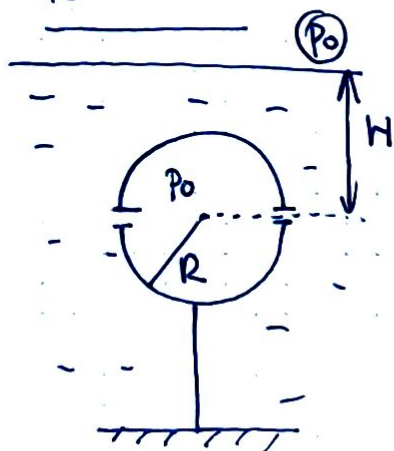


F1

$$R = 1,2 \text{ m}$$

$$H = 10 \text{ m}$$

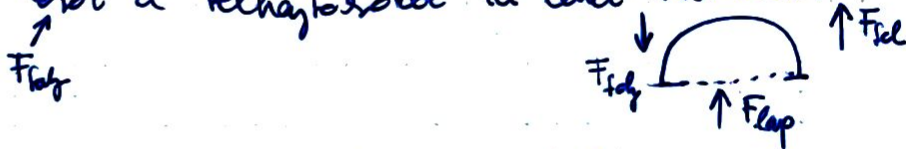
$$P_0 = 10^5 \text{ Pa}$$



A külső légnyomás $H = 10 \text{ m}$ magas vízoszlop hidrosztatikai nyomásával egyezik meg: $P_0 = \rho g H$

a) Vizsgáljuk a felső félgömböt

Ha a félgömböt alul lezárjuk egy R sugarú körkappal, akkor a talpától nemszóró nyomást a felhajtóerőből ki lehet számolni:



Ha teljesen vízben lenne: $F_{\text{fel}} = \frac{1}{2} \rho \frac{4}{3} R^3 \pi g = \frac{2}{3} \pi \rho R^3 g$

Az alsó körkappra ható erő, ha ott víz lenne: $F_{\text{lap}} = \rho g H \cdot R^2 \pi = P_0 R^2 \pi$

A külső levegő felülről, a gömbben lévő levegő alulról P_0 nyomást fejt ki a félgömbre, összeségében ezek kioltják egymást. Tehát az érintkezési perem mentén ható felfelé mutató erő:

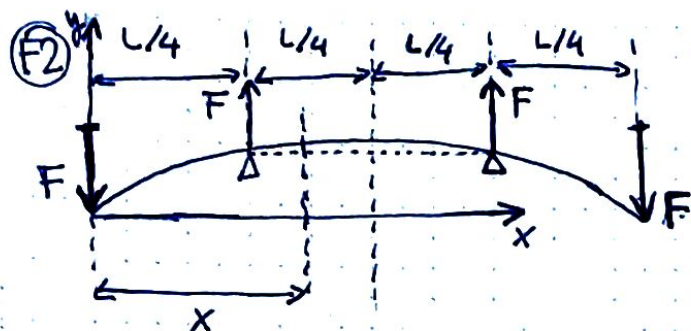
$$\underline{F} = F_{\text{lap}} - F_{\text{fel}} = \rho g R^2 \pi \left(H - \frac{2}{3} R \right) = P_0 R^2 \pi \left(1 - \frac{2R}{3H} \right) \approx \underline{\underline{417 \text{ N}}}$$

b) Legyen a gömbben az új nyomás p . Az egyensúly miatt a felső félgömbre:

$$F_{\text{fel}} + \underbrace{P_0 R^2 \pi}_{\text{külső levegő}} - \underbrace{p R^2 \pi}_{\text{bezárt levegő}} = 0 \Rightarrow \underline{p} = P_0 + \frac{F_{\text{lap}} - F_{\text{fel}}}{R^2 \pi} =$$

$$= P_0 + P_0 \left(1 - \frac{2R}{3H} \right) = 2P_0 \left(1 - \frac{R}{3H} \right) =$$

$$= 1,92 P_0 = \underline{\underline{1,92 \cdot 10^5 \text{ Pa}}}$$



Az alátámasztások által kifejtett nyomóerő minden F (egyensúly).

Vizsgáljuk a mid bal oldali, x hosszú részet. A hajlítónyomaték

$$-Fx + F\left(x - \frac{L}{4}\right) = EI \cdot \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$$-\frac{FL}{4} = EI \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (\text{állandó nyomaték a két támasz között})$$

$$-\frac{FL}{4EI} \cdot x + C = \frac{dy}{dx}$$

$$\text{Mivel } \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=L/2} = 0 \Rightarrow C = \frac{FL}{4EI} \cdot \frac{L}{2} = \frac{FL^2}{8EI}$$

Még egyszer integrálva:

$$-\frac{FL}{4EI} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{FL^2}{8EI} \cdot x + D = y(x)$$

