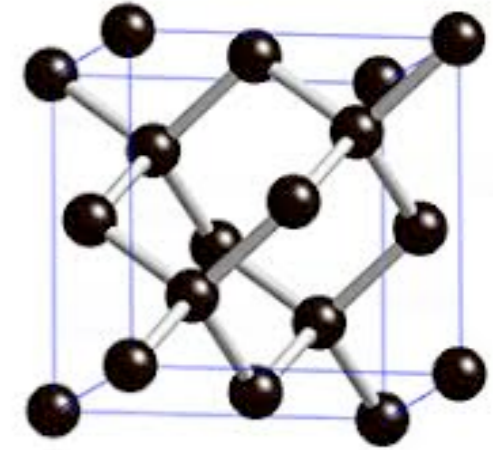


Menetrend

1. előadás (sep 10)
 2. előadás (sep 17)
 3. előadás (sep 24)
 4. előadás (okt 01)
 5. előadás (okt 08)
 6. előadás (okt 15)
 7. előadás (okt 22) - 1. zh
 8. előadás (okt 29)
 9. előadás (nov 05) mikro-elektromechanika (Fürjes Péter)
nov 12 - nincs előadás
 10. előadás (nov 19) lézerek (Sarkadi Tamás)
 11. előadás (nov 26) ferrofluidumok (Medvegy Tibor)
 12. előadás (dec 03) mikromechanika (Ispánovity Péter)
 13. előadás (dec 10) - 2. zh
- 
- Elektronok
kvantummechanikája
atomokban,
kristályokban

