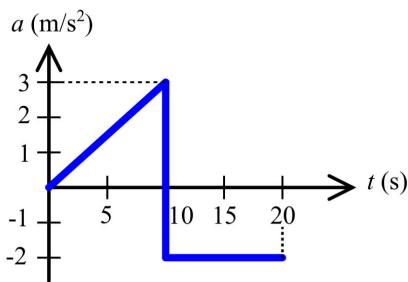


⑦1) $v_0 = 5 \text{ m/s}$



a) A görbe alatti terület 0-10s között:

$$\Delta v_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{s} = 15 \text{ m/s}$$

$$\underline{v(10 \text{s}) = v_0 + \Delta v_1 = 20 \text{ m/s}}$$

A görbe alatti terület 10-20s között:

$$\Delta v_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{s} = 20 \text{ m/s}$$

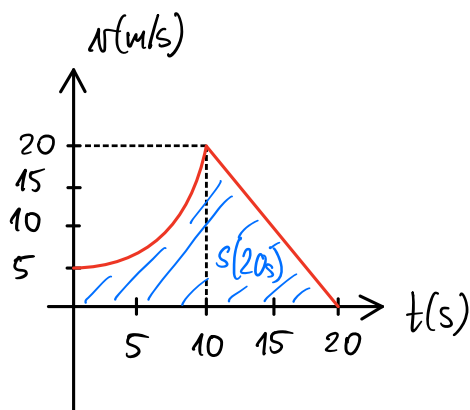
$$\underline{v(20 \text{s}) = v_0 + \Delta v_1 - \Delta v_2 = 0 \text{ m/s}}$$

b) 0-10s között: $a(t) = \alpha \cdot t$; $\alpha = 0,3 \text{ m/s}^3$

$$v(t) = v_0 + \int_0^t a(t') dt' = v_0 + \frac{\alpha}{2} t^2$$

10-20s között: $a(t) = \beta = -2 \text{ m/s}^2$

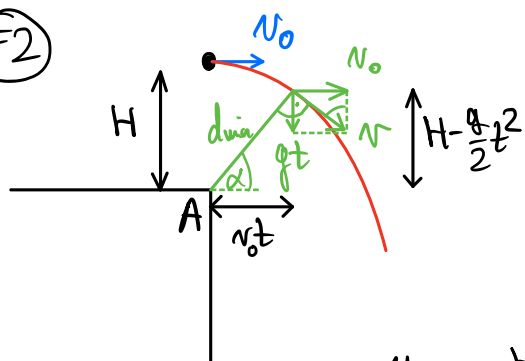
$$v(t) = v(10 \text{s}) + \beta(t - 10 \text{s})$$



c)
$$\underline{s(20 \text{s})} = \int_0^{10 \text{s}} \left(v_0 + \frac{\alpha}{2} t^2 \right) dt + \int_{10 \text{s}}^{20 \text{s}} [v(10 \text{s}) + \beta(t - 10 \text{s})] dt =$$

$$= 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{s} + \frac{0,3 \frac{\text{m}}{\text{s}^3}}{6} \cdot (10 \text{s})^3 + \frac{20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10 \text{s}}{2} = \underline{200 \text{ m}}$$

⑦2)



Ha a sebességvektor merőleges az A ponttal összekötő szakaszra, az a távolság lesz a legkisebb.

$$\tan \alpha = \frac{v_0}{gt} ; \tan \alpha = \frac{H - \frac{g}{2} t^2}{v_0 t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{v_0}{g t} = \frac{H - \frac{g}{2} t^2}{v_0 t} \Rightarrow v_0^2 = gH - \frac{g^2}{2} t^2 \Rightarrow t = \frac{\sqrt{2(gH - v_0^2)}}{g} \approx 0,35 \text{ s}$$

$$\underline{d_{\min}} = \sqrt{(v_0 t)^2 + \left(H - \frac{g}{2} t^2 \right)^2} = \sqrt{v_0^2 \cdot \frac{2gH - 2v_0^2}{g^2} + \left(H - \frac{g}{2} \cdot \frac{2gH - 2v_0^2}{g^2} \right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{2v_0^2 H}{g} - \frac{2v_0^4}{g^2} + \left(\cancel{H} - \cancel{H} + \frac{v_0^2}{g} \right)^2} = \sqrt{\frac{2v_0^2 H}{g} - \frac{v_0^4}{g^2}} = \frac{v_0}{g} \cdot \sqrt{2gH - v_0^2} = \underline{0,8m}$$

$$\underline{v} = \sqrt{(gt)^2 + v_0^2} = \sqrt{\cancel{g^2} \cdot \frac{2gH - 2v_0^2}{\cancel{g^2}} + v_0^2} = \sqrt{2gH - v_0^2} \approx \underline{39m/s}$$

11. megoldás A test helyzete:

$$\left. \begin{aligned} x(t) &= v_0 t \\ y(t) &= H - \frac{g}{2} t^2 \end{aligned} \right\} d(t) = \sqrt{x(t)^2 + y(t)^2} = \sqrt{(v_0 t)^2 + \left(H - \frac{g}{2} t^2 \right)^2}$$

