\Delta S_f = \frac{\Delta Q_f}{T} \leftarrow \text{eláterüléshez}$$

ΔQ_f : fázisáthalakulásnál felvett / leadott hő

Irreverzibilis folyamatok és entropia



irreverzibilis
körfolyamat



Carnot
körfolyamat

(- alesd hőt. - ekkor hőt vesz fel \rightarrow W-t végez \Rightarrow 2. felfelvérhető
ellenmond)

- összekötjük lehet, hőfolyamatot. $\Delta U = \emptyset$

$$\rightarrow Q_1' = -Q_1$$

$$\rightarrow \text{Carnot-ira: } \frac{Q_1'}{T_1} + \frac{Q_2'}{T_2} = \emptyset$$

$$W_{IR} = Q_1 + Q_2$$

1

$$W_C = Q_1' + Q_2'$$

↗

nem az, mint, amit 1. fétételben
használtuk - előjeleib!

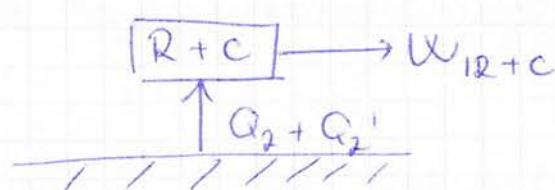
- kombinált rendszere:

$$\begin{aligned} W_{IR+C} &= Q_1 + Q_2 + Q_1' + Q_2' = Q_2 + Q_2' = \\ &= Q_2 + \frac{T_2}{T_1} Q_1 \end{aligned}$$

$\frac{1}{-Q_1' + \frac{T_2}{T_1}}$
 $\frac{Q_1}{Q_1}$

- kombinált gép:

||||| T_1



$$\text{II. fét.} \Rightarrow W_{IR+C} \leq 0 \Rightarrow$$

II. fététel alapján

W_{IR+C} nem lehet

pozitív! → (mivel még végez-
tünk volna lecsenő
munkát, de csak az
előbbi folyamatban
vettünk fel hőt)

$$Q_2 + \frac{T_2}{T_1} Q_1 \leq 0 \quad / : T_2$$

$$T_2 \left(\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} \right) \leq 0 \quad \stackrel{\text{eset}}{\rightarrow} \quad T_2 > 0$$

irreverzibilis folyamat
reduálható adjé

$$\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} \leq 0$$

(\Leftarrow vagy ha irreverzibilis)

(\Leftarrow , ha szigorúan irreverzibilis)

2016.
10.18.

Általános, nem feltétlenül reverzibilis körfolyamatra:

$$\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

(ennek: $\oint \frac{dQ_{rev}}{T} = \emptyset$)

7. hét

CLAUSIUS-EGYENLÖTLENSEG

- véges reverzibilis folyamatra:



→ az egész körfolyamat
irreverzibilis

$$\oint \frac{dQ_{irrev}}{T} < \emptyset$$



$$\int_A^B \frac{dQ_{irrev}}{T} + \int_B^A \frac{dQ_{rev}}{T} < \emptyset$$

$\underbrace{S_A - S_B}$

$$\int_A^B \frac{dQ_{irrev}}{T} < S_B - S_A$$

(-irreverzibilis folyamatban levő indícsere
nem fedezi a teljes entropiaváltozást)

- Clausius egyenlötlensegégek; a

II. feltétel matematikai alakja:

(1.) $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$ (=, ha rev. a folyamat).

(2.) $\int_A^B \frac{dQ}{T} \leq S_B - S_A$

(3.) $\frac{dQ}{T} \leq dS$

Következmény:

(→ II. fdt-tel következménye is!)

- reverzibilis folyamatban csak hőcserevel változhat az entropia.
- irreverzibilis folyamatban: $\delta Q_{inev} < T dS$ \Rightarrow

\Rightarrow létezik u. **ENTROPIA PRODUKCIÓ**

$$dS_{prod} > 0$$

"hőcsere nélküli független entropiaváltozás"

\Rightarrow ezzel a II. fdt-tel így is felírható:

$$dS = dS_{prod} + \frac{\delta Q}{T}$$

(nev-nek: $dS_{prod} = \emptyset$
inev: $dS_{prod} > 0$)

\Rightarrow zárt rendszere: $\delta Q = \emptyset$

$$\Rightarrow dS = dS_{prod}$$

[univerzum
zárt]

- ekkor véges folyamatokra:

$$S_B - S_A \geq \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \emptyset$$

Clausius \nearrow zárt

- mindenkoran megelégedik a fejlődése, hogy az entropia nő
- entropia NEM CSÖKKENhet spontán folyamatban.

Ez az u. **ENTROPIA NÖVEKEDESI TÉTELE**.

Dizaknumid:

- **zárt rendszer egyensúlya:** ha maximalis az entropia. ($dS = \emptyset$)

- Universumra: "hőhalál"

- gradiensek vannak, az energia/ hő, minden egyszeresen elosztva. Hőhalál minden ellenkezője.

irrev-ben pl: Gay-Lussac
nem! $\rightarrow Q_{nincs}, W_{nincs}$
 $S_{nincs} \text{ mégis}$

2016.
10.18.

Megj:

- filozófia: univerzum E-ja nemegyenlős → nincs csöideje
- pl: ember → hőt termel 100W -ot passzívan, → entropia nő
 ↳ iner. folyamat
- univ. jövője: - nem születhet újra alacsony entropiajú univerzum.

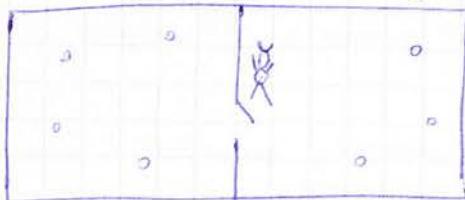
Erdékességek:

- fekete lyuknak is van entropiaja
 → Hawking → Hawking-sugárzás
- reversible computing
 - Landauer: információk entropia
 ↳ 1 bit információ törléséhez $k_B T \cdot \ln 2$ energia kell.
 - ~ elfelejtés: hőt termel, növeli a rendszertelenséget
- kvantumszámítógépek (nem fejlesztet?)
- pl: Mai számítógép mennyire hatékony?
 - processzor 10W -ot használ fel pl. $10\text{W} = \frac{10\text{J}}{\text{s}}$
 - ~ húmvélet 1 drágabílusban, drágul 1GHz -es
 - $10\text{ Gflop} = 10^{10} \frac{\text{byte}}{\text{s}} \approx 10^4 \frac{\text{bit}}{\text{s}}$
 ↳ húmvéletet végez,
 - Landauer
- mai: $10 \frac{\text{J}}{\text{s}}$

Mai számítógép a fizikai limitnel
 10 nagyságrenddelrosszabbul használja ki az energiat. ! ;)

Solti
Csongor

Maxwell-démon (gondolatkereslet)



-démon: ajtót nyitva / csukja a gyors / lassú részecskék előtt.

pl: jobb oldal felmelegszik.

Megoldás: - démonnak jobb infót kell töltenie
→ entropia növel - gondolkozás

- láthatólag: örökké az entropia

- információs munkavégzés! → de!

- pl: külön → - alrendszerben lehet illetően csökken → kisebb + jól
de elég r. entropiája nő!

Hőtan fundamentalis egyenlete

• 1. féltehető: $dU = \delta Q + \delta W$

telj. diff.

utfűggő mennyiségek.

• reversibilis folyamatra: $TdS = \delta Q^{\text{rev}}$ (entropia definíciója)

• $\delta W = -pdV$ (egyelőre csak mech. munkavégzés)

→ záblak:

$$dU = TdS - pdV$$

HŐTAN FUNDAMENTALIS EGYENLETE

All. \Rightarrow láthatólag csak reversibilisre működik,
de jobb irreversibilisre is.

- meglepő, h. δ-lélel d lez

All: külön-külön általában irreversibilis
folyamatra: $\delta Q^{\text{irr}} \neq TdS$ és $\delta W^{\text{irr}} \neq -pdV$
de együtt IGEN

2016.
10.18.

$$\delta Q + \delta W = TdS - pdV \quad a$$

folyamat részleteitől függetlenül

7. het

vagy: $\delta Q^{\text{inv}} + \delta W^{\text{inv}} = \delta Q^{\text{rev}} + \delta W^{\text{rev}}$

- Ha van a nyagi munkavégzés is:

$$dU = TdS - pdV + \mu dn$$

= F.E. (=fundam. egyenl.)

$$\begin{array}{l} T \leftrightarrow S \\ p \leftrightarrow V \\ \mu \leftrightarrow n \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{int} \leftrightarrow \text{ext. párok} \\ \text{altrendszere} \end{array} \right.$$

$$dS = \frac{1}{T} (dU - pdV - \mu dn) \Leftrightarrow \text{fundamentális egyenlet.}$$

- általános munkavégzések:

$$dU = TdS + \sum_{i=1}^n x_i d\zeta_i$$

↑

n db hőközön-kata's
pl: meghesek
elektromosztat.
dipól stc.

$$dS = \frac{1}{T} (dU - \sum_{i=1}^n x_i d\zeta_i)$$

- fundamentális egyenletet továbbítjuk:

→ Láttuk, hogy

$$dS = dS^{\text{mod}} + \frac{\delta Q^{\text{rea}}}{T}$$

$$\rightarrow TdS - pdV = \delta Q + \delta W$$

tekinthük az invárszibilis munkavégzésekkel.

pl: sűrددás

$$\delta W = \underbrace{-pdV}_{\text{sűrددás mentes}} + \delta W^{\text{inv}}$$

sűrددás mentes

$$\rightarrow \delta Q = T(dS - dS^{\text{mod}})$$

$$TdS - pdV = \underbrace{TdS - TdS^{\text{mod}}}_{\delta Q} - pdV + \delta W^{\text{iner}}$$

$$TdS^{\text{mod}} = \delta W^{\text{iner}}$$

$$dS^{\text{mod}} = \frac{\delta W^{\text{iner}}}{T}$$

\Rightarrow A2 irreversibilis munkavezeték entropiáját hoz létre.

(pl: csírás, papír + fadarab \rightarrow E súlyosodás, sűrűségszínváltás, hő)

I. + II. függvény \Rightarrow F.E.

Ideális gáz entropiája

$$dU = TdS - pdV \Rightarrow \emptyset = dU - TdS - pdV$$

$$dS = \frac{1}{T} \downarrow dU + \frac{p}{T} \downarrow dV$$

$$dU = \downarrow nC_V dT$$

$$U = U(T)$$

$$dS = \frac{1}{T} nC_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} \quad p = \frac{nRT}{V}$$

↳ sugallya

$$S = S(T, V)$$

(Eml: $\delta p - C_V$ levezetés)
 $V = V(p, T)$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V = \frac{nC_V}{T} \quad \text{és} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T = \frac{nR}{V}$$

2016.
10.18.

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V \cdot dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T \cdot dV$$

7. het

ismerve: $S_B - S_A = \int_A^B dS \rightarrow \text{einen wärmeszum}$

festet (T₀, V₀) - at.

additiv:

$$S(T, V) = S_0(T_0, V_0) + nC_V \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0}$$

• attingut $S(p, V) = S - ne$

$$T = \frac{pV}{nR}$$

$$S(p, V) = S_0(p_0, V_0) + nC_V \ln \left(\frac{p}{p_0} \cdot \frac{V}{V_0} \right) + nR \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) =$$

$$= S_0(p_0, V_0) + nC_V \ln \frac{p}{p_0} + nC_V \ln \frac{V}{V_0} + nR \ln \frac{V}{V_0}$$

$$n(C_V + R) = n \cdot C_p$$

$$S(p, V) = S_0(p_0, V_0) + nC_V \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) + nC_p \ln \left(\frac{V}{V_0} \right)$$

• $S(p, T)$, ekkiez $V = \frac{nRT}{p}$

$$S(p, T) = S_0(p_0, V_0) + nC_V \ln \frac{p}{p_0} + nC_p \ln \left(\frac{T}{T_0} \cdot \frac{p_0}{p} \right)$$

$$= S_0(p_0, V_0) - nR \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) + nC_p \ln \left(\frac{T}{T_0} \right)$$

additiv
 $C_p - C_V = R$

Megj: $T_0 = \emptyset$ - val mi van?

Entrópia változás a Gay-Lussac kinehletben

$$V_1 \rightarrow V_2 \text{ tagul } \Delta U = \emptyset \quad \Delta T = \emptyset$$

$$P_1 \rightarrow P_2 \text{ csökken } W = \emptyset \\ Q = \emptyset$$

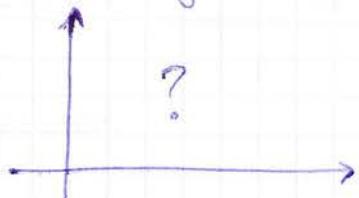
$$\rightarrow \text{entrópia: } S_1(T_1, V_1) = S_0(T_0, V_0) + nC_v \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \left(\frac{V_1}{V_0} \right)$$

$$S_2(T_1, V_2) = S_0(T_0, V_0) + nC_v \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \left(\frac{V_2}{V_0} \right)$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = nR \left(\ln \frac{V_1}{V_0} - \ln \frac{V_2}{V_0} \right) = \\ = nR \ln \frac{V_2}{V_1} > \emptyset, \text{ mert } V_2 > V_1$$

\Rightarrow irreverzibilis állapotváltozás

Megj: • ábraziobjuk Q-L-t a pV diagramon



G-L elválasztás egyszerre
izoterm és adiabatikus
ellenmondás!

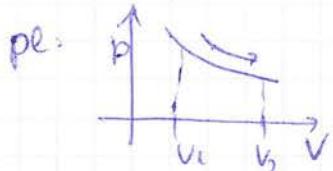
De!

- Irreverzibilis folyamat, ami eltinik
a p-V diagramról!

- Intenzív állapotjelzők nem jól
meghatározottak.

• p-V diagrammon az adiabataik mentén $S = \text{all.}$

• izoterm tagulásnál: $\Delta S = nR \ln \frac{V_2}{V_1}$



Aj: G-L: $T = \text{all.}$ $V_1 \rightarrow V_2, P_1 \rightarrow P_2 \xrightarrow{PV=nRT} \Delta S(p, V) = ?$

2016.
10.18.

Entrópiaváltozás kiegyenlítődebi folyamatokban.

7. hét

T_1, p_1	T_2, p_2
U_1, V_1	U_2, V_2

mech. munkavégzés
+ hőcsere

- elemi lépésekben 1-es ill.
2-es rendszer entrópiaválto-
zaása?

$$dS_1 = \frac{1}{T_1} dU_1 + \frac{p_1}{T_1} dV_1$$

$$dS_2 = \frac{1}{T_2} dU_2 + \frac{p_2}{T_2} dV_2$$

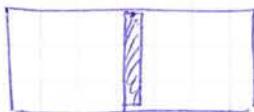
- izolált rendszere: $dU = \emptyset$

$$dU_1 + dU_2 = \emptyset \Rightarrow dU_1 = -dU_2$$

- zárt r.: $dV = \emptyset \rightarrow dV_1 = -dV_2$

teljes telzifogat
állandó.

pé:



↔ sűrűddásmentes dugattyú

- teljes entrópiaváltozás: MESTER - EGYENLET

$$dS = dS_1 + dS_2 = dU_1 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + dV_1 \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right)$$

Példa: $p_1 = p_2 = p$, de $T_1 > T_2$

$$dS = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \underbrace{\left[dU_1 + p dV_1 \right]}_{\substack{\text{2. fülfeltelel: } dS > 0 \\ \downarrow \\ < 0}}$$

\Rightarrow 2. fülfeltelel: $dS > 0$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) < 0$$

$$dU_1 + p dV_1 = \delta Q_1 < 0 \quad \begin{array}{l} \text{melegebb} \\ \text{testekhöz,} \\ \text{hőt ad le.} \end{array}$$

Példa: $T_1 = T_2 = T$ és $p_1 > p_2$

mester-egyenletekkel:

$$dS = 0 + dV_1 \left(\frac{p_1}{T_1} - \frac{p_2}{T_2} \right) = \frac{dV_1}{T} \underbrace{(p_1 - p_2)}_{p_1 > p_2} > 0$$

$$\Rightarrow dV_1 > 0 \quad p_1 - p_2 > 0$$

↓
az atemelő fog tágulni, ahol nagyobb volt
a nyomás

A spontán kiegyenlítődési folyamatok leírásához
a 2. féltehet következménye.

(Homogén rendszerek)

Belső energia térfogatfüggése

$$\text{Volt: } c_p - c_v = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right]$$

→ leveretéseszt
tudom

$$\text{cél: } \frac{\partial U}{\partial V} \quad \text{, állapotgyan. nélkül (matek + F.E.)}$$

$$\circ \quad U = U(T, V) \Rightarrow dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV$$

$$\circ \quad \text{F.E.: } dS = \frac{1}{T} (dU + pdV)$$

$$\circ \quad \underline{S = S(T, V)} \quad \text{tehetsük} \Rightarrow dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V \cdot dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T \cdot dV$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V \cdot dT + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \cdot dV$$

$$+ \frac{p}{T} dV$$

(→ ált. által lehet emi., ha a megfelelő eh.-ik megegyeznek) - 88-

2016.
10.18.

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V \quad (1)$$

és

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{P}{T} \quad (2)$$

ment:

7. hét

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} \quad \text{YOUNG -TETEL} \quad (\text{mivel})$$

$$\Rightarrow \frac{\partial (1)}{\partial V} = \frac{\partial (2)}{\partial T}$$

\Rightarrow T és V független változó, p nem!

$$\frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} = -\frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{1}{T} \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T}$$

$$-\frac{1}{T^2} P + \frac{1}{T} \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

\uparrow
V fix, ha csak
T-val deriváljuk.

attrendezve:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -P + T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

↳ állapot egynel - független,
↳ általános összefüggés

2016.
10. 25

Jsm - fundamentális egynel

8. hét 4

$$\nabla \quad dU = TdS - PdV \quad \text{együtt végz} \\ \circ \quad dU = \delta Q + \delta W \quad \left(\begin{array}{l} \delta Q = TdS = \text{osak} \\ \text{reverzibilisre} \end{array} \right)$$

Meg: Univerzum teljes energiája 0. \rightarrow gravit E \rightarrow negatív

$$\boxed{ds = \frac{1}{T} (dU + PdV)} \quad \text{ell. } ds = \frac{1}{T} dU + \frac{P}{T} dV - \frac{1}{T} \sum_i x_i dE_i$$

• entalpia

$$H = U + pV \rightarrow dH = dU + pdV + Vdp =$$

$$dH = TdS - pdV + pdV + Vdp$$

$$\boxed{dH = TdS + Vdp}$$

ez is F.E.
az entalpiára

Megj. $\stackrel{\uparrow}{d(pV)} = pdV + Vdp$
teljes differenciálé

Megj. $H = H(T, p)$

$$\boxed{dS = \frac{1}{T}(dH - Vdp)}$$

• belső E területfüggése - id. gázkör: $(\frac{\partial U}{\partial V})_T = ? = 0$

$$(\frac{\partial U}{\partial V})_T = ?$$

$$(1) \quad dS = \frac{1}{T}(dU + pdV) \text{ F.E.}$$

$$(2) \quad U = U(T, V) \\ S = S(T, V)$$

match



$$dU = (\frac{\partial U}{\partial V})_T dV + (\frac{\partial U}{\partial T})_V dT$$

$$dS = (\frac{\partial S}{\partial V})_T dV + (\frac{\partial S}{\partial T})_V dT$$

$$(1)-\text{re} \quad (\frac{\partial S}{\partial V})_T dV + (\frac{\partial S}{\partial T})_V dT = \frac{1}{T} (\frac{\partial U}{\partial T})_V + \left[\frac{p}{T} + (\frac{\partial U}{\partial V})_T \cdot \frac{1}{T} \right] dV$$

↳ együttéről

$$1/(\frac{\partial T}{\partial V})_T \leftarrow (\frac{\partial S}{\partial V})_T = \frac{p}{T} + (\frac{\partial U}{\partial V})_T \cdot \frac{1}{T}$$

↳ Young-tétel

$$1/(\frac{\partial T}{\partial V})_T \leftarrow \stackrel{\text{en}}{=} (\frac{\partial S}{\partial T})_V = \frac{1}{T} (\frac{\partial U}{\partial T})_V + \frac{p}{T}$$

$$p = p(T, V) !$$

de $T \leftrightarrow V$

független
változók.

$$2016. 10. 25. \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - \frac{1}{T^2} p + \frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} \cdot \frac{1}{T} - \frac{1}{T^2} \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$$

eh

8. het

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T} \cdot \frac{1}{T}$$

↓ innen

$$\emptyset = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T$$

↓

$$\boxed{\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p}$$

• vörös:

$$\delta Q_p = n C_p dT - \text{izoláris folyamatban adott } \delta Q$$

$$dU = \delta Q + \delta W = \delta Q - pdV$$

$$\delta Q = dU + pdV$$

$$n C_p dT = \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T dV + \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V dT}_{n C_V} + pdV$$

es $V = V(p, T) \rightarrow dV = \underbrace{\left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp}_{\text{izoláris esetben } \emptyset} + \underbrace{\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dt}_{V \cdot \beta_p}$

$$n(C_p - C_V) dT = dT \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] \cdot V \cdot \beta_p$$

$$\boxed{C_p - C_V = \frac{1}{n} \left[p + \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \right] V \beta_p}$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T \text{ -t bérjük}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = -p + T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$$

$$c_p - c_v = \frac{1}{n} V \beta_p \cdot T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V$$



levezetést
tudni!

- mérhető fizika: megnövegek közötti kapcsolat

Negy:

→ ideális gáz

→ c_p csak zártakról
esetben értelmezhető

→ zártak kikötés nincs

$$\frac{\partial U}{\partial V}$$

példák

- ideális gáz, $pV = nRT$

- levezetjük, $U = U(T)$ függő

$$p = \frac{nRT}{V} \Rightarrow \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{nR}{V} = \frac{P}{T}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p = T \cdot \frac{P}{T} - p = 0$$

innen $U = U(T)$ ideális gára.