Modern Fizika Gépészmérnököknek / Fizika M1

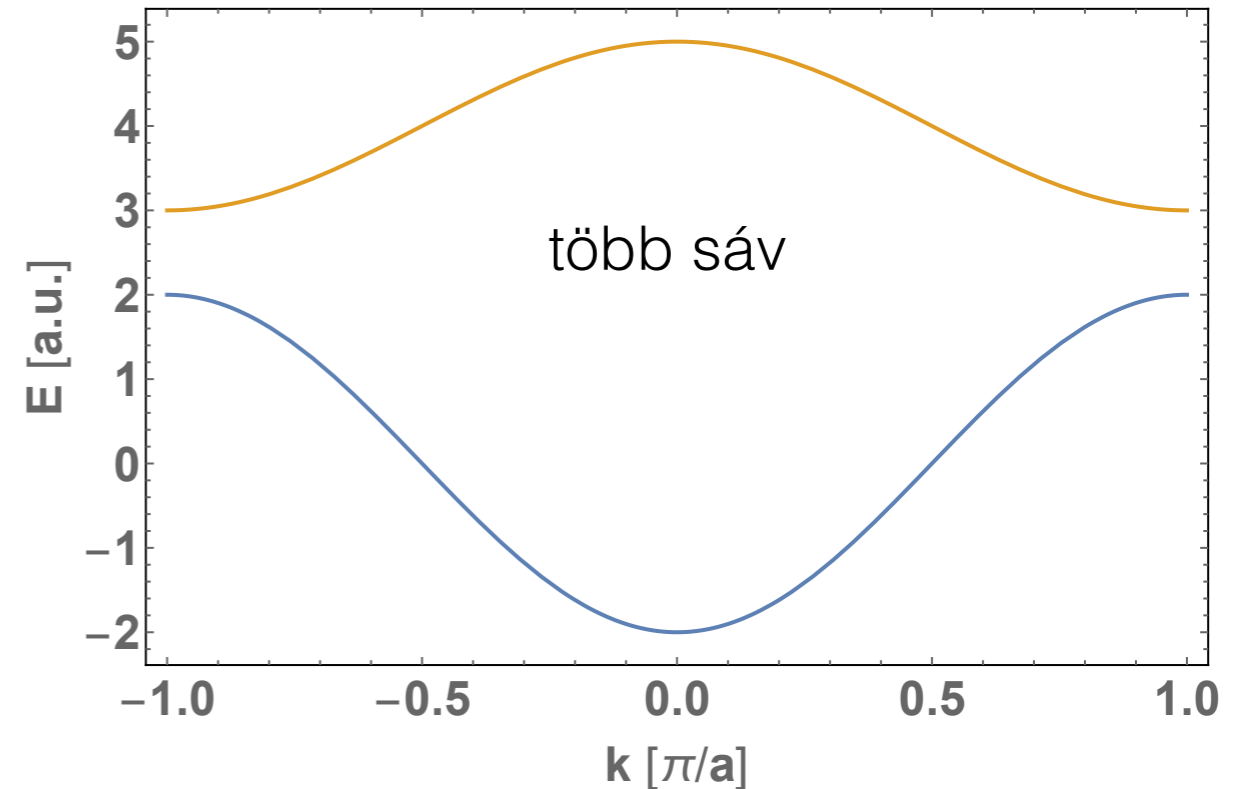
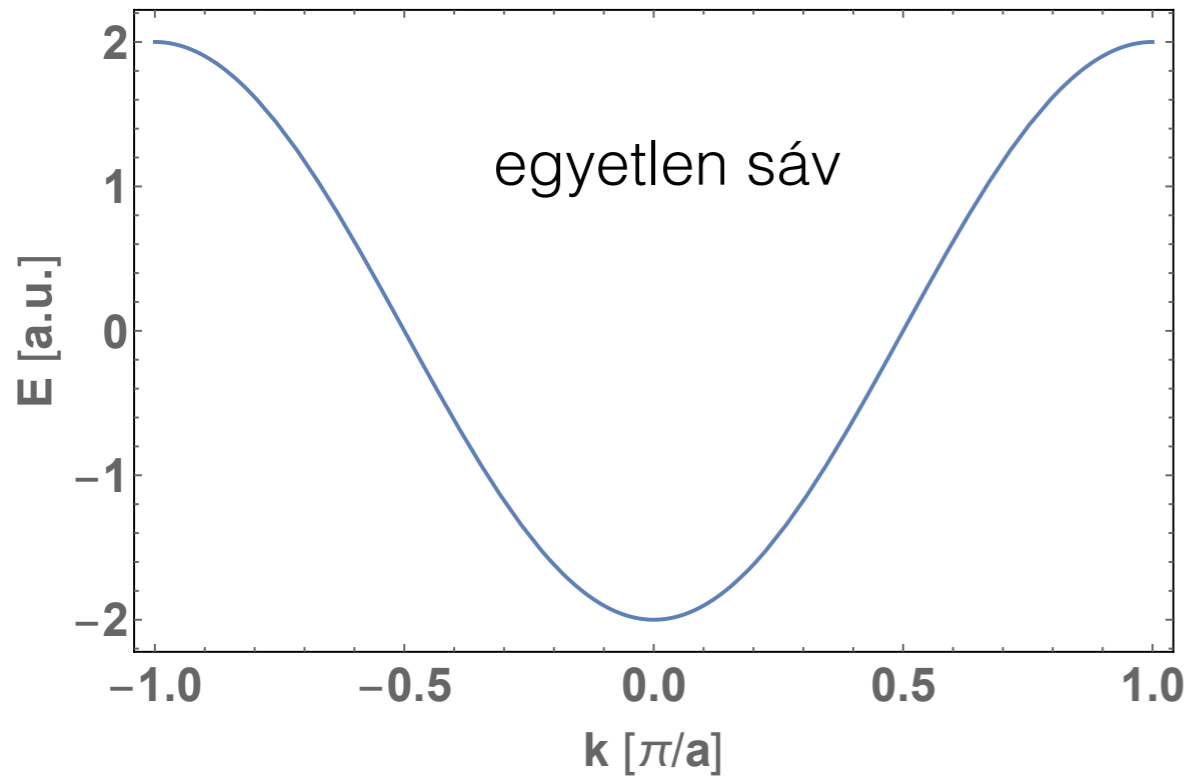