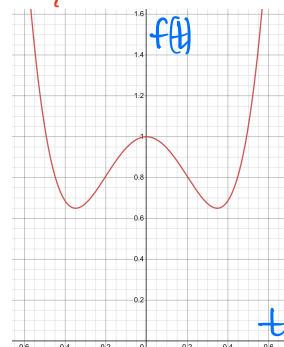
A görbe alatt álló kifejezés: $f(t) = v_0^2 t^2 + \left(H - \frac{g}{2} t^2 \right)^2$

Minimum megkeresése: $\frac{df}{dt} = 0 = 2v_0^2 t + \cancel{2} \left(H - \frac{g}{2} t^2 \right) \cdot (-2) \cdot \frac{g}{2} t \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_0^2 \cancel{t} = \cancel{g} t \left(H - \frac{g}{2} t^2 \right) \quad (t=0 \text{ a kezdeti helyzet})$$

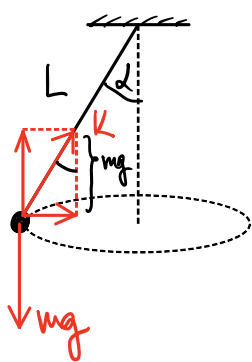
lokális maximum

$$t = \sqrt{\frac{2H}{g} - \frac{2v_0^2}{g^2}} = \frac{\sqrt{2(gH - v_0^2)}}{g} \rightarrow \text{ugyanazt az időt kaptuk}$$



73

$$\begin{aligned} L &= 30cm \\ T &= 1s \end{aligned}$$



körmozgás: $mg \sin \alpha = m \omega^2 r$; $r = L \sin \alpha$

$$g \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{(2\pi)^2}{T^2} \cdot L \sin \alpha \quad (\sin \alpha \neq 0)$$

$$\cos \alpha = \frac{g T^2}{4\pi^2 L} \quad (1)$$

kétszögletű szög:

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \overbrace{\sin^2 \alpha}^{1 - \cos^2 \alpha} = 2\cos^2 \alpha - 1 = \frac{g T_2^2}{4\pi^2 L}$$

$$2 \cdot \frac{g^2 T^4}{16\pi^4 L^2} - 1 = \frac{g T_2^2}{4\pi^2 L}$$

$$\underline{T_2} = \sqrt{\frac{4\pi^2 L}{g} \cdot \left(\frac{g^2 T^4}{8\pi^4 L^2} - 1 \right)} \approx \underline{0,67s}$$

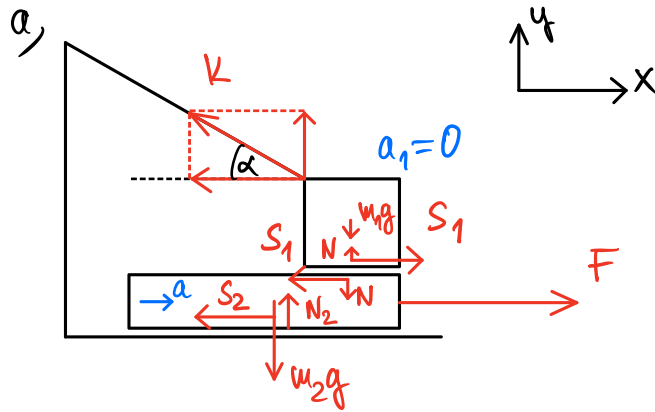
megjegyzés: Nem szükséges addíciós tételt használni, az d szög numerikus értékével is lehet számolni:

$$(1): d \approx 34,2^\circ \Rightarrow 2d = 68,4^\circ$$

$$\cos 2d = \frac{g T_2^2}{4\pi^2 L} \Rightarrow T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L \cdot \cos 2d}{g}} \approx 0,67 \text{ s}$$

(F4)

$$\begin{aligned} m_1 &= 3 \text{ kg} \\ m_2 &= 4 \text{ kg} \\ \alpha &= 45^\circ \\ \mu &= 0,2 \\ a &= 5 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$



b) m_1 tömegű testre

$$\begin{aligned} x: S_1 &= K \cdot \cos \alpha \\ y: K \sin \alpha + N &= m_1 g \\ S_1 &= \mu N \end{aligned} \Rightarrow \left. \begin{aligned} K \sin \alpha + \frac{K \cos \alpha}{\mu} &= m_1 g \\ K &= \frac{m_1 g}{\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu}} = 6,9 \text{ N} \end{aligned} \right\}$$

A talaj és az m_2 tömegű test között valószínűleg nem teljesül az akadálymentesség, hiszen az m_1 tömegű testre nem hat ez a súrlódás, és egyáltalán nem van.

c) Súrlódással együtt oldjuk meg. (A piros részek csak akkor kellenek.)

m_2 tömegű testre:

$$x: F - S_1 - S_2 = m_2 a$$

$$y: N_2 = m_2 g + N$$

$$S_2 = \mu N_2$$

előző részből:

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{m_1 g \cos \alpha}{\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu}} \\ N &= \frac{m_1 g \cos \alpha}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha} \end{aligned}$$

$$\underline{F} = m_2 a + \underbrace{\frac{m_1 g \cos \alpha}{\sin \alpha + \frac{\cos \alpha}{\mu}}}_{\approx 25 \text{ N}} + \underbrace{\mu \left(m_2 g + \frac{m_1 g \cos \alpha}{\mu \sin \alpha + \cos \alpha} \right)}_{\approx 13 \text{ N}} \approx \underline{38 \text{ N}}$$