[9]

- vdW gáz, alk. egy. $\left(p + \frac{an^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$

$$p = \frac{nRT}{V-nb} - \frac{an^2}{V^2}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = \frac{nR}{V-nb} = \frac{1}{T} \left(p + \frac{an^2}{V^2} \right)$$

innen

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p = \frac{an^2}{V^2}$$

$$U_{vdw}(T, V) = U_{ideális}(T) + \int_{V_{\infty}}^V \frac{an^2}{V^2} dV$$

$$U_{vdw} = U_{id}(T) - \frac{an^2}{V}$$

volt!

$$U_{vdw}(T, \infty) = U_{id}(T)$$

2016. 10. 25. ① gyakorló feladat.

$$dS = \frac{1}{T} (dU - X dV)$$

áll: $\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = -T \left(\frac{\partial X}{\partial T}\right)_V$

↑
tethetőleges extenzív
változóktól való függés

Vendő: $\Leftrightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V T - p$

$$(X = -p \quad V = V)$$

8. het

② $H = H(p, T)$ $H = U + pV$

↑ ↑
intenzív

levezethető (gyakorlás!)

$$p \rightarrow V$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}$$

példa: ideális gázra $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = ?$

eml:

$$M_{FT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_H$$

$$V = \frac{nRT}{p} \quad \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V - T \cdot \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{nRT}{p}\right)_p = \\ = V - T \cdot \frac{nR}{p} = V - T \cdot \frac{V}{T} = 0$$

$$\Rightarrow H_{id} = H_{id}(T)$$

útszámítás:

$$C_p - C_V = \frac{1}{n} V \beta_p T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

• általában: $f(x, y) = \text{const.} \Rightarrow df = 0 = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x dy$

- 2 dimenziós skalarfüggvény
kontúrvonalán vett derivált.
 $\hookdownarrow y(x)$

$$\frac{dx}{dy} \Big|_{f=\text{const}} = - \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y}{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x}$$

↳ feldasszsalva

$$V = V(p, T)$$

$$\boxed{\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V} = - \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T} = - \frac{V \cdot \beta_p}{V \cdot K_T} = \boxed{\frac{\beta_p}{K_T}}$$

innen:

$$C_p - C_V = \frac{1}{n} V \beta_p T \frac{\beta_p}{K_T} = \boxed{\frac{V \beta_p^2 T}{n K_T} = C_p - C_V}$$

↳ Gleichgewicht
bedeutet
↓
4-teile

- ellendmizkető (empirikus)
összefüggés mérhető megnységek
között.

9

- ideális gázra:

$$\beta_p = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \frac{1}{V} \frac{nR}{p} = \frac{1}{T}$$

$$V = n \frac{RT}{p}$$

$$K_T = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = - \frac{1}{V} \left(- \frac{nRT}{p^2}\right) = \frac{nRT}{p^2 V} = \frac{1}{p}$$

$$C_p - C_V = \frac{1}{n} V \frac{1}{T^2} \cdot T \cdot \frac{1}{\frac{1}{p}} = \frac{V}{nT} P = \underline{\underline{R}} \quad j^\circ$$

→ entropia → hőtan es statfiz összehölle

2016.
10.25.

Az entropia statisztikus értelmezése

- A rendszerek leírásának egyensúlyi állapota.

(jön: elufi)
(stat. fiz.)

JH vanah **állapotjelzők** (p, V, n, T, \dots)

Boltzmann - hipótezis:

8. fejt

Az egysély a legvalószínűbb állapot.

Megj: Sok részecske van, pl. $6 \cdot 10^{23} \rightarrow$ emelődés
 \hookrightarrow száma kisebb

Megj: minden, mely ismeretek szerint igaz természet \rightarrow valószínűségi viselkedés

- Előül minden megbízhatóan megkapható.
- Tapasztalattal összefügg.

Új fogalmak:

- **MAKROÁLLAPOT** = makroszkopikus állapotjelzőkkel jellemzett állapot. (p, V, n, T, \dots, N)
- **MIKROÁLLAPOT** = a részecskék összesenget jellemző ($\underline{n}, \underline{p}$) állapotok sokasága.
(sok változó, $6 \cdot 10^{23}$ int. min.)
 $\left\{ \begin{array}{l} (\underline{n}, \underline{p}) = \text{fázisállapot} \\ \text{hely} \end{array} \right\}$

All: Adott makroállapotot sok különböző mikroállapot valósíthat meg.

Boltzmann - működés:

Az a makroállapot fog megragadni a természetben, amit a legtöbb mikroállapot hozhat letre.

Entropia a Boltzmann-elv alapján

- II. féltehető → S maximális egyensúlyban -
(látható: zárt rendszerben S nem csökkenhet, stb..)
- Mikroállapotok száma legyen \mathcal{W} (nagy szám)
 $\Rightarrow S$ a \mathcal{W} monoton függvénye \Leftrightarrow Boltzmann hipotezis
ekvivalens
- S extenzív mennyisége, alrendszerekre összehaddílik, additív. $S = S_1 + S_2$.
- a két alrendszeren \mathcal{W}_1 és \mathcal{W}_2 a mikroállapotok száma:
 \mathcal{W} az egysített rendszeren? $\Rightarrow \mathcal{W} = \mathcal{W}_1 \cdot \mathcal{W}_2$
- statisztikai megfontolás ↳ független rendszerek összefüggésének zöldje.
- S legyen függvénye \mathcal{W} -nek $g = ?$
 $S = g(\mathcal{W})$ $S = S_1 + S_2$
egyen ↓
 $\underline{g(\mathcal{W}) = g(\mathcal{W}_1) + g(\mathcal{W}_2) = g(\mathcal{W}_1 \cdot \mathcal{W}_2)}$
↳ függvényegyenlet
- lin. additív függvény tulajdonság
- megoldása ln

Megj. ln, lg szorzófaktorián törne el egymástól.
↳ additív tul. a logaritmusf. definíciója is

inverze: $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$ ⇒ multiplikatív
 \downarrow függvényegyenlet
 $e^{x+y} = e^x \cdot e^y$

2016.
10.25.

Boltzmann-hipotezis:

$$S \sim \ln W$$

8. hét

$$S = k_B \ln W$$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$$

$$S \left[\frac{J}{K} \right]$$

$$W [1]$$

(\ln sorfeszítése
az összeg
3 dimenzió
minőséghasádra)

Megj logaritmus minden más függetlennel hasabban tarta leigetlenül.

Gibbs -jele entropia formula

$$\frac{S}{N} = -k_B \sum_i p_i \ln(p_i)$$

p_i = i-edik mikroállapot valószínűsége

\sum_i = összes mikroállapotra összegzés

$$p_i < 1 \text{ és } \sum_i p_i = 1$$

(levezetés nekül)

All. Ekvivalens a Boltzmann -jele entropia formula-val.

All. Ha S megrán \Rightarrow termodynamikai változókhoz számíthatók.

$$dS = \frac{1}{T} (dU + pdV) \rightarrow \text{T.E.}$$

$$\hookrightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_V = \frac{1}{T} \quad \text{és} \quad \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_U = \frac{p}{T}$$

Kapcsolat a mikronilág és fenomenológikus hőtan között.

Következmény:

Hőtani folyamatok nem abszolútak, mindenkor véges valószínűséggel mennek végre.

Kitekintés:

- kvantummechanika, pl: részecske elbomlik vagy nem?
→ valódi valószínűségi folyamat
- Einstein: "Isten nem kockázik" (nem jár)
 - ↳ leírásukban irányított változók
 - ↳ eredmény: Bell - egyenlőtlenségek 1970
- káoszelmelet: másfajta valószínűség
 - komplex rendszer jövője nagyon függ a kezdeti értékektől.
(→ pillangó effektus)
 - { Laplace - fejle determinisztikus világunk mond ellett}

Két példa:

1.

Gay-Lussac törvénye $V_1 \rightarrow 2V_1$ -re tölgel.

P(Amikor a sziget, hogy visszamegy) = ?

$$\rightarrow \Delta S = S_2 - S_1 = N \cdot k_B \ln \frac{2V_1}{V_1} \quad \left. \begin{array}{c} \uparrow \\ \text{volt mdr} \end{array} \right\} R$$

$$\rightarrow \Delta S = k_B \cdot (\ln \omega_2 - \ln \omega_1)$$

Boltzmann

vegállapot mikroállapotainak száma

$$\Rightarrow k_B \ln \frac{\omega_2}{\omega_1} = N \cdot k_B \ln 2$$

$\omega_2 \gg \omega_1$ = vegállapotnak több mikroállapota van - 98 -

2016.
10.25.

$$W_2 = W_1 \cdot 2^N = W_1 \cdot 2^{6 \cdot 10^{23}}$$

(végállapot viszeg kb.
 $2^{10^{23}}$ -szorosa a
kezdeti állapotnak)

→ ennek a reciprok a Gay-Lussac
megfordulásában viszeg-e.

$$\left(\frac{2^{6 \cdot 10^{23}}}{10^2} = \frac{64 \cdot 2^{10^{23}}}{2^3} = 10^{10^{23}} \approx 10^{10} \Rightarrow 10^{22} \text{ dB } \right)$$

8. fel.

$$\text{pl: } 1 \text{ cm}/\Phi \text{-k hossza} \Rightarrow 10^{20} \text{ m} \Rightarrow 10^{11} \cdot 10^9 = \underbrace{1}_{\text{CSE}} \underbrace{10^{20}}_{\substack{\text{mérőhely} \\ \text{fejyez} \\ \text{áosszásában}}}$$

② Mennyi a viszeg-e, hogy egy paraszem spontán
miben a hőrijezetet kez bepest 1 mK -t hull.

-1 dB paraszem $1 \mu\text{g}$, 1 mK

$$300 \text{ K}-en \quad \delta Q = m \cdot c \cdot \Delta T = 1 \text{ nJ}$$

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T}$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 = -\frac{\delta Q}{T_1} + \frac{\delta Q}{T_2} = k_B \ln \frac{W_2}{W_1}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$T_2 = 300 \text{ K} - 1 \text{ mK}$$

$$\Delta S \approx 10^{-17} \frac{\text{J}}{\text{K}} = k_B \cdot \ln \frac{W_2}{W_1}$$

$$\Rightarrow W_2 = W_1 \cdot e^{10^6}$$

a spontán lehüleés viszeg-e:

$$e^{-10^6} = 26^{-10^5} = e^{-3 \cdot 10^5}$$

pl: Shakespeare drama 10^5 betű

angol ABC $\rightarrow 10^{52} \cdot 26$ jel.

(pl: magyar Sh.
drama 4 gépelbe)

Statisztikai modellek

N db részecské, ℓ db doboz

$$\boxed{\square \dots} \\ N_1, N_2, \dots$$

$$\boxed{\square \ell \text{ db doboz}} \\ N_\ell \text{ db részecské van a dobozokban}$$

- Molekulák terjedési eloszlása
különböző erőfeszítésekkel
jelenlétével külön

- meghüánytott részecskék

- hányféle csoportban lehet számítani?

$$W = W(N_1, N_2, \dots, N_\ell) = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_\ell!}$$

csmítléses permutáció

W maximumat keressük úgy, hogy $\sum_{i=1}^{\ell} N_i = N$

Könnysszer feltétel

$\ln W$ maximumat keressük

(mert \ln szig. mon)

$$\boxed{N! = \sqrt{2\pi N} \left(\frac{N}{e}\right)^N}$$

Stirling-formula

$$\ln N! = \ln \left(\sqrt{2\pi N} \left(\frac{N}{e}\right)^N \right)$$

$(\ln e = 1)$

$$\ln N! = \frac{1}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \ln N + N \cdot \ln N - N$$

$$\approx \underline{N \ln N - N} \text{ ha } N \text{ nagy}$$

- könnysszer keresése:

$\max f(x,y)$ keressük, ha $g(x,y) = c$

\hookrightarrow Lagrange-féle multiplikátor

- szegélyfüggvény keresése

$$\boxed{L(x,y) = f(x,y) + \lambda (g(x,y) - c)}$$

és aill: létezik x_0, y_0, λ_0 , amire $f(x,y)$ sz. crit. -100-

6.
25.

all.: életezik x_0, y_0, λ_0 , amire
 $f(x, y)$ szélsőértéke van. \exists szükséges
all

feltétel: $d\lambda(x_0, y_0, \lambda) = 0$

nemt

$$d\lambda = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x}\right)_{y, \lambda} dx + \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)_{x, \lambda} dy + \underbrace{\left(\frac{\partial \lambda}{\partial \lambda}\right)_{x, y} d\lambda}_{\text{benysser lemele van}}$$

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \lambda}\right)_{x, y} = g(x, y) - c \\ \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \lambda}\right)_{x, y} = \emptyset \end{cases}$$

$$\left(\frac{\partial \lambda}{\partial x}\right)_{y, \lambda} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y \quad \text{és} \quad \left(\frac{\partial \lambda}{\partial y}\right)_{x, \lambda} = \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x$$

- Legyen $w(N_1, N_2, \dots, N_e)$

$$\lambda(N_1, N_2, \dots, N_e) = \ln w(N_1, N_2, \dots, N_e) + \lambda(\sum N_i - N)$$

elder független változó

$$d\lambda(N_1, \dots) = \emptyset$$

- A szükséges feltétel:

$$\ln w = \frac{\ln N_1}{\ln N_1 + \ln N_2 + \dots + \ln N_e}$$

$$\ln N! - \sum_{i=1}^e \ln N_i! = \ln w$$

$$d\lambda = \emptyset = \sum_{i=1}^e \left(\frac{\partial \ln w}{\partial N_i} + \lambda \right) \partial N_i = \emptyset$$

↳ elder független egyenlet.

↓ minden együttható egyszerre 0

$$\frac{\partial \ln w}{\partial N_i} + \lambda = 0 \quad \forall i = 1 \dots e$$

$$\frac{\partial \ln w}{\partial N_i} = -\lambda \quad \forall i = 1 \dots e$$

$$\frac{\partial \ln \mathcal{W}}{\partial N_i} = \frac{\partial}{\partial N_i} (\ln N! - \sum_{i=1}^l \ln N_i!) =$$

$$= \frac{\partial (-N_i \ln N_i + N_i)}{\partial N_i} =$$

↑
formális deriváció

$$= -\ln N_i - 1 + 1 = -\ln N_i$$

\Rightarrow az egyenlet:

$$-\ln N_i + \lambda = 0$$

$$N_i = e^\lambda \quad \text{állandó}$$

- akkor max., ha mindenekik dobozba ugyanilyi részecskéit tessék.

$$\forall N_i \text{ egyenlő } \Leftrightarrow N_i = \frac{N}{e}$$

Ismertetés: Makroállapot
Mikroállapot -száma \mathcal{W}

2016.
11.08.

Boltzmann-hipotézis: $S = k_B \ln \mathcal{W}$

10. lec

- makro és mikrovilág közötti kapcs

$$\text{Gibbs: } \frac{S}{N} = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \quad p_i = i\text{-edék mikro-állapot száma.}$$

S -makroszkópikus $\rightarrow \sum_i p_i = 1$

Fafelb-modell: - statisztikában: \rightarrow fázisokhoz tartozó cellajának hossza a lesz

$$\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 3 & \dots & l & e. \\ \hline N_1 & N_2 & \dots & & N_e & \\ \hline \end{array}$$

$$\mathcal{W}(N_1, N_2, \dots, N_e) = \frac{N!}{N_1! N_2! \dots N_e!} \rightarrow \ln \mathcal{W} \text{ maximumat keresünk}$$

$$\sum_i N_i = N$$

2016.
11.08.

- kényszerfeltétel: részecske szám fix

- új fg. (segédmennyiségek bevezetése)

$$L(N_1, N_2, \dots, N_e, \lambda) = \ln W(N_1, \dots, N_e) + \lambda(\sum N_i - N)$$

10. het

- szükséges feltétel: $dL = 0$

(szükséges < elégzés)

$$\rightarrow \frac{\partial \ln W}{\partial N_i} + \lambda = 0$$

$$\int [\ln N! = N \ln N - N]$$

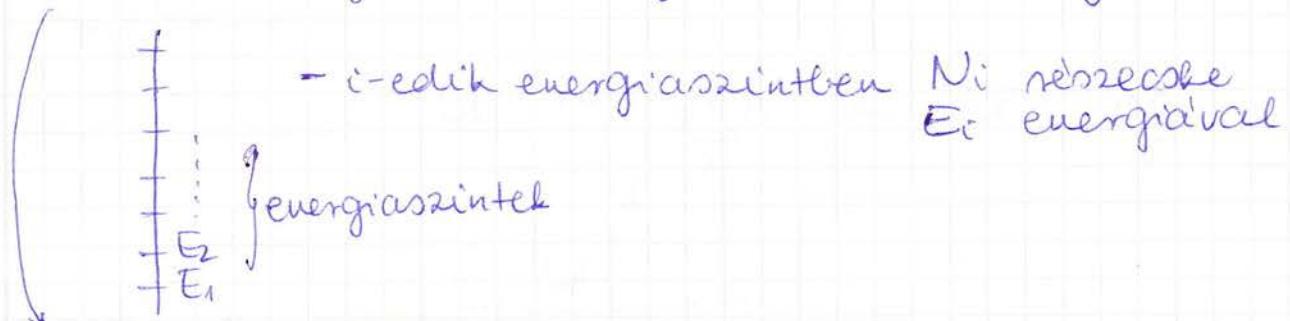
$$\ln W = N \cdot \ln N - N - (\sum N_i \ln N_i - N_i)$$

$$\frac{\partial \ln W}{\partial N_i} = -\ln N_i - 1 \approx -\ln N_i$$

- végeredmény: $\underline{\ln N_i = \lambda}$

$$\underline{N_i = e^\lambda = \text{azones}} = \underline{\frac{N}{e}}$$

- dobozok helyett az energiaelosztást vizsgálom



Maxwell-Boltzmann eloszlás

- 2 kényszer: $\sum N_i = N$ és $\sum N_i E_i = E (= u)$

$$N = \text{all.}, E = \text{all.}$$

összenergia

- $\ln W$ maximumát keressük a het kényszer mellett.

- definiációunk: \rightarrow Lagrange-multiplikátor

$$\mathcal{L}(N_1, \dots, N_e, \lambda_1, \lambda_2)$$

$$\boxed{\mathcal{L}(N_1, \dots, N_e, \lambda_1, \lambda_2) = \ln W(N_1, \dots, N_e) + \lambda_1 (\sum_i N_i - N) + \lambda_2 (\sum_i N_i E_i - E)}$$

- szükséges: $d\mathcal{L} = 0$

\downarrow $\lambda_1 + \frac{1}{2}$ egyenlet (λ_2 környezet)

egyenletek:

$$\boxed{\frac{\partial \ln W}{\partial N_i} + \lambda_1 + \lambda_2 E_i = 0} \rightarrow \text{különböző egyenletek}$$

$$\frac{\partial \ln W}{\partial N_i} = -\ln N_i$$

$$\ln N_i = \lambda_1 + \lambda_2 E_i$$

$$N_i = e^{\lambda_1} e^{\lambda_2 E_i}$$

$$\boxed{N_i = A e^{-\beta E_i}}$$

jártigul

ahol

$$A = e^{\lambda_1}$$

$$\beta = -\lambda_2$$

$$\sum_i N_i = N \rightarrow A \sum_i e^{-\beta E_i} = N$$

$$A = \frac{N}{\sum_i e^{-\beta E_i}} = \boxed{Z} = \text{ALLAPOTÖSSZEG}$$

vendszere
jellemzői

$$A = \frac{N}{Z}$$

$$\boxed{N_i = \frac{N}{Z} e^{-\beta E_i}}$$

$$\text{es } \boxed{p_i = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_i}}$$

MAXWELL-BOLTZMANN ELOSZLAJ'S
 \downarrow c-edik állapot valg-e

2016.
11.08.

$S = ?$ entropia?

10. het

$$\ln W = \underbrace{N \ln N}_{\text{konstans}} - \underbrace{\ln Z}_{\text{konstans}} - \left(\sum_i (N_i \ln N_i - \underbrace{N_i}_{\text{konstans}}) \right)$$

M-B-na

$$\underline{\text{Emel: }} \ln W = \ln \left(\frac{N!}{N_1! \dots N_e!} \right)$$

$$N_i \ln N_i = \underbrace{\frac{N}{Z} e^{-\beta E_i}}_{N_i} \cdot \left(\underbrace{\ln N}_{\text{konstans}} - \underbrace{\ln Z}_{\text{konstans}} - \beta E_i \right)$$

címen:

$$\sum_i N_i \ln N_i = N \ln N - N \ln Z - \beta \cdot E$$

$$\sum_i E_i N_i = E$$

$$\ln W = N \ln N - N \ln N + N \ln Z + \beta E$$

$$\underline{\ln W = N \ln Z + \beta E}$$

- tudjuk: $S = k_B \ln W$ (Boltzmann)

$$S = k_B N \ln Z + k_B \beta E \quad *$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_V = \frac{1}{T} \quad \leftarrow \text{Fundamentális egyelethez} \quad (E \equiv U) \text{ jelölés}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial U} \right)_V = k_B \beta = \frac{1}{T} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\beta = \frac{1}{k_B T}}$$

$\beta = \text{TERMODINAMIKAI HÖMÉRSEKLET}$

$$\beta \left[\frac{1}{J} \right]$$

Ezzel: Maxwell-Boltzmann klasszik.

$$N_i = \frac{N}{\sum_i e^{-E_i/k_B T}} \cdot e^{-\frac{E_i}{k_B T}}$$

Gibbs entropia formula motivációja

$$\frac{S}{N} = -k_B \sum_i p_i \ln p_i \quad \leftarrow p_i = \frac{1}{Z} e^{-\beta E_i}$$

$$\ln p_i = -\ln Z - \beta E_i$$

$$\frac{S}{N} = -k_B \sum_i \underbrace{p_i}_{\frac{1}{Z}} (-\ln Z - \beta E_i) = +k_B \ln Z + k_B \beta \frac{E}{N}$$

$$\sum_i p_i E_i = \frac{1}{Z} E_i e^{-\beta E_i} = \frac{1}{N} \sum_z^N e^{-\beta E_i} \cdot E_i = \frac{E}{N}$$

$\underbrace{\sum_z^N e^{-\beta E_i}}_{N_i} \quad \uparrow$

$$\boxed{\frac{S}{N} = +k_B \ln Z + k_B \beta \frac{E}{N}} *$$

→ a Boltzmann első a Gibbs-formula azonos entropia kifejezetű ad!

