1. Házi feladat

1. $f(r) = 1/r$ a sík vektorain értelmezett skalár függvény. Határozzuk meg a gradiensét polár koordinátákban!

2. Legyen $f(r)$ egy $\mathcal{R}^2 \to \mathcal{R}$ függvény (2D). Mutassuk meg a gradiens polár koordinátákban megadot formulája segítségével, hogy *gradf* párhuzamos az $\mathbf{r}$ 2D vektorral!

3. Az előadáson bevezettük az

$$\mathbf{e}_\rho = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{pmatrix} \qquad \mathbf{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin(\varphi) \\ \cos(\varphi) \end{pmatrix}$$

egységvektorokat. Mutassuk meg, hogy

$$\frac{\partial \mathbf{e}_\rho}{\partial \rho} = \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial \rho} = 0, \qquad \frac{\partial \mathbf{e}_\rho}{\partial \varphi} = \mathbf{e}_\varphi, \qquad \frac{\partial \mathbf{e}_\varphi}{\partial \varphi} = -\mathbf{e}_\rho$$

A divergencia kifejezésére polár koordinátákban a következő formulát kaptuk:

$$\mathrm{div}\mathbf{V} = \mathbf{e}_\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho}\mathbf{e}_\varphi \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \varphi} \ .$$

2D-ban $\mathbf{V} = \mathbf{e}_\rho V_\rho + \mathbf{e}_\varphi V_\varphi$, ahol $V_\rho = \mathbf{e}_\rho \cdot \mathbf{V}$ és $V_\varphi = \mathbf{e}_\varphi \cdot \mathbf{V}$. Mutassuk meg, hogy

$$\mathrm{div}\mathbf{V} = \frac{\partial V_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} V_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial V_\varphi}{\partial \varphi} \ !$$