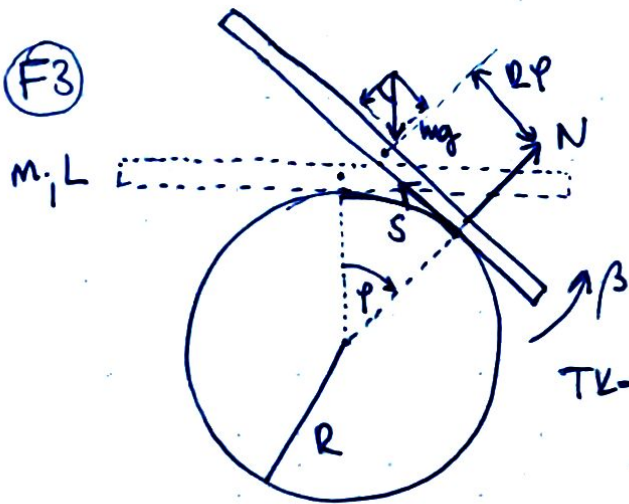
$$\text{Mivel } y(x=0) = 0 \Rightarrow D = 0$$

$$y(x) = \frac{FL}{8EI} \left(-x^2 + xL \right)$$

A mid közepének meggörbülése:

$$\underline{\underline{h = y\left(\frac{L}{2}\right) - y\left(\frac{L}{4}\right) = \frac{FL}{8EI} \left(-\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{2} + \frac{L^2}{16} - \frac{L^2}{4} \right) = \frac{1}{128} \frac{FL^3}{EI}}}$$

(F3)



Súgárirányban a TK elmozdulása
kicsi ($\varphi \rightarrow 0$):

$$N \approx mg \cos \varphi \approx mg$$

TK-ra:

$$NR\varphi = \frac{1}{12} mL^2 \beta$$

(Vékay nódus S
száma elmozdul-
hata)

Tehát: $mgR\varphi = \frac{1}{12} mL^2 \beta$

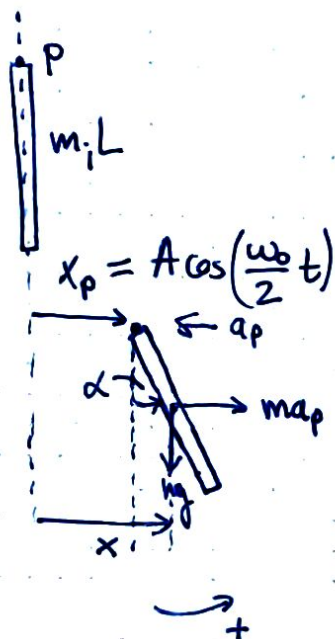
$$\beta = \frac{12gR}{L^2}$$

β és φ iránya ellentétes $\rightarrow$

$\rightarrow$ harmonikus rezgés alakul ki, a rezgés körfrekvenciája:

$$\omega = \sqrt{\frac{12gR}{L^2}}$$

F4



A P pont körüli forgásra
(P pont gyorsul!)

$$\frac{1}{3}mL^2\ddot{\alpha} = -mg\frac{L}{2}\sin\alpha + ma_p\frac{L}{2}\cos\alpha$$

$\alpha \rightarrow 0$ és

$$a_p = |\ddot{x}_p| = A\frac{\omega_0^2}{4}\cos\left(\frac{\omega_0}{2}t\right)$$

Tehát:

$$\frac{L\ddot{\alpha}}{3} = -\frac{g}{2}\alpha + \frac{A\omega_0^2}{8}\cos\left(\frac{\omega_0}{2}t\right)$$

Ha $a_p = 0$: $\ddot{\alpha} = -\frac{3g}{2L}\alpha$
 ω_0^2

Ha $a_p \neq 0$: gerjesztett rezgés:

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2\alpha = \frac{3}{8}\frac{A\omega_0^2}{L}\cos\left(\frac{\omega_0}{2}t\right) \quad \alpha(t) = \Phi_0\cos\left(\frac{\omega_0}{2}t + \varphi_0\right)$$

Az amplitúdók viszonyára:

$$\frac{3A\omega_0^2}{8L} \quad \omega_0^2\frac{\Phi_0}{4}$$

$$\xrightarrow{\omega_0^2\Phi_0} \alpha(t) \quad \uparrow \frac{\omega_0}{2} \quad (\varphi_0 = 0)$$

$$\omega_0^2\Phi_0 = \omega_0^2\frac{\Phi_0}{4} + \frac{3}{8}\frac{A\omega_0^2}{L} \rightarrow \frac{3}{4}\Phi_0 = \frac{3}{8}\frac{A}{L} \Rightarrow \Phi_0 = \frac{A}{2L}$$

A második pontja

$$x_{\text{akt}} = x_p + L \cdot \sin \alpha \approx x_p + L \cdot \alpha = A \cos\left(\frac{\omega_0}{2} t\right) + \frac{A}{2} \cos\left(\frac{\omega_0}{2} t\right)$$

Az első pont amplitúdója: $\frac{3A}{2}$