Maxwell-Boltzmann eloszlás:

$$N_i = \frac{N}{Z} e^{-\beta E_i}$$

Eml: Barometrikus magasságformula:

$$p_z = p_0 e^{-\frac{\ln z}{k_B T}} \quad (\text{mechanikai + id. gázstör.})$$


$$e^{-\frac{\text{"energia"}}{k_B T}} \rightarrow \text{sob helyen előjön}$$

$$n(z) = n_0 e^{-\frac{mgz}{k_B T}} \rightarrow \text{növekvésesszám} \quad n = \frac{N}{V}$$

2016.
11.08.

Maxwell - fejle sebesse'geloszla's

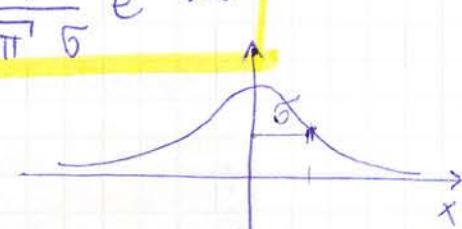
Matek: Gauss - eloszla's sűrűsé'gfüggvénje

10. het

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$$

-normalizt sűrűsé'gfu:
$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$\text{és } \int_{-\infty}^{\infty} g(x) dx = 1$$



$$\int_{-a\sigma}^{a\sigma} g(x) dx = \begin{cases} 0.68 & a=1 \\ 0.95 & a=2 \\ 0.997 & a=3 \end{cases}$$

Maxwell gondolatmenete:

-független sebesse'ghamponensek vannak

$$\underline{v} = (v_x, v_y, v_z)$$

$$f(\underline{v}) = f_1(v_x) \cdot f_2(v_y) \cdot f_3(v_z) = f_1^3$$

\uparrow \uparrow
v eloszla's függetlenek és azonosak (mincs
sűrűsé'gfu-e. hirtüntetettirány)

-megj -centráles kataloszla's tétel van benne
→ Gauss eloszla'súlra a seb. eloszla'n

megpedig:

$$\text{és } f_1 = A \exp(-\alpha v_x^2)$$

nem lezonyított állítás

címen:

$$f(\underline{v}) = A^3 \exp(-\alpha v^2)$$

→ sebesse'geloszla's
sűr. fu-e

$$|\underline{v}|$$

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$$

A eis α meghatározása:

$$\overline{v_x^2} = A \int_{-\infty}^{\infty} v_x'^2 \cdot \exp(-\alpha v_x'^2) \cdot dv_x'$$

fizikai
menyiségek

parciál. (1 lepéses)

$$v' = v_x' e^{-\alpha v_x'^2}$$

Végeredmény:

$$f(v_x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\overline{v_x^2}}} e^{-\frac{1}{2} \frac{\overline{v_x^2}}{v_x^2}}$$

~ norm ($\sigma = \sqrt{\overline{v_x^2}}$)

eis $\overline{v_x^2} = \frac{1}{3} v^2 = \frac{2}{3} \frac{\overline{E_m}}{m}$

mech. energia

↑ 1 részecské tömege

- csak transzláció f=3

+ ékipartitív tétele

$$\overline{v_x^2} = \frac{k_B T}{m}$$

$$\frac{2}{3} \overline{E_m} = k_B T$$

Végeredmény:

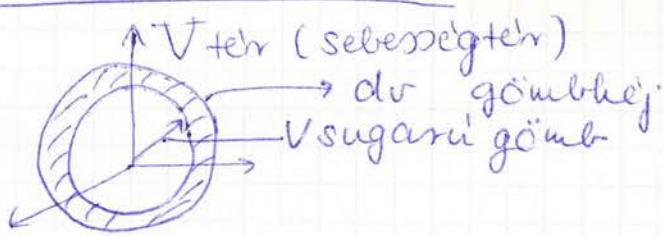
$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

$\underbrace{e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}}_{\frac{\overline{E_m}}{k_B T}}$

A 3-edd eis $\sqrt{\overline{v_x^2}}$ - van itt = $3/2$

$f(v) = \text{A SEBESSEG ELOSZLA'S SÜRÜSEG FU-E}$

Körhelyi ellenőrzés:



v és $v + dv$ közötti sebességgel rendelkező részecskék száma:

$$N_{(v, v+dv)} = \boxed{N \cdot 4\pi v^2 f(v) dv} \quad \leftarrow 4\pi v^2 dv = \text{gömbhej telfogata}$$

jelölés: $\boxed{4\pi v^2 f(v) = F(v)}$

↓
sűrűséggel ezzel

- lehetővé tevő mennyiségek $F(v)$ -ból meghatárolhatóak

$$\bar{v} = \int v' F(v') dv' = \sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m}} = \bar{v}$$

Várh.
eltekn
definicid

$$\rightarrow \bar{v}^2 = \int v'^2 F(v') dv' = \frac{3 k_B T}{m}$$

$$\rightarrow F(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{m}{2 k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2k_B T}}$$

Maxwell - fele sebességelosztás-fn.

pl He-ra: $T=300$ K-en

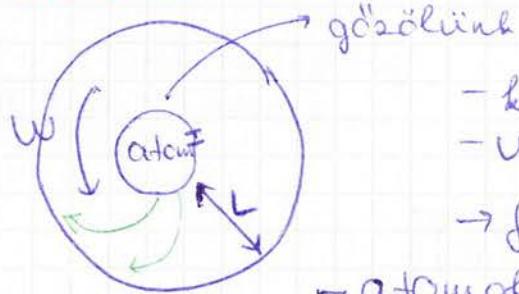
$$\bar{v} = 10^3 \frac{m}{s}$$

Körülhetben: v_1 és v_2 közötti részecskék számait határozzuk meg.

$$\hookrightarrow N \int_{v_1}^{v_2} F(v') dv' \quad (\text{sűrűségf. def.})$$

→ 2db körülhet

Stern - kisebplet



- külső falra felkendőnek
- w -val forgatjuk
- falon: eloszlásra.

- atomok eloszlása körül:

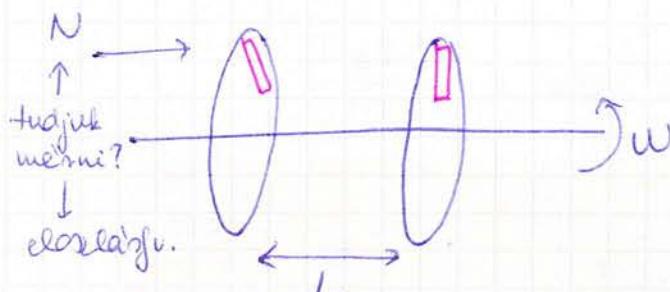
$$\Delta L d\varphi = L w dt = L w \frac{L}{v} = \frac{L^2 w}{v}$$

adott v sebességi névrekeszéssel elfordulása

Lammet - kisebplet

time of flight

- 2 tárca, w -val forgatjuk → 2 rész → milyen szüggel elfordulnak közös tengely



- milyenek szögkülönbség mellett jut a t adott v sebességi névrekesze?

$$\frac{L}{v} \cdot w = \varphi$$

Kvantumstatistikai

(motivált leveretések)

Tapasztalat szerint a természetiben 2-féle elemi névrekesze van:

- adott energiaszinten (kvantumállapotban)
 - 1db névrekesze lehet
 - tetszőleges számi névrekesze lehet
- feles spinű névrekeszék
- **SPIN** = saját impulzusmomentum, kvantum-tulajdonság, nincs klasszikus megfelelője

[10]

-110-

2016.
11.08.

spin alapegysége:

$$\frac{h}{2\pi}$$

$$[h] = \text{J} \cdot \text{s} = \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}^2} \text{s}$$

10. het

$$[N] = [n \times p] = \frac{\text{m kg m}}{\text{s}}$$

-feles spinűek

$$S = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \text{ st } \gamma \text{ fermionok}$$

- követik a Pauli elvet

pl: lepton (elektron, neutrino), kvarkok

$p^+ \rightarrow$ neutrino részecske / feles spin

- egész spinűek

$$S = 0, 1, 2, \dots \gamma \text{ BOZONOK}$$

- nem követik a Pauli elvet

pl: foton, gluon, W^\pm , Z^0 , Higgs

↑
elektro
kôlosztás

↑
erős

↑
gyenge

Fermionok statisztikája

\rightarrow i-edik állapot betöltebe Ov. 1 lehet

$\rightarrow E$: rendszer teljes energiaja

+1 részecske ezt E-nal növeli

P_0 : i-edik állapot nincs betölve

P_1 : - - - betölve

$$\frac{P_1}{P_0} \text{ vagy } ?$$

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{e^{-\beta(E+\epsilon)}}{e^{-\beta E}} = \boxed{e^{-\beta E} = \frac{P_1}{P_0}} \quad (1)$$

Boltzmann
Auszárt \rightarrow statisztikai jön!

$$(2) \quad p_0 + p_1 = 1$$

→ vagy le van töltve, vagy nincs egy állapot

(1) és (2) megoldása:

$$p_0 = \frac{1}{1 + e^{-\beta E}}$$

és

$$p_1 = \frac{e^{-\beta E}}{1 + e^{-\beta E}}$$

Cikkbeni jelek.

- Adott állapot betöltései valószínűsége:

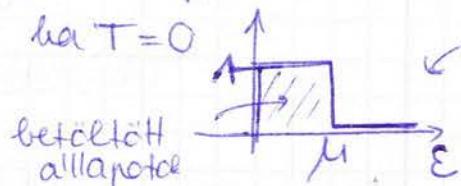
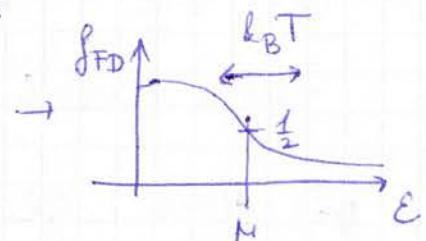
→ valahány érték N-edik betöltve:

$$\langle n \rangle = p_0 \cdot 0 + p_1 \cdot 1 = \frac{e^{-\beta E}}{1 + e^{-\beta E}} = \frac{1}{e^{\beta E} + 1}$$

FERMI - DIRAC FÖLÖSLÁSTÜGGÜENY

- véges hennai potenciállal:

$$f_{FD} = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}$$



befölötti
állapotok

Bozonok statisztikája

- minden állapotban több részecske is lehet

- $N = 0, 1, \dots, \infty$ lehet, már van n db részecske,

+ 1-et hozzáadunk:

+ E energia

$$\frac{p_{n+1}}{p_n} = e^{-\beta E}$$

γ n ab
egyenlet

Boltzmann
Ansatz

- és $\sum_i p_i = 1$ → ismeretlen $p_0, \dots, p_n \rightarrow n+1$ db

2016.
11.08.

- $n+1$ egyenlet, $n+1$ db ismeretlen

Megoldás:

10. het

$$p_n = \frac{e^{-n\beta E}}{1 + e^{-\beta E} + e^{-2\beta E} + \dots + e^{-n\beta E}}$$

$$\hookrightarrow \sum_i p_i = 1 \text{ ok. } \checkmark$$

várh. értékek

$$\langle n \rangle = \sum_i p_i n_i$$

$$1 + e^{-\beta E} + e^{-2\beta E} + \dots + e^{-n\beta E} = \frac{1 - e^{-\beta(n+1)E}}{1 - e^{-\beta E}} =$$

$$\sim 1 + q + \dots + q^{n-1} = \frac{1 - q^n}{1 - q} \text{ megtanulás!}$$

$$\sim a^n - b^n = (a - b)(\dots)$$

$$= \frac{1}{1 - e^{-\beta E}}$$

ha
 $n \rightarrow \infty$

$$\langle n \rangle = \sum_i \underbrace{\frac{e^{-i\beta E}}{1 + \dots + e^{-n\beta E}}}_z \cdot n = \frac{1}{Z} \sum_0^{\infty} i e^{-i\beta E} =$$

z - allapotörszeg "címzatás"

$$\frac{\partial e^{-i\beta E}}{\partial (\beta E)} = -i\beta e^{-i\beta E}$$

(βE) szintű deriválás

$$= \frac{1}{Z} \frac{\partial}{\partial (\beta E)} \underbrace{\sum_{i=0}^{\infty} e^{-i\beta E}}_{\text{mérteles sor}} (-1) =$$

$$\sum_0^{\infty} e^{-i\beta E} \stackrel{n \rightarrow \infty}{=} \frac{1}{1 - e^{-\beta E}} \rightarrow \text{deriváljuk } \beta E \text{ szintű}$$

$$(-1)^3 \frac{1}{(1 - e^{-\beta E})^2} \cdot e^{-\beta E}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{Z} (-1)^4 \cdot e^{-\beta E} \cdot \frac{1}{(1-e^{-\beta E})^2} = \frac{e^{-\beta E}}{1-e^{-\beta E}}$$

\uparrow
Z → hozamoltuk
már

$$\frac{1}{Z} = 1 - e^{-\beta E}$$

$$\boxed{\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta E} - 1}}$$

BOSE-EINSTEIN ELOSZLÁSFÜGGÉNY

Feltágos
lezon számod
ad meg)

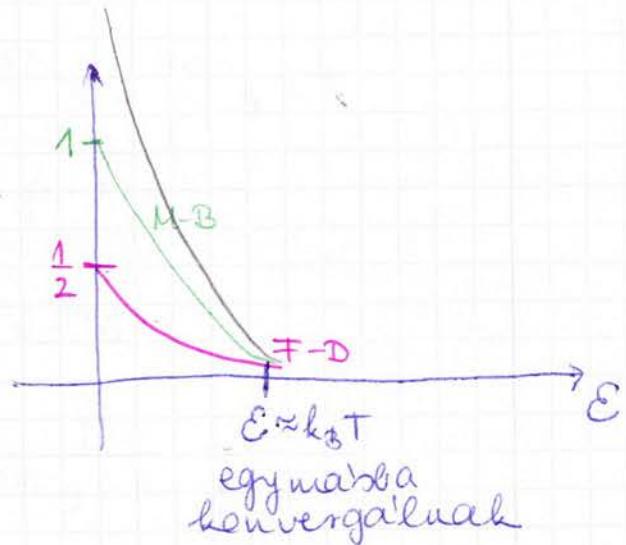
$$M-B: f(E) = e^{-\beta E}$$

$$F-D: f(E) = \frac{1}{e^{\beta E} + 1}$$

$$B-E: f(E) = \frac{1}{e^{\beta E} - 1}$$

(előm-előzékenység)

- Nagy energián a kvantumstatisztikai
klasszikusai (M-B) adják részét.



meg hozza
↳ 2. oldalon
↳ 2. oldalon
jár

2016.
11.08.

Termodynamikai egyeensúly,

termodynamikai potenciálok

10. lec

- tapasztalat szerint \rightarrow létezik egyeensúly (\approx O. fütelek)

- II. fütelel: közsére mellett:

$$\frac{dQ}{T} \leq dS$$

(Clausius
egyenlősége.)

- egyeensúly termikusan izolált rendszereben (adiabatikus)

(minimális közsére)

\rightarrow minden folyamatban nő S.

$dS \geq 0 \rightarrow$ egyeensúlyban az entropiának maximuma van. $S = \text{max.}$

$$dU = dS = 0$$

- egyeensúly $S = \text{max.}$, $dS = 0$

ilyen rendszere:

$$dS = \frac{dU}{T} + P_F dV = 0$$

F.E.

$$dU_V = nC_V dT$$

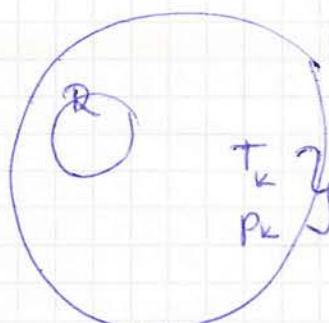
$$\frac{nC_V dT}{T} + P_F dV = 0 \rightarrow \text{már volt, adiabata egyeulete}$$

- pl: adiabata egyelete ideális gázra:

$$PV^\gamma = \text{all.} \quad TV^{\gamma-1} = \text{all.}$$

- egyeensúly termikus kölcsönhatásossal:

R = rendszer



K : környezet

T_K fix értékek, ha K nagy

P_K fix érték, ha K kis

R+K zárt rendszer

\hookrightarrow egyeensúlyban: $dS_{R+K} = 0$

- minden folyamatban $dS_{R+K} \geq 0$

$$dS_R + dS_K \geq 0$$

A rendszer δQ hőt vesz fel:

$$dS_K = -\frac{\delta Q}{T_K}$$

$$\text{Rendszer: } \delta Q = dU - \delta W$$

$$\text{Igy: } dS_{R+K} = dS_R - \frac{\delta Q}{T_K} \geq 0$$

$$\text{Arendszere: } dS_R = dS$$

$$dS \Rightarrow$$

$$T_K dS - dU + \delta W \geq 0$$

nagy környezet,
fix hőm.

kis
mz.
externália
változata

Mester
egyenlet

folyamatok
irányára adja
meg.

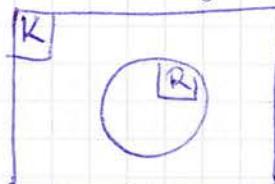
(\leftarrow itt igy nevezik)

K = környezet

K nagy $p_K = \text{const.}$

$S_K = \text{környezet}$

Jsm:



$$S \equiv S_R$$

$$T \equiv T_R$$

2016.
11.15.
11. hét

Mester-egyenlet: $dU - T_K dS - \delta W \leq 0$

(I. + II. feltétele)

a K által végezett mechanikai munka

$$[\delta W_{\text{mech}} = -p_K dV]$$

$$dU - T_K dS + p_K dV - \delta W \text{egye\acute{b}} \leq 0$$

ha $\delta W \text{egye\acute{b}} = 0$

$$dU - T_K dS + p_K dV \leq 0$$

- ez a menetig mindenkor csökken, egysíkban minimalis.

2016
11.15.

- szükséges feltétele a minimumnak:

$$\left. \frac{\partial (U - T_k dS + p_k dV)}{\partial S} \right|_V = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V - T_k = 0$$

$$\left. \frac{\partial (U - T_k dS + p_k dV)}{\partial V} \right|_S = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S + p_k = 0$$

S és V független változók

- fundamentalis egyenlet:

$$dU = T dS - p dV \rightarrow dS = \frac{1}{T} (dU + p dV)$$

- elvűrlések: $\left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_V = T$ $\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_S = -p$

eml. ugyanaz a fentiből

$T = T_k$ $p = p_k$ egyenlőségen

4 szükített folyamatot vizsgálunk

① S és V állando

(centrópikus és izochor) (\rightarrow p-V diagramon nincs, nem kvázi-egyensúlyban statikus lepések)

$$dS = 0$$

$$dS = 0$$

Mester-e: $dU \leq 0$ \rightarrow olyan változások, ahol U mindig csökken, egyenlőségen minimális ilyenkor: $U = U(S, V)$ (céllesen)

S és V az U természetes változói.
(nem T és V !!!)

! U azaz ún. **termodynamikai potenciál**, ami csak **extenzív** változóktól függ.

AII: minden termodinamikai potenciálnak van termelőzetes változója.

(2) p és S állandó
(izentrópikus, izobair)

(tehetsük az ilyen folyamatokat)

ha pess

$$\text{- Mester e: } dU + p_k dV \leq 0 \quad ; \quad dS = 0$$

$$dU + p_k dV + \underbrace{V dp_k}_{=0} \leq 0$$

$$d(U + p_k V) \leq 0$$

a megs.
menyiségek

$(U + p_k V)$ menyisége folyton csökken egy ilyen folyamatban és egyszerűen minimalis.
bevezetjük rá a körfelületet.

$$H \triangleq U + pV$$

ENTALPIA

Eml: Joule - Thomson

$$dH = dU + pdV + Vdp$$

$H = H(p, S)$; p és S atermelőzetes változók,
 H : termodinamikai potenciál.

→ F.E.

F.E.

$$dH = \underbrace{Tds - pdV}_{\text{F.E.}} + pdV + Vdp = Tds + Vdp = dH$$

(3) T és V állandó, $dT = 0$, $dV = 0$

- Mester: $dU - T_k dS \leq 0 \rightarrow$ erősítük 0-val

$$dU - T_k dS - \underbrace{SdT_k}_{=0} \leq 0 \Rightarrow d(U - T_k S) \leq 0$$

11. het

$(U - T_k S)$ csökken, minimalis eggyensúlyban, stb...

$$F \stackrel{\text{def.}}{=} U - TS$$

SZABADENERGIA

v. (Helmholtz-féle szabadenergia)

$$dF = dU - TdS - SdT \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{T.E.}}}{=} \underbrace{TdS}_{-pdV} - pdV - TdS - SdT$$

$$dF = -pdV - SdT$$

$F = F(T, V)$ saját (természetes) változás.

④ p es T allando

-Mester-egy: $dU - T_k dS + p_k dV \leq 0$ \rightarrow zággal elv.

$$dU - T_k dS - p_k dV + Vdp_k - SdT_k \leq 0$$

$$d(\underbrace{U - T_k S + p_k V}_{\text{csökken, eggyensúlyban minimalis}}) \leq 0$$

minimalis

$$G = U - TS + pV$$

SZABADENTALPIA

= Gibbs-féle szabadenergia = Gibbs potenciál

$$dG = TdS - pdV - TdS - SdT + pdV + Vdp$$

$$dG = -SdT + Vdp$$

$G = G(p, T)$ természetes változás.