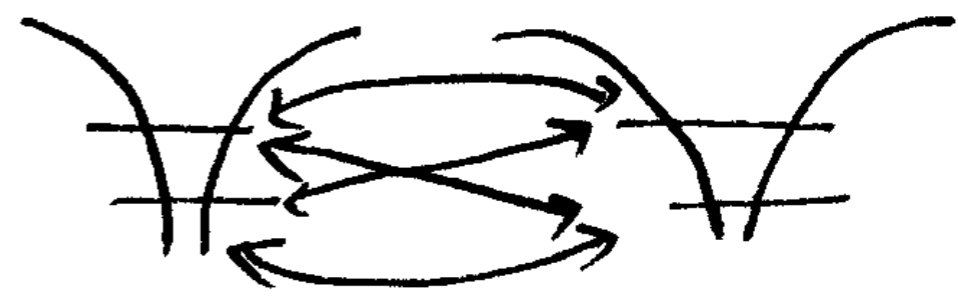
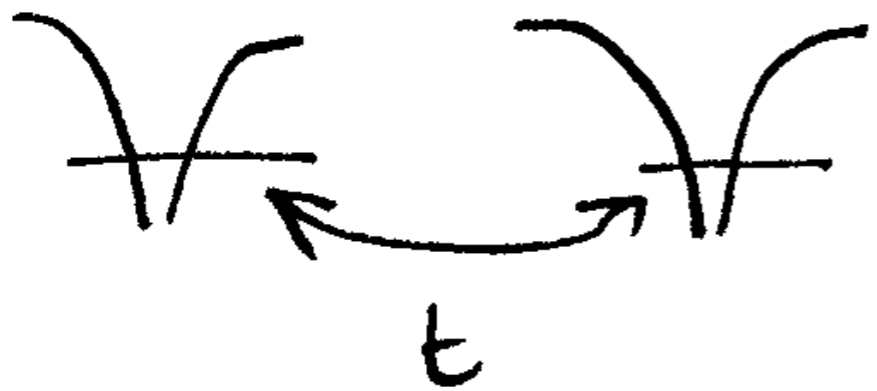
8. előadás, 2019. október 29. http://physics.bme.hu/BMETE15MX27_kov