$\Leftrightarrow G$ az a termodinamikai potenciál, ami csak intenzív változásokról függ.

Analogia, szemléletes jelentésük

• mechanikai potenciál \leftrightarrow termodynamikai potenciál

munkavégző képességet jelent

• Belső energia = a rendszeren tárolt

mechanikai energia összege. haszn.
(Fizika)

• Entalpia = $dH = dU + pdV + Vdp = dU + pdV$

- ha csak mech. munkavau,

$$dH = \delta Q - pdV + pdV \rightarrow dH = \delta Q$$

entalpiaváltozás = felszabadult vagy elnyelt hővel

(pl. kémiai folyamatokban reakcióhoz \leftrightarrow entalpia)

• Szabadenergia = $dU = T_k dS - \delta W \leq 0$

izoterm esetben: $\frac{dF_T}{dT}$

$$dF_T = dU - T_k dS \quad (T_k = \text{all.})$$

$$dF_T - \delta W \leq 0 \quad \text{bevezetve: } \delta W = -\delta W_{\text{gáz}} - t.$$

$$-dF_T \geq \delta W_{\text{gáz}}$$

haszn.
(Géphezet,
erőművek)

(pl: gáz dolgozta ki $\delta W_g \geq 0 \rightarrow F_T$ csökken)

F: a rendszerek kivehető maximalis mechanikai munka mehetébe.

• Szabadentalpia $G = U - TS + pV$

$$dG = -SdT + Vdp$$

$$\text{Ha } T \text{ és } p = \text{all.} \rightarrow dG = 0$$

$$\rightarrow \text{ha } dF = dW$$

$$dU = TdS - pdV + \mu dN$$

anyagi erdei munkajá, ha a részecsketranszport töltének.

eżżel:

$$\underline{dG = \mu dN} \rightarrow \text{anyagi munkavégszám}$$

G nem ténfogatják erők munkavezetésének meintébe.

→ félkörz: biológiai rendszerek

↳ sejt ionokat csere'l a környezetvel

Önskefogalva

$$U = U(s, v)$$

$$dU = TdS - pdV$$

$$H = H(s, p)$$

$$dH = TdS + Vdp$$

$$F = F(t, v)$$

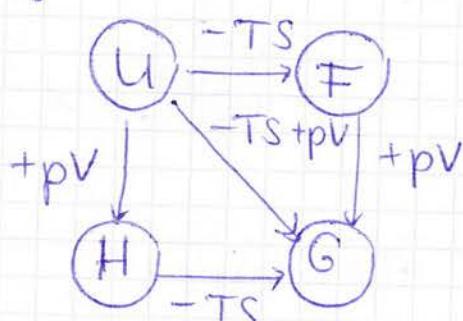
$$dF = -SdT - pdV$$

$$G = G(\tau_{1,p})$$

$$dG = -SdT + Vdp$$

A termodinamikai potenciálok ún. **funda-mentalis** **fürek**, amikor a természeti változásokkal vannak kifejezve.

seg'n'the'g :



$$\text{ez alapján: } G = U - TS + pV$$

$$dG = -SdT + Vdp$$

Aktalában: Legendre-transzformáció (váltások) (váltások)

pl: mechanika: törésgörbe Lagrange-függ:

$$L(x, \dot{x}, t) = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$$

Legendre-Lagrange-trajd: $H = H(x, p, t) = L(x, \dot{x}, t) + \dot{x}p$

Hamilton-trajd.fü.

$$H = \frac{p}{m} \dot{p} - \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = + \underline{\underline{\frac{p^2}{2m}}}$$

$\dot{p} = m\ddot{x}$

"kinetikai" "potenciál"

pl: harmonikus oszcillátor Lagrange-függ:

Lagr: $L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} D x^2$

ʃ Hamilton

$$H = \dot{x}p - L = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} D x^2$$

\dot{p} kinetikus tag \dot{x} potenciális tag

Máni-vík van

max-a vár

Csak termodinamikai potenciállobot érj az entropiahat egységesen nevezzük fundamentális fg-knek

12

Fundamentális függvények
deriváltjai.

• $dU = T dS - p dV$

$$U = U(S, V) \rightarrow \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V = T \quad ; \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -p$$

mert $dU = \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V}_T dS + \underbrace{\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S}_{-p} dV$

• $dH = T dS + V dp$ és $H = H(S, p)$

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_p = T \quad ; \quad \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_S = V$$

2016.
11.15.

- $dF = -SdT - pdV \quad F = F(T, V)$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S \quad ; \quad \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -p$$

- $dG = -SdT + pdV \quad Vdp$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -S \quad ; \quad \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T = V$$

Ezek minden ^(S-aw) **állapotegyenletek**!

fundamentális
fg-ket termelésre
valtozók szerejt
deriválva kapjuk

- általában: P termodinamikai potenciál

$$X \rightarrow \xi \quad \begin{matrix} \uparrow & \uparrow \\ \text{intenzív} & \text{extenzív} \end{matrix} \quad P = U - \xi X \quad U \left(\frac{V}{T} \right) \xrightarrow{\text{hűtő}} \text{hűvöd}$$

$$\text{és } dU = TdS - pdV + \xi d\xi$$

$$\Rightarrow dP = TdS - pdV - \xi d\xi$$

$$\hookrightarrow \boxed{\left(\frac{\partial P}{\partial \xi}\right)_{S,V} = -\xi}$$

Megj.: entrópia NEM termodinamikai potenciál.

de deriváltjait néztük:

$$\boxed{\left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_V = \frac{1}{T}} \quad ; \quad \boxed{\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U = \frac{p}{T}}$$

→ stat. fiz. es
látható
összefüggések
összefüggések

Összefüggések állapotjelzők
deriváltjai között

= Maxwell - relációk

• Young - tétele

$$\frac{\partial^2 U}{\partial S \partial V} = \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_S = - \left(\frac{\partial p}{\partial S}\right)_V$$

• H-eldl:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_p$$

Maxwell-relaciók

• F-fdrl:

$$+ \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$$

• G-eldl:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

Lehető
tudni
vezetni

$$F = U - TS$$

st...

↓
telj. diff.

↓
1. deriváltak

↓
2.

FONTOS

$$\rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = - \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = - V \beta_p$$

$$\rightarrow \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \quad f(x, y); \quad df = 0 \rightarrow \frac{dy}{dx} \Big|_f = - \frac{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_y y}{\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_x x}$$

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V = - \frac{\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T} = \underline{\underline{\beta_p / K_T}}$$

- összefüggések az állapotjelzők között

$$\text{pl: } S = S_0 + n c_V \ln \frac{p}{p_0} + n c_p \ln \frac{V}{V_0}$$

IDEALIS
gáz entrópiája

+ $V = \frac{nRT}{P}$

II. Maxwell

$$\rightarrow \text{tekiütsük: } \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = n c_V \frac{1}{p} + n c_p \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n c_V}{p} + n c_p \frac{1}{V} \left(- \frac{nRT}{p^2} \right) = n c_V \frac{1}{p} - n c_p \frac{1}{p} = \\ &= - \frac{n R}{p} \end{aligned}$$

jebb → oldal:

$$\left(\frac{-\partial V}{\partial T}\right)_p = - \frac{n R}{p}$$

→ ideális gázra kijött, n. id. a hiper

2016.
11.15.

$$\text{pl: } \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S \quad \text{és } F = U - TS$$

1d. hét

differenciál-
egyenletek

$$\rightarrow F = U + T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V \quad F \text{ meghatározott}$$

$$\text{pl: } G = H - TS \quad dG = -SdT + Vdp$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p = -S \quad \Rightarrow \quad G = H + T \left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_p$$

GIBBS -
HELMHOLTZ
EGYENLETEK

Euler - egyenletek

- Termodynamikai potenciálok extenzívnek, de változók ext. v. intenzívnek.
- tekintünk egy λ -szorosra növelt rendszert:

$$\xi \xrightarrow{\uparrow \text{ext.}} \lambda \cdot \xi \quad X \xrightarrow{\uparrow \text{int.}} X$$

$$U(\lambda S, \lambda V, \lambda n) = \lambda U(S, V, n)$$

(pl: Vnd^1 , T_1 pakk. $\rightarrow n$ növekedés, $-Snd^1$)

$$H(\lambda S, p, \lambda n) = \lambda H(S, p, n)$$

$$F(\lambda V, \lambda n, T) = \lambda F(T, V, n)$$

$$G(T, p, \lambda n) = \lambda G(T, p, n)$$

\sim változék,
 \sim tapasztalat.

- Ilyen esetben igaz az ún. **Euler-tétel**:

Ha $f(x)$ -re igaz, hogy $\lambda f(x) = f(\lambda x)$, ($\forall \lambda$ -ra)
 ekkor csak az $f(x) = C \cdot x$ homogen lineáris
 egyenlet oldja meg, ahol $C = f'(x)$

$$\text{B12. } \frac{\partial f(\lambda x)}{\partial \lambda} = x \frac{\partial f(\lambda x)}{\partial x} \quad \text{másfelde: } f(\lambda x) = \lambda f(x)$$

 λ szintű
deriváláselincs-
szabály

$$\text{írjuk } \frac{\partial f(\lambda x)}{\partial x} = \lambda f(x)$$

$$\text{másfelde: } \frac{\partial f(\lambda x)}{\partial x} = f(x)$$

$$\rightarrow f(x) = x \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x} \quad \text{pl: } x=1-\nu \quad f(x) = x \cdot \frac{\partial f(x)}{\partial x} \quad \underbrace{f'(x)}$$

→ Euler-tétel szerint a termodinamikai potenciálakra:

- következmények:

pl: U-ra

$$U(S, V, n) = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V,n} dS + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S,n} dV + \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{S,V} dn$$

$$\text{és } U(\lambda S, \lambda V, \lambda n) = \lambda U(S, V, n)$$

→ Euler-tétel 3 változóra

$$U(S, V, n) = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V,n} \cdot S + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S,n} V + \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{S,V} \cdot n$$

$$\text{és: } \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V,n} = T \quad ; \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S,n} = -P \quad ; \quad \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{S,V} = \mu$$

$$U = TS - PV + \mu n$$

- nincsenek deriváltak!

- fontos!

- ebből: $F = U - TS \Rightarrow F = -PV + \mu n$

$$H = U + PV \rightarrow H = TS + \mu n$$

$$G = U - TS + PV + \mu n \quad G = \mu n$$

} termodynamikai Euler-egyenletek

- T.d. III. göttel → abban nulla fordul elő.

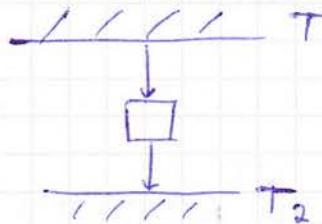
Megj. Gibbs-Duhem reláció: $SdT + Vdp + ndu = 0$

⇒ egy rendszer pusztán intenzív paramétereivel nem jellemezhető.

Termodinamika III. főtelje

1.1. leírás

- $S = S_0 + \dots$ volt. $S_0 = ?$
- hasonlóan $U(T=0) = ?$
- Carnot - körfolyamat



$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$T_2 = 0 ??? \rightarrow \eta = 1 ?$$

Megj. fekete lyuk is termikus egységsílyban van a könyezetűvel \rightarrow Hawking - sugárzás

Walter - Nernst hibérlet (1906-1912)

- rea kémiai reakciókhöz
- reakcióhoz egyre csökken refelé haladd T -vel és \emptyset -ba tart.

Planck általánosította és matematizálta:

\rightarrow abban a hőmennyi a felszín $E + szabad E$

$$\nabla \rightarrow \lim_{T \rightarrow 0} U(T) = \lim_{T \rightarrow 0} F(T)$$

hövetheszményei:

$$\nabla \rightarrow \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\partial U(T)}{\partial T} = \lim_{T \rightarrow 0} -\frac{\partial F(T)}{\partial T}$$

($F \rightarrow$ szabad-energia)

- hövetheszményei:

$$F = U - TS$$

$$S = \frac{U - F}{T} \rightarrow$$
 Planck alapján

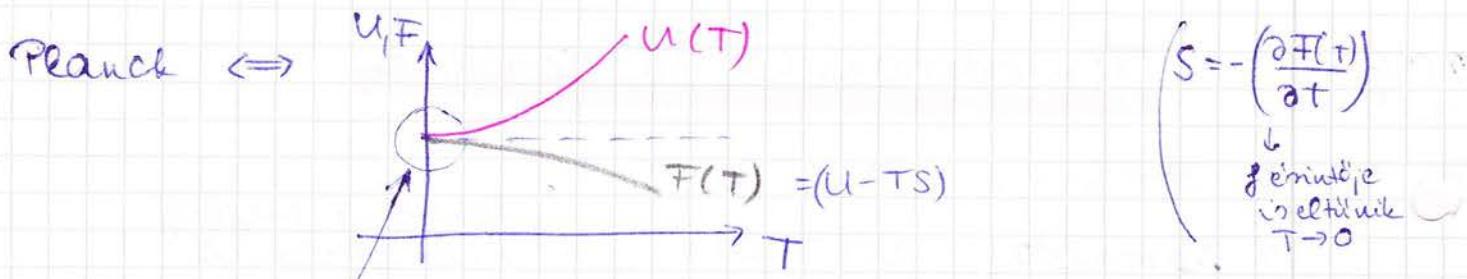
$$\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{U - F}{T} = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{\frac{\partial U}{\partial T} - \frac{\partial F}{\partial T}}{1} = 0$$

L'Hôpital szabály

Planck 2.

- entropia eltűnik $T=0$ -ban

$$\Rightarrow S_0 = 0$$



"belélezímulnak" → bárhelyre, minden derivatekkel tartanak.

- következmény:

$$S = S(0) + \int_0^T \frac{\partial Q}{T} dT = S(0) + \int_0^T \frac{C(T)}{T} dT$$

korábban

$p = \frac{\partial Q}{\partial T} \Rightarrow ncp dT$

$\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = 0 \rightarrow C(T)$ is eltiltott $T \rightarrow 0$ -ban legalább lineárisan.

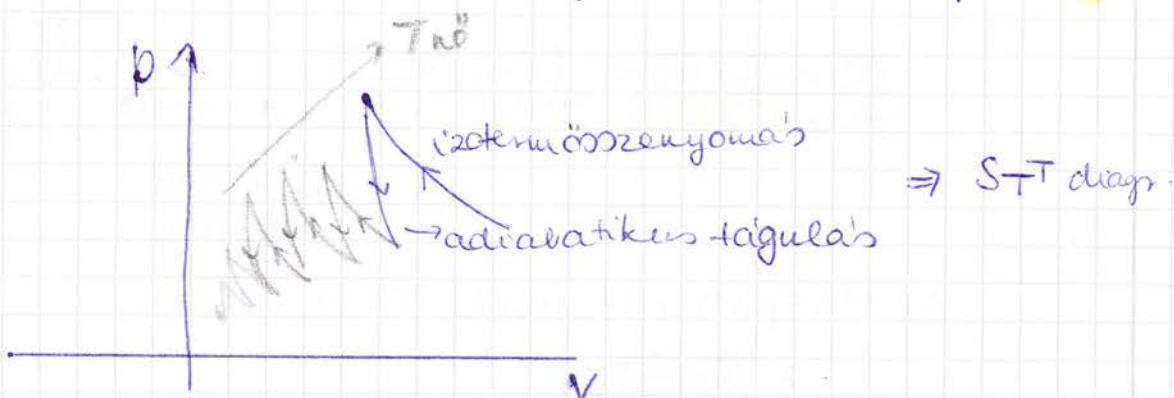
A hőtan III. feltétele

① Planck $U(T) = F(T)$ eh $\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial F}{\partial T}$ ha $T \rightarrow 0$

② $S(0) = 0$ (= Homogén anyagok entropiája az abszolút nulla hőmérsékleten nulla vallik.)

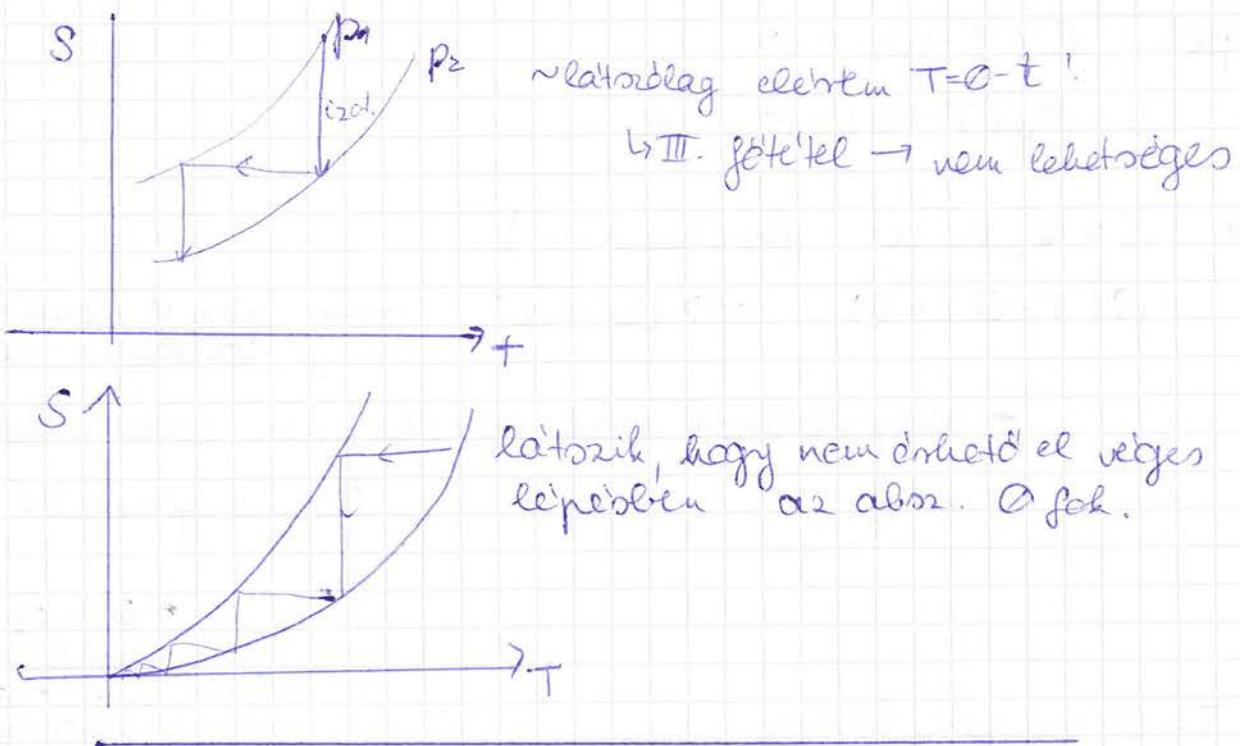
③ $\lim_{T \rightarrow 0} C(T) = 0$

④ $T = 0$ nem érhető el véges számnál legrébbien.



III: A nulla abszolút hőmérséklet, bár tetszőlegesen meghozzethető, el nem érhető.

2016.
11.15.



2016.
11.22.

12. het

$$\text{Ism: } U(T) = F(T) \quad \text{ha } T \rightarrow 0$$

$$S(T=0) = 0$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} C(T) = 0$$

$T=0$ nem érhető el

3. feltétel

2. feltet
lesz
visszat!

Megjegyzések:

- Volt: $S(T) = S_0 + nC_V \ln \frac{T}{T_0} + nR \ln \frac{V}{V_0}$
 $\left. S(T=0) \right)$ $(\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = -\infty ?)$
 Nemugy, ha $T \rightarrow 0$? \rightarrow nemcsőntelme!
 \rightarrow idealis gázról jön! \rightarrow nem: Endroffia + Gay-Lussac

\Rightarrow idealis gáz konceptúja nem jól $T \rightarrow 0$ esetén.

- Fizikai meumységek $T \rightarrow 0$ mellett

$$\beta_p(T) = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{V} (-1) \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T = 0$$

Maxwell
 $(T, p) \in$ Gibbs
 szabadenergia

$$dG = -SdT + Vdp$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = - \left(\frac{\partial S}{\partial p} \right)_T$$

$\leftarrow S$ és deriváltjai cselekvésükkel $T \rightarrow 0$

$$\text{pl: } C(T \rightarrow 0) = 0$$

$$\beta_p(T \rightarrow 0) = 0 \text{ stb...}$$

- $S = k_B \ln W$ (Boltzmann)

$$S(T=0) = 0 \rightarrow W=1$$

\rightarrow absz. 0 közelében állapotváltozás nem jöhet létre.

- alapállapot csak 1 féléképpen valósulhat meg

(nem degenerált)

- $T=0$ meghözelítése

- adiabatikus lemagasztás ('60-as évek, μK)

- ^4He $T=1,5\text{ K}$

- ^3He $0,3\text{ K}$

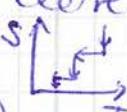
- $^3\text{He} - ^4\text{He}$ keverék 10 mK

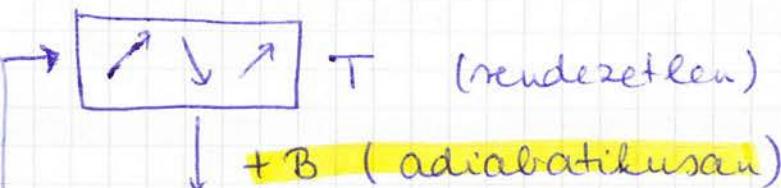
- lézeres hűtés (legmodernebb) $n\text{ K}, 10^{-9}\text{ K}$

13

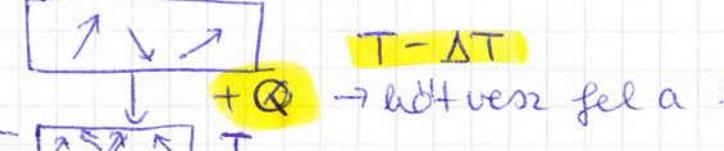
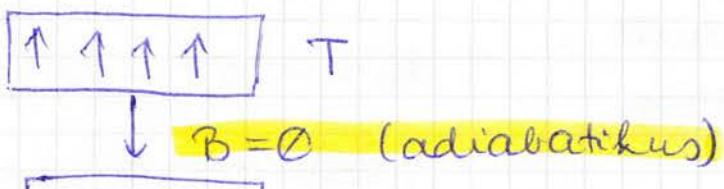
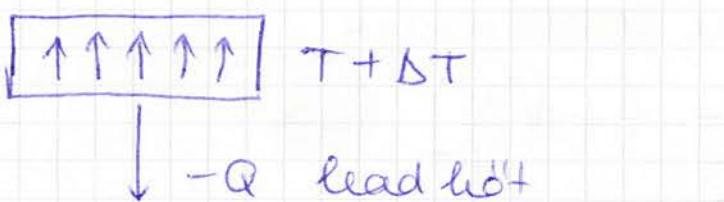
Adiabatikus lemagasztás

(-enél számos hűtőgén) ($W \rightarrow$ nincs → lehűlni hagyjuk
 \rightarrow minél több végezzen d')

\rightarrow kis hőmérsékletek eléréséhez




anyagot véges
 magasabb téhű
 helyzetből
 (minél több
 végtől)



) entropia nagyobb
 legyen \rightarrow el
 akanya eln

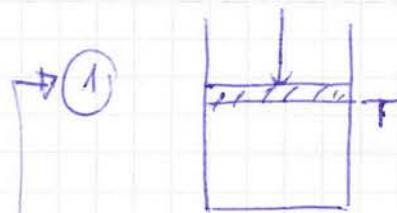
\rightarrow hűtvers fel a környezetből, itt hűt!

2016.
11.22.

- rendeződés → magasabb entropia csökken.
- rendezetlen → magasabb entropia nő

12.-het

- ideális gázról (analogia)



$\downarrow +p$ (adiabatikus)

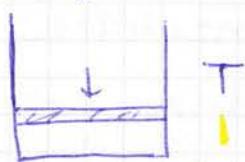
junkciós
végzület
rajta

②



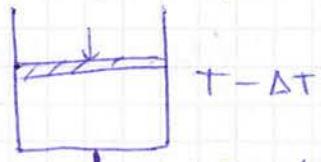
$\downarrow -Q$ hűleada's
($V=\text{all}$)

③



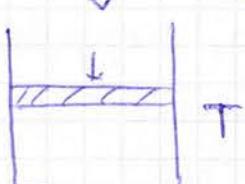
(adiab.)
tagulni kegyjük

④

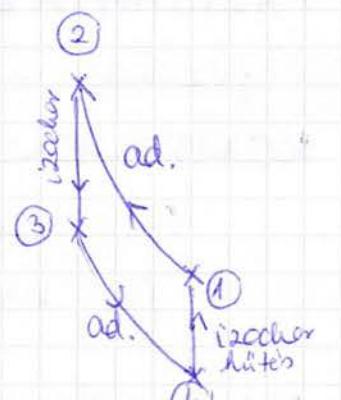


$\downarrow +Q$ (itt leült)

①



$P \uparrow$



hűtőgén
körfolyamata

→ ott ez nem
ideális

~ međnem a valós hűtés menete

† gumiszalag!

Fázisállapotváltozás

2016.
11.22.

Volt: halmazállapotváltozás (pl: szilárd, gáz, gdz, cseppfolyós)

FÁZIS = A halmazállapotváltózás fázisállapotváltozás, de (!) nem minden fázisállapotváltozás halmazállapotváltozás

12. het

pl: ferromágneség → fázisállapot
szupravezetés →

14 Szuperfolyékonyág

FÁZHATÁR = 2. fázis közti átmenet nélkül, fizikai tulajdonságok ugrásszerűen változnak.

KOMPONENS = Adott belvízi összetételező anyag.
(mi csak 1 komponensű rendszereket nézünk)
(pl: kryoforr H₂O víz + szagtató gőze)

p-T

HALMAZÁLLAPOT VÁLTOZÁSOK (reverzibilisek)

① Szilárd ↔ folyadék (olvadás, fagyás)

② Folyadék ↔ gdz (paralga, cseppfolyásodás) ^{konzenzálás}

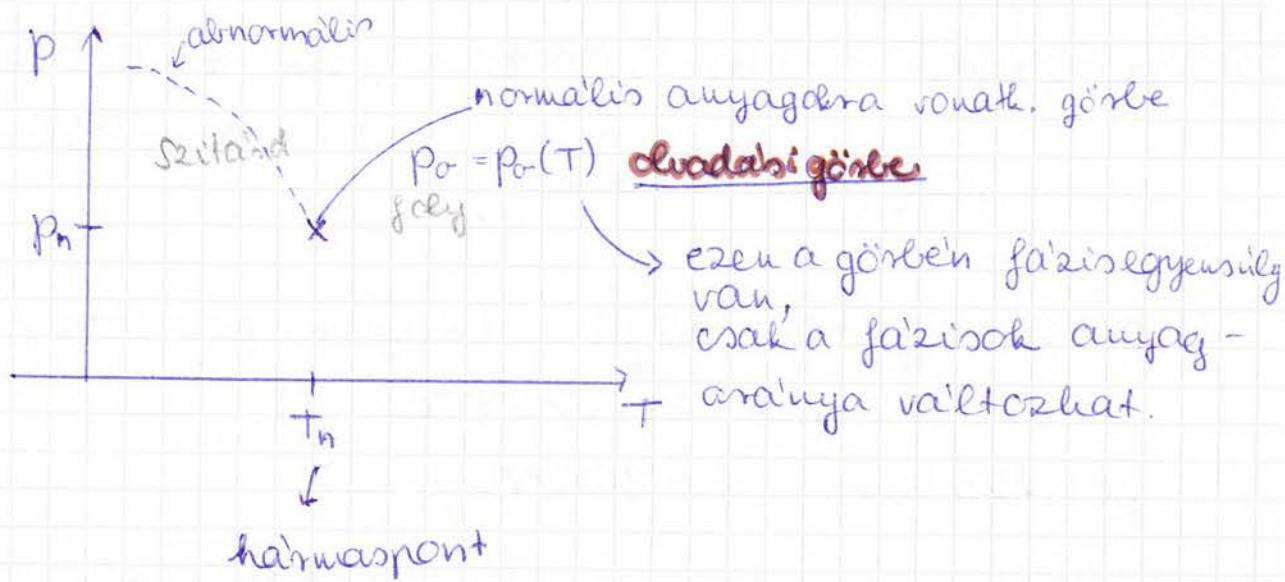
③ Szilárd ↔ gdz (szublimáció, megszilárdulás) ~
pl: CO₂, jcd

1) Állandó nyomáson szilárd anyaggal hőt közelve cseppfolyásodik, meglad.

T=áll (fordítva (hőt vonunk el) megfagy)

- olvadáshő, fagyáshő

- T=áll azért, mert a hő a molekulák közötti kölcsön energiák felbontására fordítódik.



normalis anyag \rightarrow olvadásnál tagadott

abnormalis anyag \rightarrow fagyásnál tagadott pl. v/z

(\hookrightarrow megg.: földi élet \rightarrow 500 millió éve \rightarrow hűtőgyár állapot
 \rightarrow v/z ilyen \rightarrow jö)

Létezik inn.

Le-Châtelier-Braun elv:

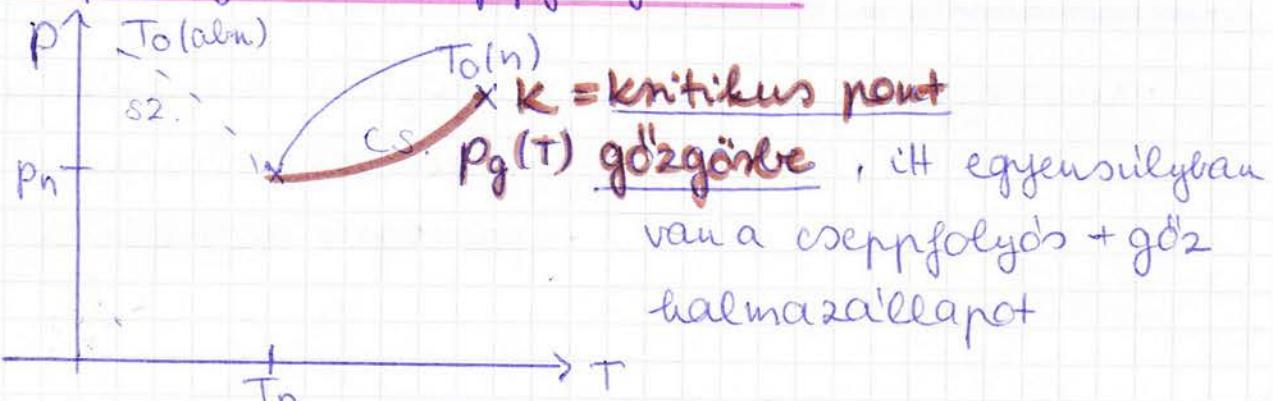
= A rendszer külső hatásra úgy reagál, hogy a hatást csökkense.

pl: jéget megnyomjuk \rightarrow megolvad (konzab)
 \hookrightarrow olvadási hőm. csökken

\rightarrow V csökken \rightarrow p csökken

pl: normalis anyagot megnyomunk \rightarrow megfagy
 T_0 nél \rightarrow V csökken \rightarrow p csökken

2) párolgas \leftrightarrow cseppeklydsodás



$$\text{pl: vizesgáz} \quad 1 \text{ bar}, 100^\circ\text{C} \quad \text{ha } t = 20^\circ\text{C}$$

\downarrow \downarrow
 P_g T_g

megy posztt \rightarrow Törökben

$$P_g = 20 \text{ mbar}$$

pl: vízszugárszivattyú (víz gyorsan feljlik \rightarrow levegőt viszi)

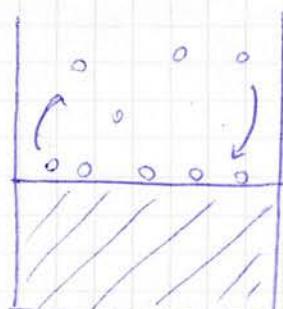
pl: hűtő $p > 1 \text{ bar} \wedge t > 100^\circ\text{C}$

pl: 125 bar $t \sim 300^\circ\text{C}$

- Az egyszerű állapot neve: telített gáz

pl: kriofor

- molekuláris értelmezés:



✓ "hűtő"

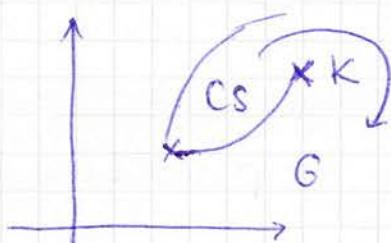
egyszerű, dinamikus

- p csak T -től függ

- ideális gáztörvény nagyon
NEM érvényes.

- kritikus pont

- létezik kritikus pont \rightarrow folyadék \rightarrow gáz
át lehet megnéni fazisátalakulás nélkül.



Példák a párolgábra, párolgasíthe

- minős egyszerű



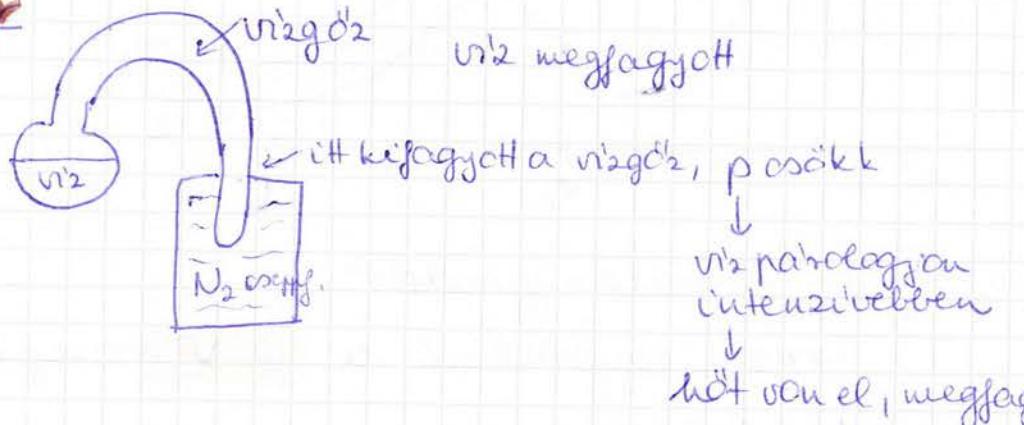
\rightarrow átlagosan energetikusabban

rétecskek elmenetek

\rightarrow párolga's holt von el.

2016.
M. 22.

- Windchill - szél fűj, aranykorlát nőgd's el \rightarrow előt hűl
- dezodor $\xrightarrow{\text{paragás}}$ hidrogélt \rightarrow hőt von el
- nedves hőmérséklet
- fagyasztásos erzsételelmítés
- kriofor



Példák		273,15 K	
- N ₂ : 3-mas nöt	$T_h = 273,16 \text{ K}$		
EIT.	$P_a = 610,6 \text{ Pa}$		$-CO_2: T_h = -56,6^\circ\text{C}$
			$P_a = 5,1 \text{ bar}$
kritikus	647 K (374°C)		$T_k = 31,04^\circ\text{C}$
	218 bar		72,8 bar

(273,15 K \rightarrow Celsius skála Operatív hőmérők működése)

$\sim T_h, p_a \rightarrow$ hőmérsékleti működés mindenhol

$\sim T_k, p_k \rightarrow$ Paksi \rightarrow szubkritikus folyadék

Valódi gázok izotermái:

\leftrightarrow halmozállapotváltozások,

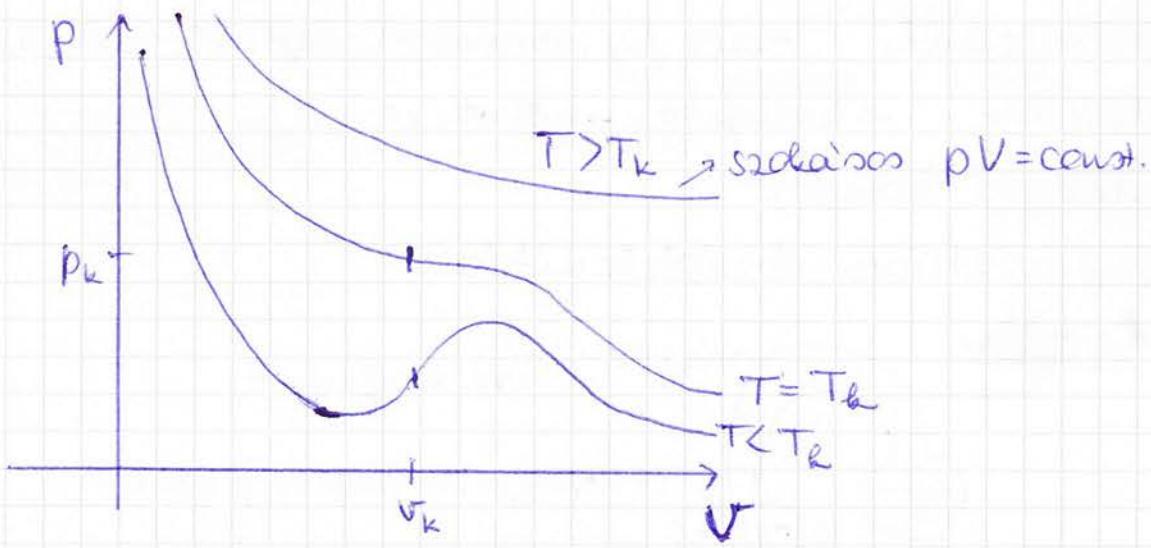
vdW:

$$\left(P + \frac{a^2}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

$$v = \frac{V}{n} = \text{fajlagos térfogat}$$

$$\boxed{\left(P + \frac{a^2}{V^2} \right) (V - b) = RT}$$

\rightarrow izotermák
egyenletei

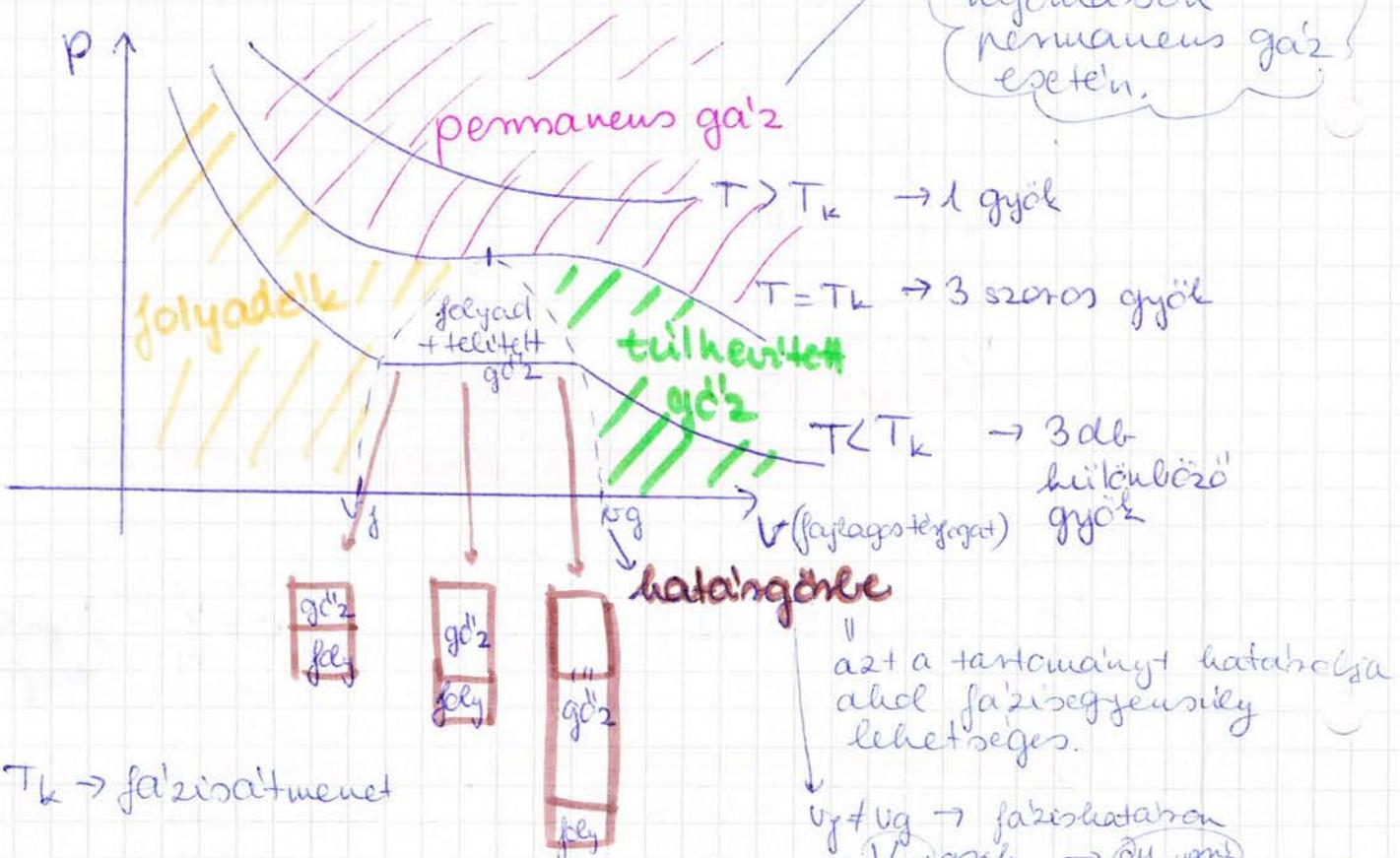
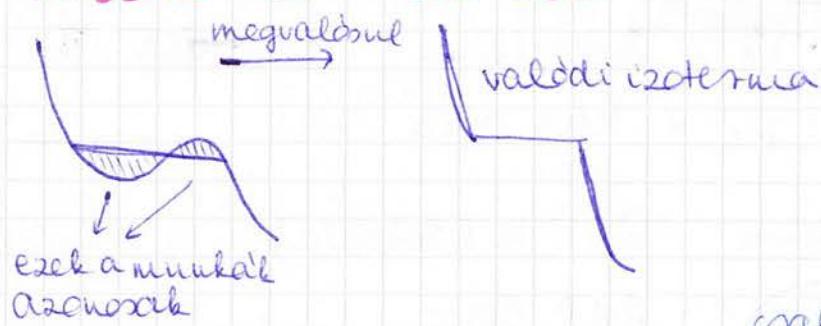


"fura nissakan yaroda's"

↳ nem egészben "a p-V összefüggés"

↳ feloldás

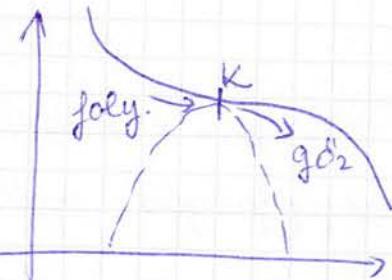
Maxwell's Equations



2016.
11. 22.

12. het

K: $\frac{p_1}{v_1} = \frac{p_2}{v_2}$
 fázisegyenességi
 tartomány
 egyszerűen pontba
 szingörök



K-n keresztül a folyadék és gáz tulajdonságai folytonosan mennek át.

(vn. 2-ed fajlt fázisátmenet)

$\frac{\partial u}{\partial p}$ folytonos

Matek:

$$\left(p + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT$$

↳ a található

$$v^3 p + v^2 (-RT - b) + va - ab = 0$$

$T = T_k - ra$ 3 széros gyök → kritikus pontnak felel meg.

$T > T_k$ 1 gyök

$T < T_k$ 3 különböző gyök

$T = T_k - ra$: $(v - v_k)^3 - ba$ átfirható.

- híján: $v_k = 3b$,

$$T_k = \frac{8a}{27Rb}$$

$$p_k = \frac{a}{27b^2}$$

- kritikus fajlagos tőnfogat is egyenlő!

Be lehet vezetni: vn. **kritikus állapotthátról**:

$$T^* = \frac{T}{T_k} \quad i \quad p^* = \frac{p}{p_k} \quad i \quad v^* = \frac{v}{v_k}$$

ezzel a való all. egyenlet:

$$\left(p^* + \frac{3}{v^{*2}} \right) \left(v^* - \frac{1}{3} \right) = \frac{8}{3} T^*$$

vn. **univerzális állapot egyenlet**.

Megfelelő állapotok tétele:

= (1) és (2) anyag egymással megfelelő állapotban van, ha $T_1^* = T_2^*$, $v_1^* = v_2^*$, $p_1^* = p_2^*$.

Példák:

- LPG (liquified petroleumgas) - propan + bután keverék
 $T_k = 96^\circ\text{C}$ ⚡ szobában cseppfolyós $p < 30$ bar
 $p_k = 30 \text{ bar}$

- gázüzemű autók, LPG, CNG

CNG (= compressed natural gas) - metán CH_4

$$p_k = 4.5 \text{ bar}$$

$$T_k = -182^\circ\text{C}$$

termáns gáz → (normal légt. nyomás) → összenyomjál

T_k fölött semmivel cseppfolyósodik.

→ autóba 200 bar -os tartály

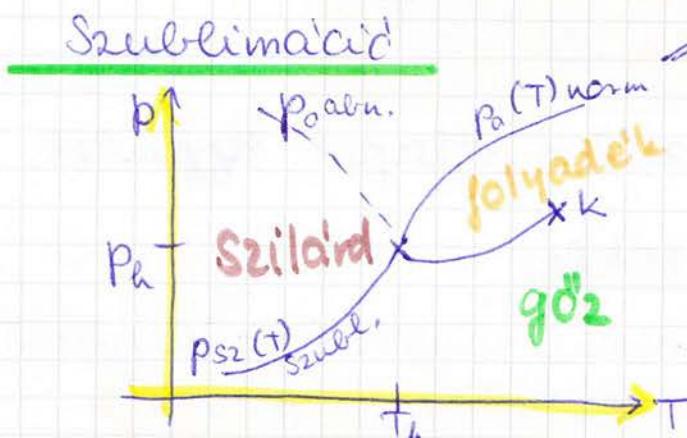
Meg:

- folyadékoh összenyomatatlanság



3) Szilárd \leftrightarrow folyadék átmenet

- nincs kritikus pont \Leftrightarrow szilárd - rendezett folyadék - rendezetlen elágazás van fazisátmennet



FAZISDIAGRAM

HALM. ÁLL. VA'LT-na

$$p_{s2}(T)$$

Szublimációs görbe.

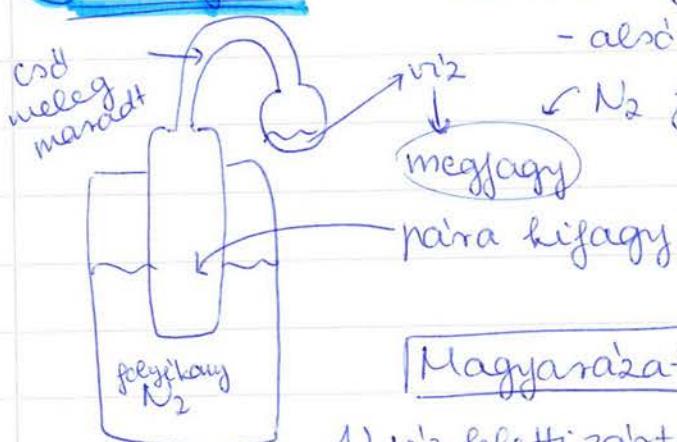
A'BRA
FONTOS



14. tétele

- Kísérletek a fazisátalakuláshoz témakörben

1) Knigfor



- 2 használó térfogatú üvegtartály, "vakuum"

- alsó tartályt folyékony

→ N₂ fürdőbe helyezzük

megfagy

pára kifagy

Magyarázat

1.) v'z feletti zárt térben telített v'zgödök

2.) alsó réteg hűtése → gödök cseppfolyásba

→ p csökken → vizes gömbben erős párolgás indul meg.

3.) párolgás → folyadék energiaja csökken

→ amilyira lehűl, legy megfagy.

⇒ pl. hűtőgépek működési elve.

2) Szárazjég szublimációja

lufi → CO₂ fejlődik

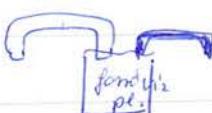
3) Hőcső (heat pipe)

- légmentesen zárt cső

- belséjében folyadék → hő → párolg (fonás)

- nagy hőmenetűjeg átvitelre képes (jól elvezethető)

→ pl. hűtői feladatak.



4) Kísérletek cseppfolyás nitrogennel.

- N₂ szökhet

- gödök hőtágulása

2016.
I. 22.

12. het

foly
szil. h gőz

Halmazpontban: mindenhol
halmazalkapott (fázis)
egyensúlyban tud létezni.

Fázisegyenlőség feltételle

pl: milyen hogyan tud a saját gőzelvel egyensúlyban maradni?

- tekintsünk egy izolált rendszert,

2. fázis	U_2, V_2, n_2
1. fázis	U_1, V_1, n_1

← fázishatár

pl: kuktatás

$$U = U_1 + U_2 = \text{all.}$$

$$V = V_1 + V_2 = \text{all.}$$

$$n = n_1 + n_2 = \text{all.}$$

- egyenlőség feltételle: $S = \max.$, $dS = \emptyset$

- teljes entropia:

$$S = S_1 + S_2 = S_1(U_1, V_1, n_1) + S_2(U_2, V_2, n_2)$$

\rightarrow 6 valtozó, de csak 3 független!

$$dU_1 = -dU_2$$

$$dV_1 = -dV_2$$

$$dn_1 = -dn_2$$

$$\} dS(U, V, n, U_1, V_1, n_1) = ?$$

$$dS = \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1} \right)_{V_1, n_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{V_2, n_2} \right] dU_1 +$$

$$+ \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial V_1} \right)_{U_1, n_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial V_2} \right)_{U_2, n_2} \right] dV_1 +$$

$$+ \left[\left(\frac{\partial S_1}{\partial n_1} \right)_{V_1, U_1} - \left(\frac{\partial S_2}{\partial n_2} \right)_{V_2, U_2} \right] dn_1$$

\forall együttműködő külön-külön Ø

$$\Rightarrow \left(\frac{\partial S_1}{\partial U_1, V_1, n_1} \right) = \left(\frac{\partial S_2}{\partial U_2} \right)_{V_2, n_2} \rightarrow \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_2} \quad \boxed{T_1 = T_2}$$

$$\left(\frac{\partial S_1}{\partial V_1} \right)_{U_1, n_1} = \left(\frac{\partial S_2}{\partial V_2} \right)_{U_2, n_2} \rightarrow \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \boxed{P_1 = P_2}$$

$$\left(\frac{\partial S_1}{\partial n_1} \right)_{U_1, V_1} = \left(\frac{\partial S_2}{\partial n_2} \right)_{U_2, V_2} \rightarrow \frac{\mu_1}{T_1} = \frac{\mu_2}{T_2} \quad \boxed{\mu_1 = \mu_2}$$

Fundam. egyenlet!

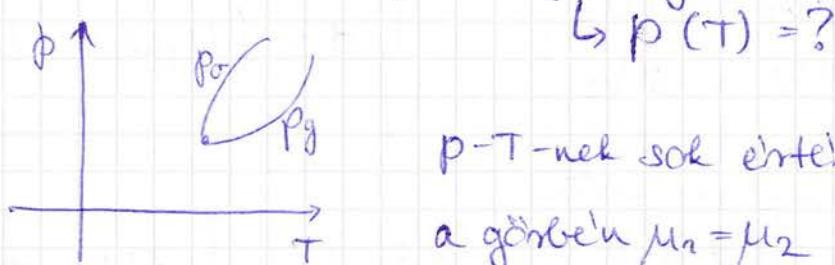
$$dS = \frac{1}{T} (dU + pdV - \mu dN)$$

- intenzív állapotjelzők arányosak a 2 fazisban.
egyenessége feltételle.

Fázisdiagram és a Clausius-Clapeyron
egyenlet

fázishatalom: $p_1 = p_2, T_1 = T_2$ tudjuk, és $\mu_1(T_1, p) = \mu_2(T_1, p)$

↳ ebből tudunk-e valamit a fázisgörbekre mondanunk?



p-T-nek sok érteleme van
a görbén $\mu_1 = \mu_2$

- T szembeni deriváltjai indukálunk ki: $\mu_1(p, T) = \mu_2(p, T)$

(↳ nem intuitív)

$$\underbrace{\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial p} \right)_T}_{\text{elállásához}} \frac{dp}{dT} + \left(\frac{\partial \mu_1}{\partial T} \right)_p = \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial p} \right)_T \frac{dp}{dT} + \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial T} \right)_p$$

elállásához
↳ p(T)

- legalább $\frac{dp}{dT}$ legyen meg

2016.
11.22

11. met

$$(1) \frac{dp}{dT} = \frac{\left(\frac{\partial \mu_1}{\partial T}\right)_p - \left(\frac{\partial \mu_2}{\partial T}\right)_p}{\left(\frac{\partial \mu_2}{\partial p}\right)_T - \left(\frac{\partial \mu_1}{\partial p}\right)_T} + \text{Maxwell egyenletek!}$$

(2)

$$dU = Tds - pdV + \mu dn$$

$$dG = -SdT + Vdp + \mu dn$$

$$G = \mu n \Rightarrow \mu = \frac{G}{n}$$

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_T = \frac{1}{n} \left(\frac{\partial G}{\partial p}\right)_T = \frac{V}{n}$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_{T,n}$$

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial T}\right)_{p,n} = -\left(\frac{\partial s}{\partial n}\right)_{T,p}$$

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_{T,n} = \left(\frac{\partial V}{\partial n}\right)_{T,p} = V_M$$

$$-S_M = -\frac{S}{n}$$

$$\left(\frac{\partial s}{\partial n}\right)_{T,p} = -S_M = -\frac{S}{n} \quad \leftarrow S \text{ extenzív, } n \text{ lineáris fü.e.}$$

\uparrow moláris endropia

$$V_M = \frac{V}{n} \quad \leftarrow \text{molekúlfogat}$$

elbírál:

$$\boxed{\frac{dp}{dT} = \frac{S_{M_2} - S_{M_1}}{V_{M_2} - V_{M_1}}}$$

CLAUSIUS
-CLAPEYRON

-fázisátmennők van latenshő (paraligashő, stb.)

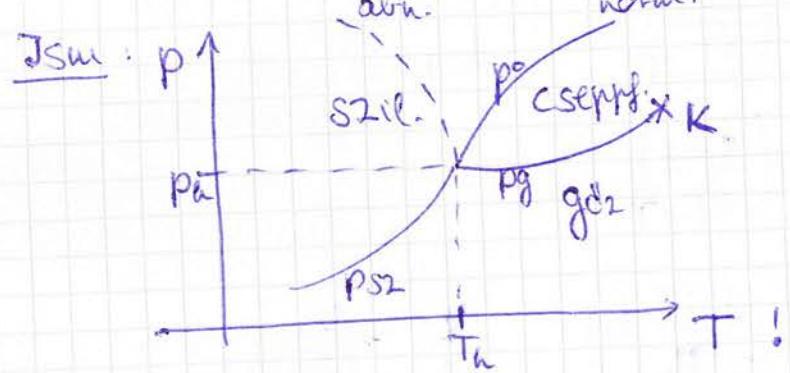
$$\Delta S_{M_{1-2}} = S_{M_2} - S_{M_1} = \frac{Q_{M_{12}}}{T} \quad \leftarrow \text{latenshő}$$

ezzel

$$\boxed{\frac{dp}{dT} = \frac{Q_{M_{12}}}{T(V_{M_2} - V_{M_1})}}$$

\rightarrow fázisgörbe deriváltja, tehát fogatugratás a latenshő közötti kapcsolat.

-141-



- K: cseppe \rightarrow görbe
fázisátalakulás
nélküle 2016.
11.29.

- Hőmásnyomat
univerzumban
 \forall hő működ.

Clausius Clapeyron:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_{M_2} - S_{M_1}}{V_{M_2} - V_{M_1}}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_{p,n} = -\left(\frac{\partial S}{\partial n}\right)_{T,p} = -\frac{S}{n}$$

$$= -S_M$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_{T,N} = -\left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_{T,p} = \frac{V}{n}$$

működésigénytől
félére.

- Latenshő \rightarrow hőt adnak, de T nem változik.

$$\Delta S = T \cdot \frac{Q_{M_{12}}}{T};$$

\downarrow
Cl.-Clap.

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q_{M_{12}}}{T(V_{M_2} - V_{M_1})}$$

rendezetlen \rightarrow rendezett
(entropia kisebb)

\downarrow
Q negatív
nemjelyamatakon S csökkenhet

Clausius-Clapeyron kvalitatívan (mire jö?)

A) - folyadék $\xrightarrow[1.]{2.} \text{görbe}$
 $V_{MF} \ll V_{MG}$

$$Q_{M_{12}} > 0$$

$\left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right.$

$$\frac{dp}{dT} > 0 \text{ hiszszám}$$

- szilárd $\xrightarrow[1.]{2.} \text{folyadék}$

- elvárt $Q_{M_{12}} > 0$ (hőközelítések)

B1) - normális $V_{Szil} < V_{H_folyadék}$

$$\rightarrow \frac{dp}{dT} > 0 \text{ nagy szám}$$

B2) - abnormális $V_{Szil} > V_{H_folyadék}$

\rightarrow (nem nagy kiüléség)

$$\rightarrow \frac{dp}{dT} < 0 \text{ nagy szám}$$

2016.
11.29. C) - $\frac{1}{x_1} \downarrow$ $\frac{2}{x_2} \downarrow$

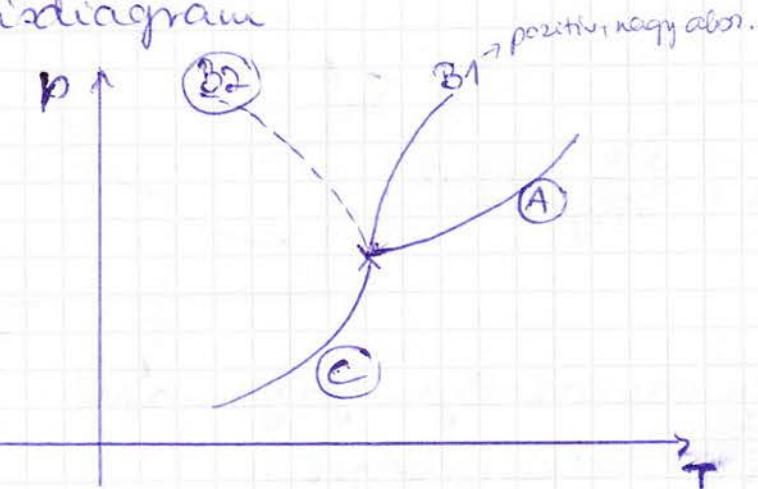
rendezett naargeluk rendezetlen

$$V_{MS2} \ll V_{M0}$$

$$Q_{M12} > 0$$

$$\frac{dp}{dT} > 0 \text{ his száma}$$

- fazisdiagram

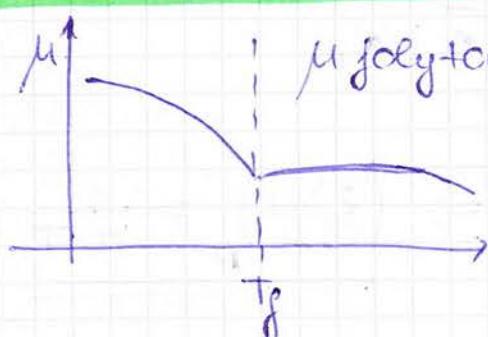


Fazisáthalakulások osztályzása

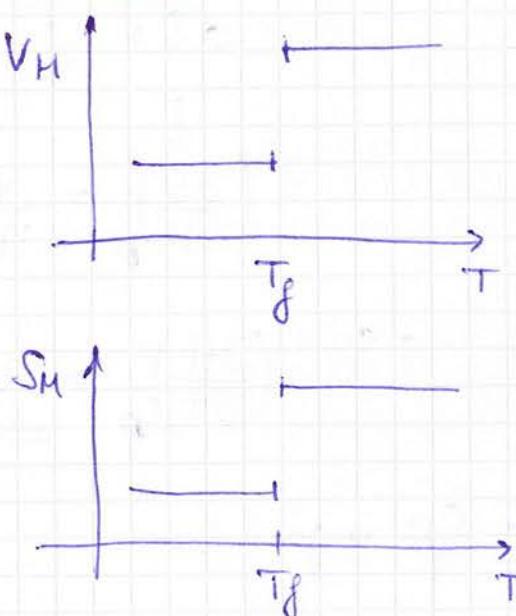
- Láttuk: Clau-Clap - leírja fazisáthalakulásokat, ahol V -nek van ugrása.

$$\left(\frac{\partial \mu}{\partial p}\right)_{T,n} = \frac{V}{n} = V_M$$

- Elsőrendű fazisáthalakulás

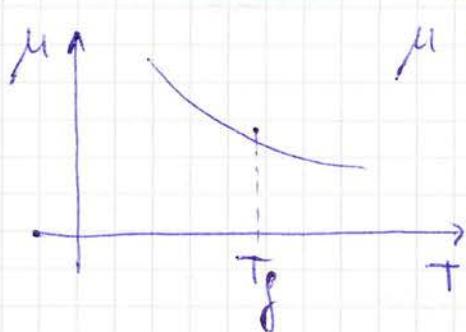


μ folytonos V_M

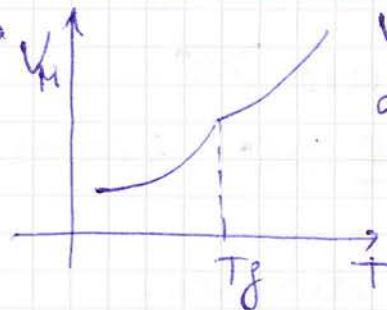


- illyenkor van
látentális $Q = T \Delta S$

- Habsodrendű (folytonos) fázisáttalakulás

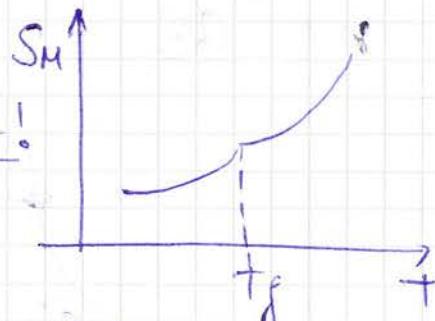


μ 2. deriváltja
"ugrik"



Vn folytonos,
deriváltja
ugrik

$$\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2} ; \frac{\partial^2 \mu}{\partial p^2} ; \frac{\partial^2 \mu}{\partial T \partial p} \text{ ugr!}$$



- termelőzetben vannak ilyen folyamatok

Mérhető fizikai mennyiségek:

$$1.) \left(\frac{\partial^2 \mu}{\partial T^2} \right)_p = - \left(\frac{\partial S_M}{\partial T} \right)_p = - \left(\frac{\partial S_M}{\partial H} \right)_p \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p = - \frac{C_p}{T}$$

némi
intuitív!

- Fundamentális egyenl:

$$dS = \frac{1}{T} dH + \frac{1}{T} dV$$

$$H = U + PV$$

$$dS = \frac{1}{T} dH - \frac{1}{T} dV$$

$$\downarrow \quad \left(\frac{\partial S}{\partial H} \right)_p = \frac{1}{T} \Rightarrow \left(\frac{\partial S_M}{\partial H} \right)_p = \frac{1}{n \cdot T}$$

$$- \text{és} \quad \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p = n \cdot C_p$$

- $\frac{C_p}{T}$ ugr!

2016.
11.29.
13. het

$$2.) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial P^2} \right)_T = \left(\frac{\partial V_H}{\partial P} \right)_T = - \frac{1}{n} V \cdot K_T$$

$$K_T = - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)$$

K_T is \uparrow van definitievo,
d. positieve en a
menig.

$$3.) \left(\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial P} \right) = \left(\frac{\partial V_H}{\partial T} \right)_P = \frac{1}{n} V \beta_P$$

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial P \partial T} \right) = \left(\frac{\partial S_M}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial V_H}{\partial T} \right)_P$$

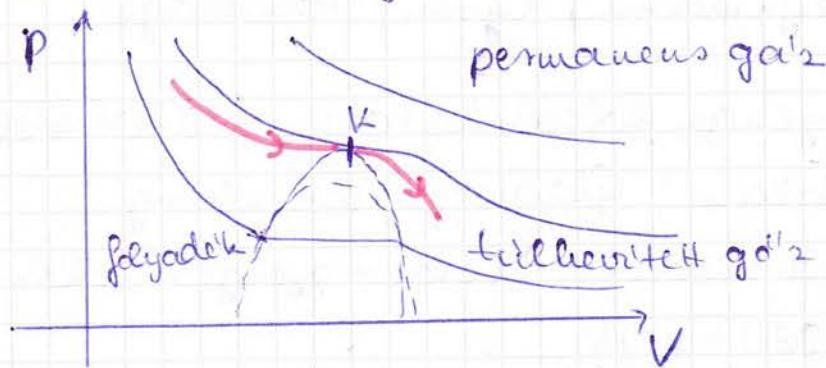
$P, T \rightarrow G$ -bölük kiinduluk

$$dG = -SdT + Vdp$$

$$-\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P \rightarrow \text{Maxwell.}$$

Vizsg.

Clausius Clapeyron -nak nincs ehetelme
masodrendű fázisáttalakulásokra !



- folyadékkal tölthetetl. gázokre

↳ masodrendű fázisáttalakulás,
V nem változik

$$\Delta V_H = 0$$

2-ordrendű
pl: szupravezetés

Kvantummechanika

helye

- mechanika (16.-17. század) (Newton, Lagrange) Hamilton
- elektrodinamika (19. század)
 - (Faraday, Oersted, Maxwell)
- termodinamika (19. század)
- speciális relativitásláncellet (19. század vége)
1905
- általános relativitásláncellet (1916, Einstein)
- **kvantummechanika** (1920-as évek)
→ Bohr, Heisenberg, Schrödinger)
- relativisztikus kvantummechanika (~1928)
→ Dirac
- elektromos kölcsönhatás törénelmélete (1950-es évek)
→ Feynmann, Dyson, Tomonaga
- elektromos kölcsönhatás (1970-es évek) (elektromos + gyenge)
→ Salam, Glashow, Weinberg
- Standard modell (erős + gyenge + elektromos kölcs.)
 - 1960 - 2015
 - Gell-Mann, Higgs
- probálkozások : GUT (Grand Unified theory)
 - Mindenség elmélete
 - Kvantumgravitáció, szuperhár

3 párhuzamos történet

1.) Elektromágneses sugárzás

- 1814: Fraunhofer : **vonalas színkör** a Nap Spektrumában.
- 1859: Kirchhoff (Bunsen-sziget)
 - látható fény elnyelésében elem-specifikus elnyelések
 - leírta a megnövekedő kibocsátások
- 1879: Josef Stefan → kibocsátott teljesitmeány az ún. **fehér test** sugárzására $\sim T^4$
- 1884: Boltzmann → Termodin + Maxwell egyenl.
- 1896: Wien → ún. **eltoldási tömegű** Leitnerbergj.
- 1900: Rayleigh + Jeans → jd sugárzásra töreúnyt írtak le, ami kis frekvenciákra jd, utána nagy frekvíre "**ultravioletta katastrofa**" -jelzett.
- 1900: Max Planck (1918 Nobel)
 - fehér test sugárzásra empirikus fittet → ún.: "**kvantumhipotézis**"
 - "A tapasztalat fogja megmutatni, hogy igaz-e".

2.) Fény és anyag kölcsönhatása

- 17-18. század : Huygens → fény hullám
 - Huygens - Fresnel elv
- 1803 : Thomas Young → Keletűsés leírása
 - fény hullám (efhelyük) → **diffrakció**
- 1887 : Hertz : UV fény hatásaira felmerültek elektronok leپnök hi.

- 1905 Leónd Földör → **fotoeffektus** + kvantitatív leírás. → elmelet nem volt, mehet.
- 1905 Einstein (1921 Nobel) → elmelet

3.) Atommolekék

- i.e. 4. század Demokritosz "atomosz"
- pl: sójt felvágása, námi osztályatlan rész
- 1838: Michael Faraday → károddugáraik
- 1870: Mendelejev - fele periódusos rendszer
- 1880: Rydberg vonalas színkep rendszerezése
→ előző pé: He felfedezése így
- 1897: J. J. Thomson → elektron felfedezése 1. Thomson
Lord Kelvin
- 1904: Thomson - fele atommodell
"szilviasprudling - modell"
- 1909: Szilras kísérletek → α részecskék + aranyfolia
→ Geiger, Madsen, Rutherford
- 1911: Rutherford - fele atommodell (1908 Nobel)
- 1913: Bohr atommodellje (1922 Nobel)
- 1914: Frank - Hertz kísérlet
- 1922: Stern - Gerlach kísérlet (elektron spirál)
- 1924: De Broglie → **anyaghullám** (1929 Nobel)
- elmelet.
- 1927: Davisson - Germer fizognitja → De-Broglie elmelet
- 1926: Schrödinger (1933 Nobel)
- 1927: Heisenberg - katalinrozatlausági elv

Fekete test sugárzás

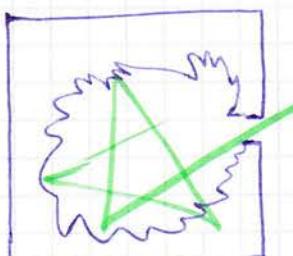
- megfigyelés: Kirchhoff: Az anyag elnyelése, feltessége = **absorpciója** és kisugárzása (= **emisszió**) összefügg.
 - Legyen az anyag ún. **sugárzási termikus egysensílyban** a hőmérséklettel. (pl. vákuumban)
- $e(\nu, T) \rightarrow e(\nu, T) = U(\nu, T)$
- $a(\nu, T) \rightarrow a(\nu, T) \xrightarrow{\text{frekvencia}} \text{univerzális függvény minden anyagra}$
- Ez Kirchhoff állítása.
- abszolút fekete test koncentrációja
 $a(\nu, T) = 1$ minden elnyel!

kibocsátott teljesítmény spektruma:

$$e(\nu, T) = U(\nu, T)$$

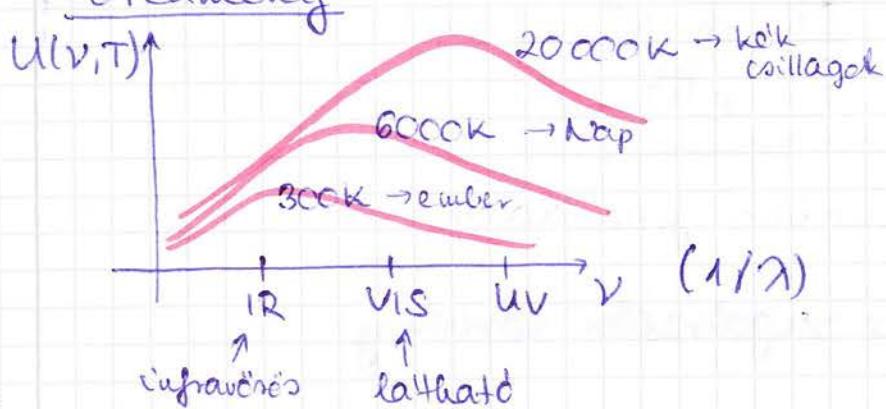
meg kell megnézni

- jól közelítés a fekete testre:



- dobos, his lyuk

- eredmény:



- nagyobb $T \rightarrow$
gyorsabban tűnik fel
 \rightarrow Stefan-Boltz law

- Stefan - Boltzmann:

$$\int_0^{\infty} U(\nu, T) d\nu = \sigma \cdot T^4$$

↑
Stefan - Boltzmann állítód.

empirikus összefüggések

- Wien - felle eltolddási törvény:

$$\lambda_{\max} \cdot T = \text{konst.}$$

- Elmeleti próbálkozás:

Rayleigh - Jeans - összefüggés

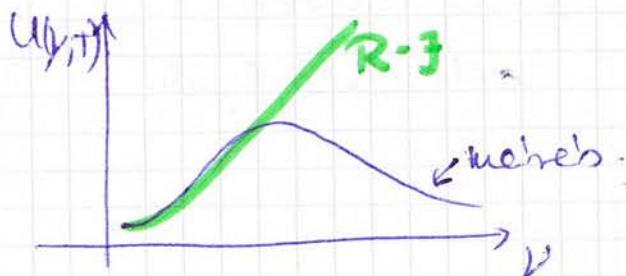
- Maxwell egyenletek alapján

$$U(\nu, T) = \frac{8\pi}{c^3} k_B \nu^2 T$$

elmelet!

→ $U \sim \nu^2$ - tel nagy frekvenciákra

↳ ez "ultrahihlyai hatásztérdfá"



- Planck:

$$U(\nu, T) = \frac{8\pi}{c^3} \frac{h \nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

eml: Bose-Einstein

→ jól empirikus fittet adott

Planck - felle sugárzási törvény

- az üregben oszcillátorok vannak termikus egysensúlyban. (atomok rezegnek)
- csak $\hbar\nu$ diszkrét energiadagokat tudnak elnyelni és leadni.

$\boxed{\hbar\nu \leq k_B T}$ esetén lesz nagy kiugahzás, (nagyfrekvenciás levalgás)

$\hbar = \text{Planck állandó} = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
 "fittelűs konstans"

Planck $\nu \rightarrow 0$ → deriváljuk → Wien
 → integráljuk → Stefan - Boltz.

Planck $\nu \rightarrow 0$

$$\lim_{\nu \rightarrow 0} U(\nu, T) = \lim_{\nu \rightarrow 0} \frac{8\pi}{c^3} \frac{k_B T}{\hbar \nu^3} = \frac{8\pi k_B T}{c^3} \nu^2$$

$$e^{\frac{\hbar\nu}{k_B T}} - 1 \approx \frac{\hbar\nu}{k_B T}$$

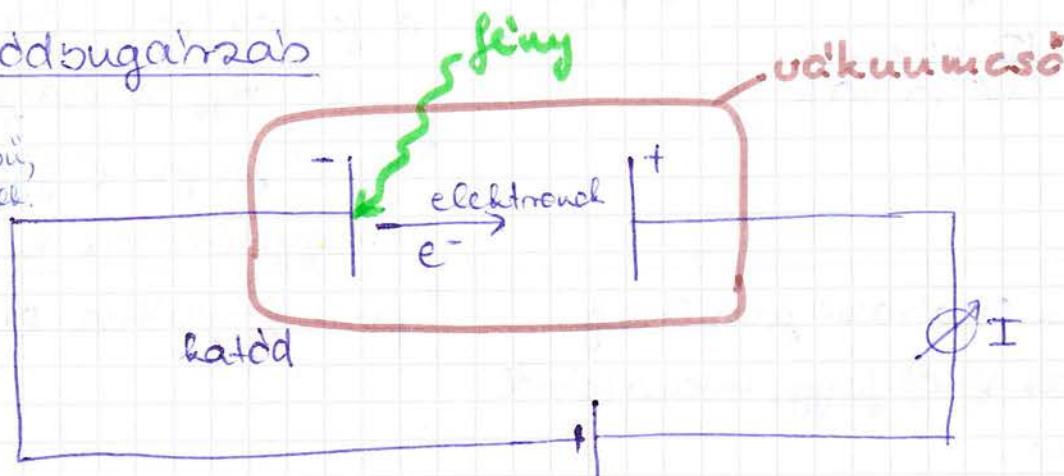
Rayleigh - Jeans
 minsk!

Fény és anyag kölcsönhatás Fotoeffektus

16

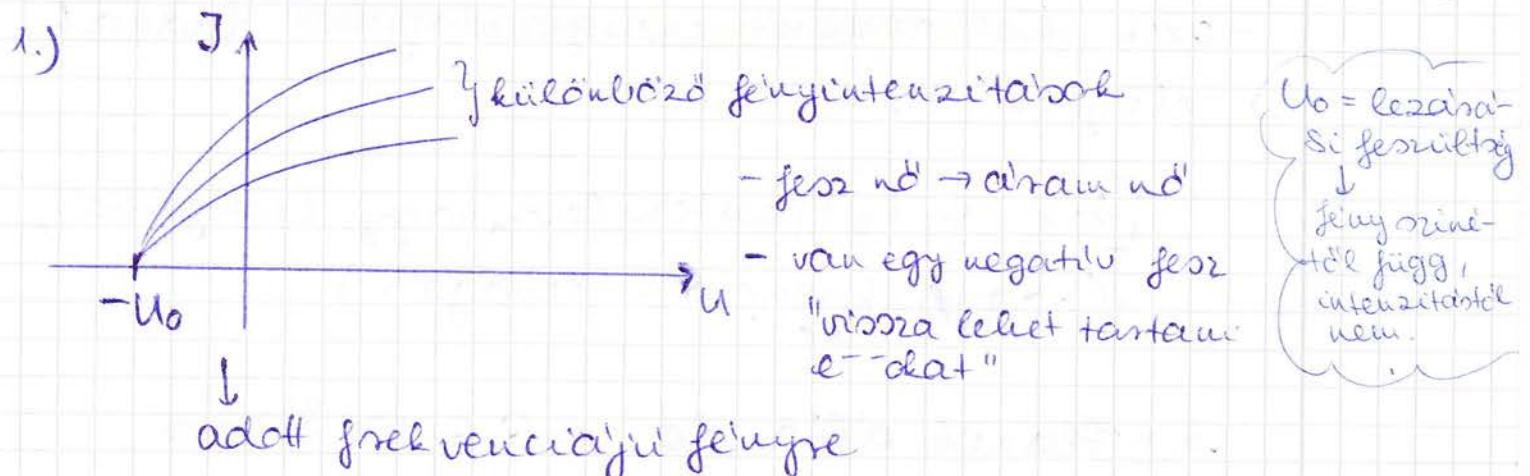
- Katodsgugahzás

(katód) negatív töltésű, e fülesleggel rendelik.



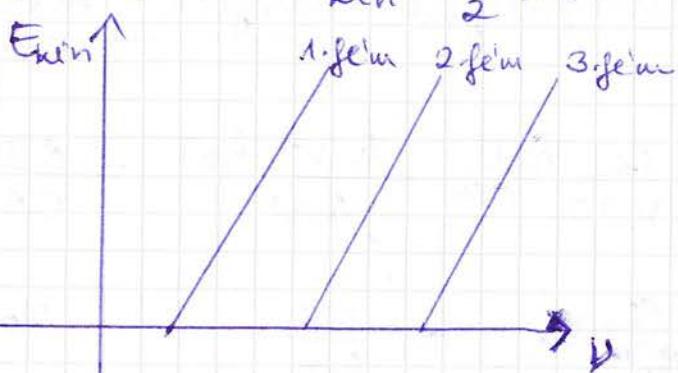
- fény hatására e⁻ök leírnak ki.

- eredmények (képződ. megfigyelései)



2.) e⁻ök kinetikus energiájuk vizsgálata a frekvencia függvényében.

pl: $e_{kin} = E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$



UZSGA!
← ábraikat tudni

Érteni a megfontolásokat

→ E_{kin} adott köröző frekvencia fölött ν-vel arányos.

Megfigyelés

- fotoeffektus ν-től függ,
IR-re nézve
UV-nál van

Klasszikus várakozás

- Maxwell: energia vagy intenzitás a fontos parameter
ν vagy λ indifferens
"bezörül" fényre e⁻ gyűjtés az energiát el egyszerűsítve kilep"

vannak lezárási feszültségek, csak ν-től függ, intenzitásból nem.

"pont fordítva lesz"

Megfigyelés

áram ~ intenzitással
"do"

Klassz. várakozás

energia ~ intenzitás

→ klasszikus elmélet nem tudja magyarázni.

Einstein:

- Vegyik a Planck - fejle kvantumhypotézist kioldjan.
- Elektromágneses sugárzás $h \cdot \nu$ energiadagabban, részecskek, **fotonok** formájában terjed.
- Egy foton $1 e^-$ -t ki tud ütni, ha az energiaja elég nagy.

$$E_{\text{foton}} = h \cdot \nu \rightarrow E_{\text{kin}} = h \cdot \nu - U$$



pl: - infra - hosszú hullámuk, kis frekvenciával

Elektromágneses sugárzás egyszerre tud részecskétől hullámtermessézetet mutatni.

Járványfejye:

$$E = h \cdot \nu \quad \text{általában}$$

$$E(p) = \sqrt{m_0^2 c^4 + p^2 c^2}$$

- fejye nyugalmi tömege \varnothing

nyugalmi energia

↳ fejye sebességgel tud megni

$$E(p) = p \cdot c = h \cdot \nu$$

$$\text{és } c = \lambda \cdot \nu$$

$$p \cdot v \cdot \lambda = h \cdot v$$

!

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

vagy

$$p = \frac{h \cdot v}{c}$$

\rightarrow Megj: minden igaz (itt fokusa van kiindulára)

- begérdmeányítás

$$\hbar = \frac{2\pi}{\lambda}$$

eis

$$\lambda = \frac{\hbar}{2\pi}$$

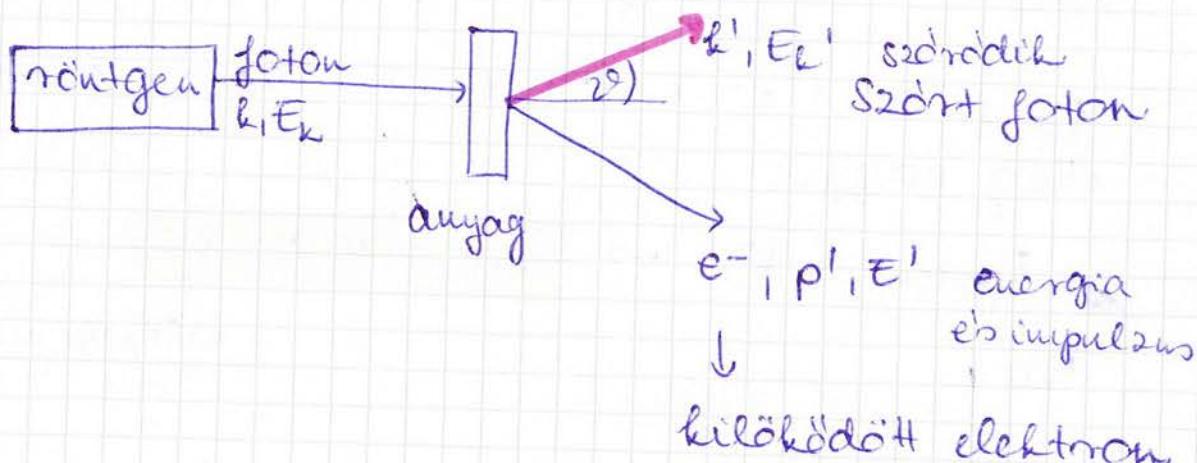
ezzel

$$p = \lambda \cdot h$$

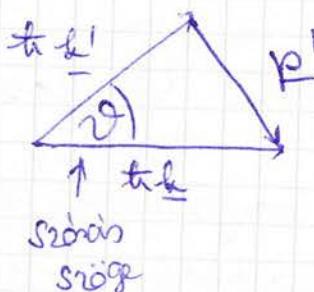
hullámszám \sim impulzus

Impulzus kiindatása: Compton szövő

16



- Impulzusmegmaradás



$$t_h \underline{h} = \underline{h} + \underline{p}'$$

eis Cos-tétel:

$$p'^2 = \underline{h}^2 + \underline{a}^2 - 2 \underline{h} \cdot \underline{a} \cos \theta$$

- energiamegmaradás

- nyugalmi elektron:

$$m_0 c^2 + E_k = E'_k + \sqrt{m_0^2 c^4 + p'^2 c^2}$$

$$\Rightarrow E_k - E'_k = \sqrt{m_0^2 c^4 + p'^2 c^2} - m_0 c = \frac{p'^2}{2 m_0}$$

-new relativistikus határok

$$\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x^2}{8} \dots$$

$$\sqrt{m^2 c^4 + p'^2 c^2} = m c^2 \sqrt{1 + \frac{p'^2 c^2}{m^2 c^4}}$$

$$\approx m c^2 \left(1 + \frac{p'^2 c^2}{2 m c^4} \right) = \frac{p'^2}{2 m} \cdot \left(= \frac{1}{2} m v^2 \right)$$

sorba
fejtve

, cos-telbol

$$E_k - E_{k'} = \frac{1}{2m} (\Delta k^2 + \dots)$$

cos-tel

$$E_k = h\nu = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

$$E_k - E_{k'} = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) = \frac{\hbar^2 (2\pi)^2}{2mo} \left[\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{\lambda'^2} - \frac{2 \cos 2\theta}{\lambda \lambda'} \right]$$

$$1 \circ \lambda \cdot \lambda'$$

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{2mc} \left(\frac{\lambda'}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda'} - 2 \cos 2\theta \right)$$

hözéletes! 1 1

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos 2\theta)$$

- kisebbetekkel jó egyezésben van.

- Új fizikai mennyiségek jelentik meg:

$\frac{h}{mc}$ hullámhossz (hossz) dimenziójú!

Compton - hullámhossz

$$\lambda_{\text{compt.}} = \frac{h}{m_0 c}$$

Eml: $\lambda = \frac{h}{p}$ (jön) $p = m_0 \cdot v$

"e⁻-ami sebességgel megy"

Jsm:

- Planck - hipotézis

+ Einstein

- Spec. rel, Einstein →

$$E = h \cdot v$$

$$E = p \cdot c$$

$$c = v \cdot \lambda$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

2016.
12.06.

14. het

fotonra vonatkozó
összefüggés

Foton, Compton kísérlet

- Compton hullámhossz

$$\lambda_{\text{compt.}} = \frac{h}{m_0 c}$$

("olyan, mint c sebességi elektron hullámhossza")
→ analógia ↳ nem tud c-vel megegyezni

17

Atommodellek

- Thomson 1896-ban feljedezte az elektronat.

- $\frac{e}{m}$ kísérlet (fajlagos töltés)
- e⁻ töltése Millikan → e⁻ negatívan töltött,
kis tömegű részecske

→ **Thomson - je'le atommodell** (szilváspudding - pozitív pudding)
atom semleges



2016
12.06.

1h. lekt

- Rutherford

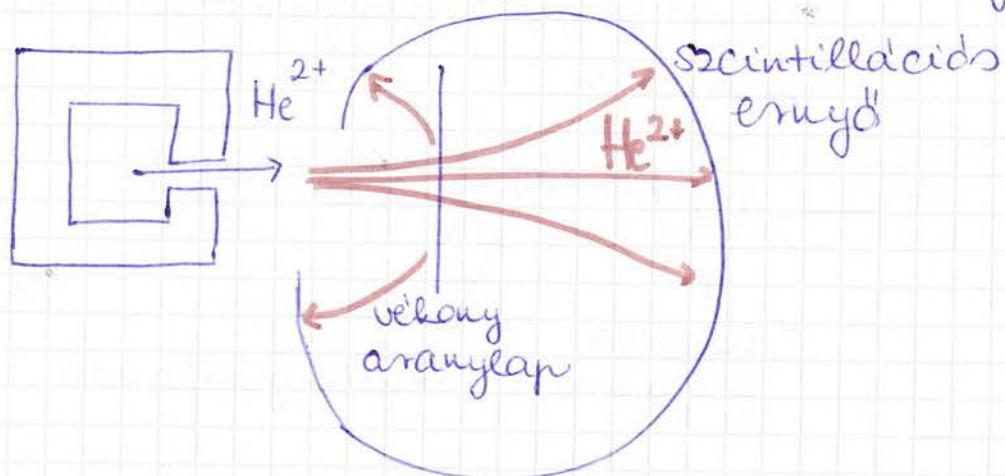
- 1896: Becquerel → (termeszetes) radioaktív sugárzáselfedezése

γ: nagy E-jú foton

β: e^+ , e^-

α: He atommag

- elmaradta, lemeze α-sugárzód radioaktív anyag



- α részecskék áthaladását vizsgálták

- nagyon kis szögkel megfigyeltek

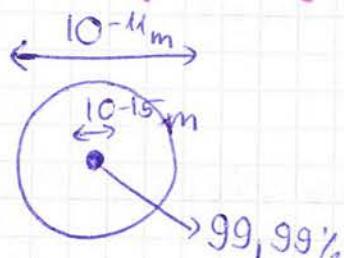
visszaeséshez is



"Olyan, mintha tüzeimégi lövedékek
papírlapon le visszaverődnenek"

/Rutherford/

Rutherford - fejles atommodell: 1911



- tömeg nagyon kegy halvada
pici (10^{-15} m) atommagban
van összesenfolva.

- 4 nagyobb renddel nagyobb linearis metsz
 - ↳ sűrűség 12-vel nagyobb
 - ↳ neutroncsillagokban

"Atomi naprendszer"



17

- Bohr modell

- Kísérlet: vonalas színkép, 1880 Rydberg:

- H atomra összefüggéseket talált elnyelést (vagy kibocsátott) fény hullámosszára.

$$\left(\frac{1}{\lambda}\right) = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

↑ ↗

kibocsátott
fény h.ossza Rydberg állandó

$n_1, n_2 \in \mathbb{Z}^+$

pl: $n_1=1$; $n_2=2 \dots \infty$ Lyman (UV)

$n_1=2$; $n_2=3 \dots \infty$ Balmer (VIS) előford.
fény

$n_1=3$; $n_2=4 \dots \infty$ Paschen (IR) csapana

- atomi naprendszer problémái:

- "beringő" elektron" gyorsulva mozog
→ sugárzni kezne (Maxwell alapján)
(meg is valósul, szinkrotron sugárzás)
- folytonos spektruma lenne

Bohr: Ad-hoc hipotezisek:

- gyorsulva nem sugárz az elektron az atomban
- amikor két állapot között az elektron átugrik, akkor erőscsökkenés v. megy el fényt (\rightarrow Rydberg-ne)

2016.
12.06.

csak meghatározott pályák jönhetnek le! se
= **kvantálási feltétel:**



$$L = n \cdot \hbar$$

L = Impulsusmomentum

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$L = m_e v r \text{ (körpályán)}$$

CSAK!

VIZSGA'N
KELL!

Hidrogén Bohr modellje

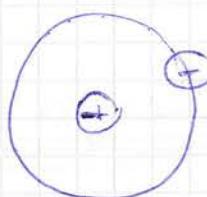
- könpályán mozgó e⁻ mozgásegyenlete:

3 feltételek
+ Szimmetria

(1)

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$$

$$(F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2})$$



(2)

$$L = m_e v r = n \hbar$$

(r, v ismeretlen)

$$(1) \rightarrow r = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e v^2}$$

$$(2) \rightarrow v = \frac{n \hbar}{m_e r} = \frac{n \hbar}{m_e} \frac{4\pi\epsilon_0 m_e v^2}{e^2}$$

$$v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{n \hbar}$$

$$\sim \frac{1}{n}$$



finomszorkezeti állandó

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \sim \frac{1}{137}$$

$$[\alpha] = \frac{A^2 S^2 V_{max}}{AS VA S^2 m}$$

$$\epsilon_0 = \left[\frac{AS}{Vm} \right] \quad \hbar = [Js] \quad [\alpha] = 1$$

n = kvantumszám

Ezzel

$$v_n = \alpha \frac{c}{n}$$

$$[\alpha] = \left(\frac{c^2}{JS} \frac{C^2 \cdot m}{m^2 N} \cdot \frac{m}{S} \right)$$

$$\left[\frac{Nm \cdot S}{m^2 N} \frac{C^2}{S} \frac{m}{S} \right]$$

$$r_n = \frac{\alpha \pi c}{m_0 v^2} = \frac{\alpha \pi c n^2}{m_0 \alpha^2 c^2} = n^2 \underbrace{\frac{\pi}{m_0 c}}_{\text{Bohr sugar}} \cdot \frac{1}{\alpha}$$

$$r_n = n^2 \cdot a_B$$

$$\frac{\lambda_{\text{compton}}}{2\pi}$$

a_B = Bohr sugar

$$\approx 5 \cdot 10^{-11} \text{ m} = 0,5 \text{ \AA}$$

Energia:

$$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 - \frac{e^2}{4\pi \epsilon_0 r_n}$$

melegítő
potenciális
E.

$$E_n = \frac{1}{2} m_0 \cdot \frac{\alpha^2 c^2}{n^2} - \frac{\alpha \pi c \alpha m_0 c}{n^2 \pi} =$$

$$= -\frac{1}{2} \frac{1}{n^2} \underbrace{\alpha^2 m_0 c^2}_{\text{e- nyugalmi energia}}$$

$$E_n = -\frac{\alpha^2 m_0 c^2}{2 n^2}$$

e- nyugalmi
energia

$$E_0 = 511 \text{ keV}$$

Θ : kötött
állapotban

H-atom stabil

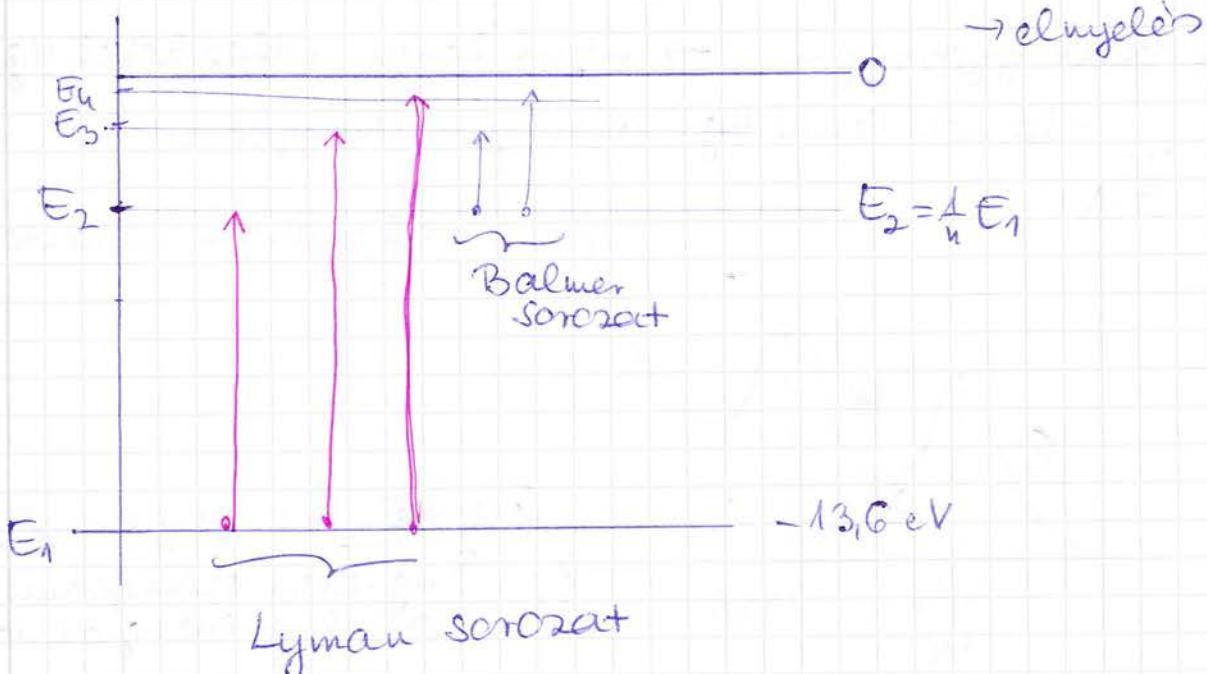
$$E_1 = -13,6 \text{ eV} \quad (\leftarrow \text{Rydberg - állapot}) \quad 1 \text{ Ry} = 13,6 \text{ eV}$$

Bár:

- H atom vonalas spektrumának magyarázata

- stabil e- pályák lefeszítése, diszkrét energiahelyek

2016.
12.06.



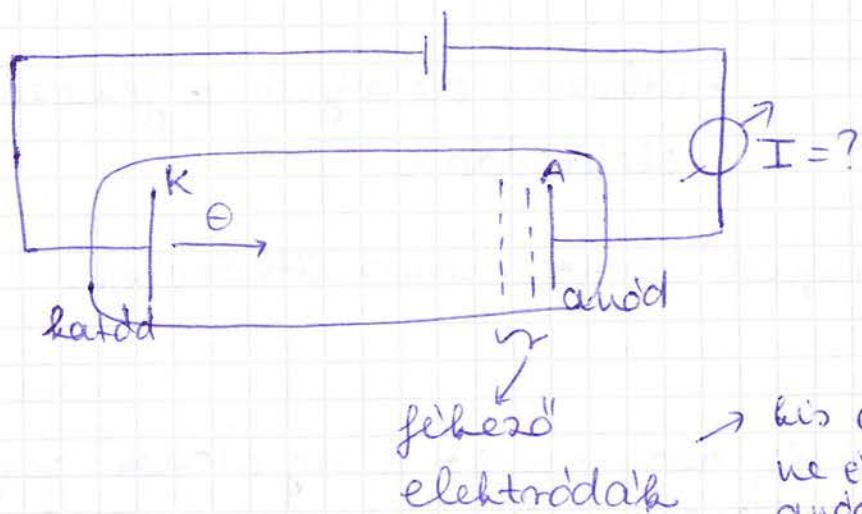
- fénykibocsátás $E_2 \rightarrow E_1$
- viszszadja a Rydberg összefüggést a Bohr modell

Frank - Hertz kísérlet

Eddig: fénykibocsátást magyaráztunk.

Ott vannak valóban ezek az energiaszintek?

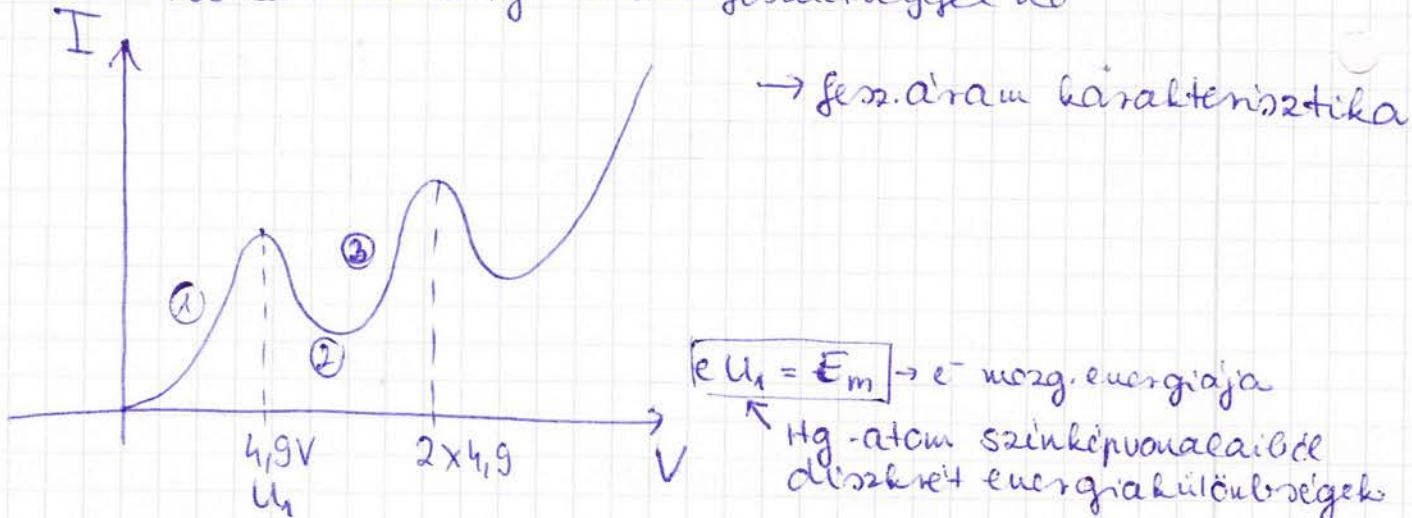
- gyorsítás: - mechanikai úton (más, mint fényel)
- anyagot anyaggal gyorsztunk
- leírhatta Csö, Hg atomok levele, katód + anód katódból e^- -ek lépnek ki, üthözve a Hg atomokat



→ his energiájú e^- -ök ne elhessék el az anodot

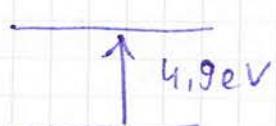
- e^- -okat gyorsítjuk \rightarrow átfut közben üthözhetnek Hg atomokkal

- ha nem lenne Hg: áram-feszültséggel nő

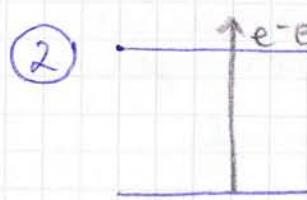


- Hg-nak van UV átmenete \rightarrow 4,9 eV -os

optikai átmenet

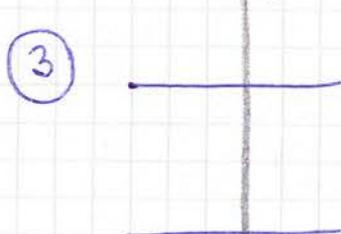


- rugalmas üthözések vanak
baran nő a feszültséggel.



- e^- -ok energiaja > optikai átmenet E-ja

- rugalmatlan üthözés, \rightarrow ^{Hg} gerjesztődik
energiáltadás Hg -val
nem jutnak el a felkezdő elektroddal



- üthzik, de átfut a felkezdő elektroddal

- további "kuplik" \rightarrow többzös üthözések

- kiemeltetik azt is, hogy amikor a Hg atomok gyengesztett állapotból alapállapotba térnek vissza: $\Delta E = 4,9$ eV-os foton kibocs. - 162-

2016.
12.06.

14. Bejt

Frank-Hertz kísérlet:

e⁻ állapotok valóban ott vanak, mechanikai lag is igazságtarték.

→ hallgatói laboron lesz

18

de Broglie:

$$m_0 = e$$

$$\rightarrow E = p \cdot c = h \cdot v \rightarrow p \lambda v = h \lambda \rightarrow \lambda = \frac{h}{p}$$

- főcsera: $\lambda = \frac{h}{p}$ - tudjuk. → Legyén ez

elektronra is igaz. (Vagygra is igaz)

- elektron is lehet egyszerre részecské és hullám teremhető!

= "röszecske-hullám dualitás"

mind 2

- ha ez igaz:

$$- e^- - t \text{ gyorsítva} \quad \left[\frac{1}{2} m v^2 = e \cdot U \right] \rightarrow p = \sqrt{2 m e U}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 m e U}}$$

→ elektronmikroszkop

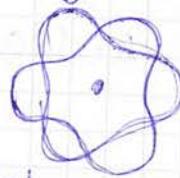
de Broglie + Bohr modell

$$L = n \lambda$$

$$p r = n \lambda \rightarrow \frac{h r}{\lambda} = n \lambda \Rightarrow n \lambda = 2 \pi r$$

→ elektron hullámkörét van jelen az atomban

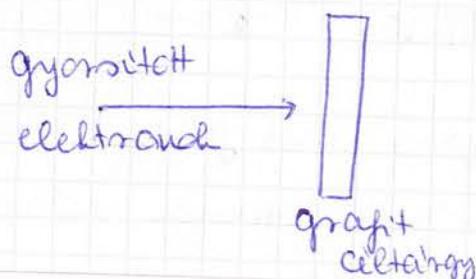
→ állandó hullám



18

(Thomson) Davisson-Germer kísérlet

- grafit céltárgya elektronokat edztek



- ugyan interféenciaképet kaptak az eredmény, mint a hagyományos fény + optikai réses esetén!

- elektronok interferálhatnak, hullámukhoz viselkednek
- gyűrűk sugara fesz. függő (választásra)
→ impulzus mabs

1920-as évek "programja":

- elektronoknak hullámintermészete van.
→ hullámegyenlet kell.
- a megoldásoknak legyen fizikai tartalma, a **hullámfüggvény** természeteit ne fiktassuk.
- Feynmann: "A Schrödinger egyenlet nem levezethető, Schrödinger fejéből náthat ki".
- Hilbert: kvantált megoldások diff. egyenlet megoldásai adott peremfeltételekkel.

Schrödinger egyenlet:

Motiváció: elektron legyen **anyaghullám**.

$$1D: \Psi(x,t) = A \cdot e^{i(kx - \omega t)}$$

↑
 hullámfüg
 ↑
 nemelősi faktor

+x irányba haladó síkhullám

$$3D: \Psi(r,t) = A \cdot e^{i(kr - \omega t)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot v \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Fizika: $E = \hbar \omega$ ← olyan, mint fotónak

másnézet: $p = \frac{\hbar}{\lambda} = \hbar \cdot k$ ← fotóra

19

2016.
12.06.

1D-ban: klasszikusan $E = \frac{p^2}{2m_0} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$

$$\frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial x} = ik\Psi(x,t)$$

$$E = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

w-rra: $\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i\omega \Psi$ eñ $E = \hbar \omega$

{-ve
telve}

vagy: $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = E\Psi$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}$$

1DD FÜGGŐ SCHRODINGER EGYENLET

3D:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \Psi$$

Laplace.

dimenzio: energia!

- független (stacionárius) Schrödinger
egyenlet:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \Psi + V(r)\Psi = E\Psi$$

atommal atomra valtozó reisz

magományos
null-egy.

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = c^2 \Delta \Psi$$

UV:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m_0} \Delta \Psi$$

1927: Born:

$|\Psi|^2$ -nek van fizikai tartalma: a névreoske megtalálási valószínűsége egységnyi térfogatban.

$$\int |\Psi|^2 = 1$$

peremfelte tel:

- névreoske ott van!

teljes
téma

- mikronébrek szintjén csak valószínűségi állításokat tudunk tenni.

Heisenberg - fele határozatlanúságra

19

- nagy szemléletváltást jelentett

- valószínűségi mérésekkel tudunk végezni

- hely bizonytalanság $\rightarrow \Delta x \cdot \Delta p_x \geq t_1$

- impulzus bizonytalanság

$$\text{íll: } \Delta E \cdot \Delta t \geq t_1$$

pl: elektron végteles sínkúllám

- hullámfüg-e $\Psi \sim e^{i(kx - \omega t)}$

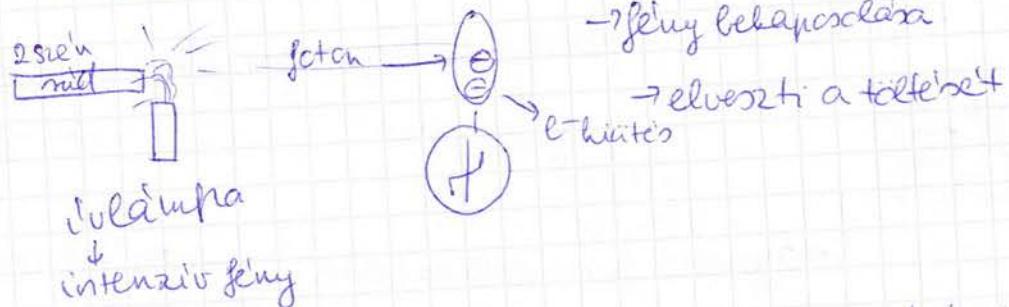
$$\rightarrow \Delta x \approx \infty$$

$$\Delta p = 0$$

2016.
12.06.

Körzettelök

① Fotoeffektus - világítás → fény



- 1900: Lénaival Földön → precíz, hosszú magyarázat nincs

- cirklemez működés + elvont G

- pozitívan töltött:



- nem veszi el a töltést

- negativ + üveglemez → ebből nem sül ki
aluláttartó működést viselkedik

- nem a fény intenzitással, fotondokkal arányos.

- kevés foton jön → lassú kisülés

- pl. Hg-gáz lámpával → ki fog sülni, lassan

② Fotoeffektus alkalmazása:

- Fotocella: 1. fotocellák → Na + üveg cella amiben üveg gáz van.

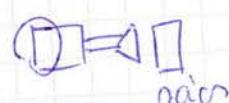
- fém-oxiddal nem működik

- ma: felvezetős fotocellák

üresen
 e^-
fesz.
fesz.
táp

③ Vonalas színepek

1) optikai nács + kamera



- 1. rend

színes
kék zöld vörös

3) Hg lámpa

ma's színes

2) műsik lámpa Na lámpa

↓ nem polychromes kör

→ vonalas színepek

④ e⁻-tgysorítás
tulaj 0-6000V

Edison-effektus → katód melegítés
e⁻-ek E-jára elég nagy ez

- optikai műs: polikristályos grafit → diffrakciós kép
↓
eljárásra



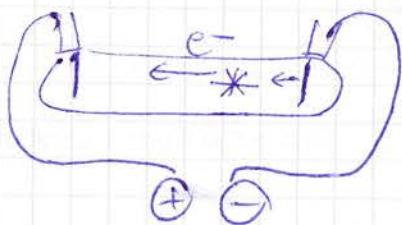
"longyűz"

- operatő fesz. változtatása → gyűrűk változása

- e⁻ diffrakciója Alkalmas → hullám!

⑤ e⁻ részecské

- vákuummosó - elektrod



- hőlődén nagy fesz → e⁻ lepke

→ katódra I. esetben cserélheti

- Einstein

induktív emisszió

↳ gerjatom + foton → kijön ugyan foton

Zárttükör 99% -ot rövidíti

97% elteresztés

(3%, jönb)

- lávinaosztály legerjesztés → szabadtérfázis potenciál