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

legegyszerűbb modell

valóságosabb modell

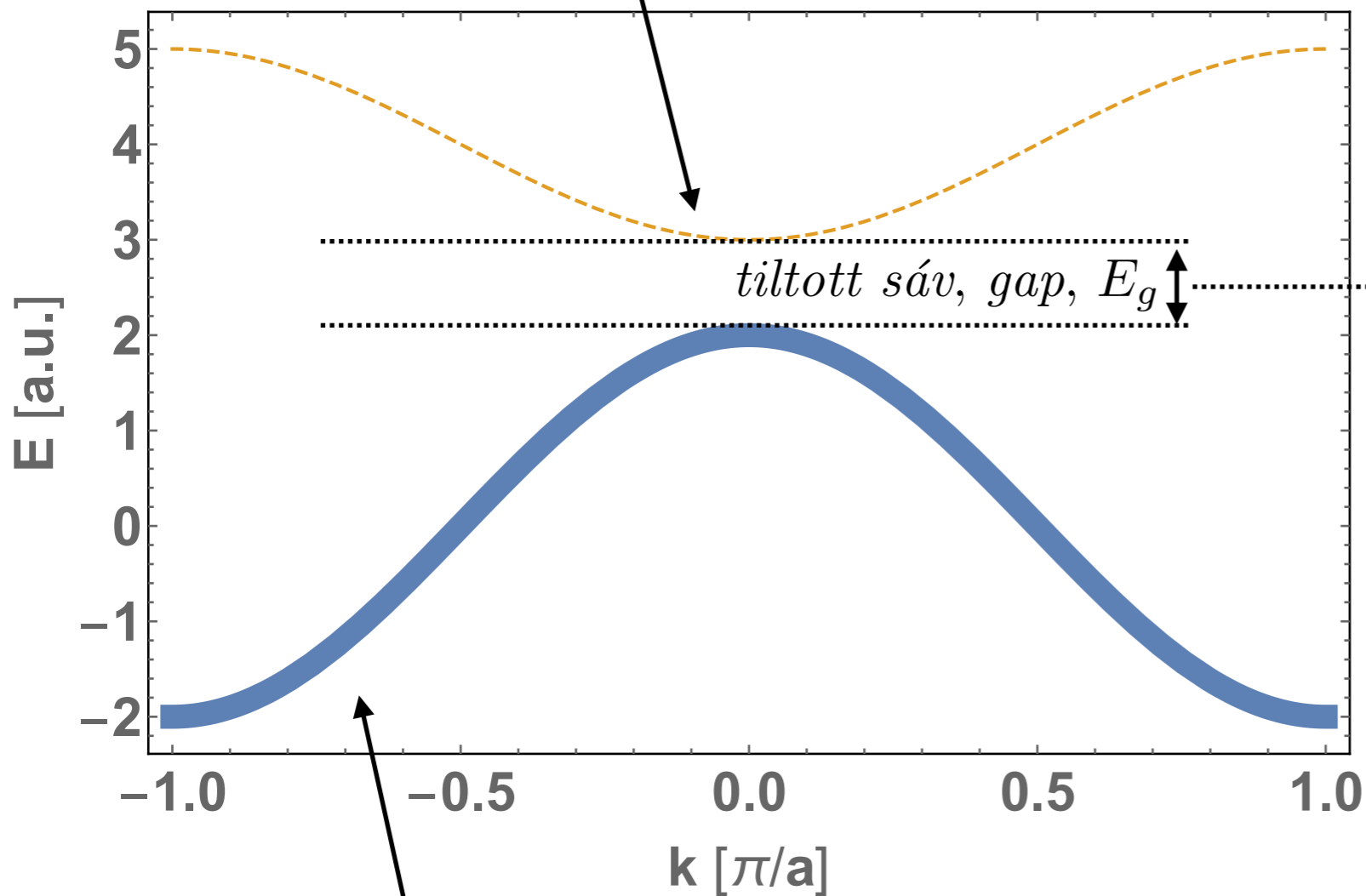


II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

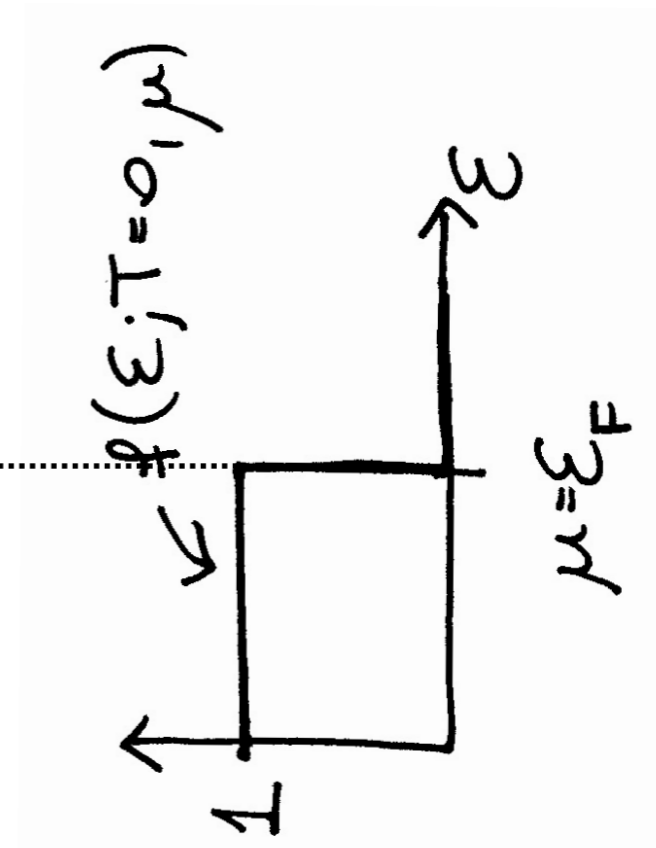
II/E Félvezetők

Sávok betöltöttsége félvezetőkben, $T = 0$ hőmérsékleten

$\varepsilon_c(k)$: vezetési sáv, teljesen üres



$\varepsilon_v(k)$: vegyértéksáv, teljesen betöltött



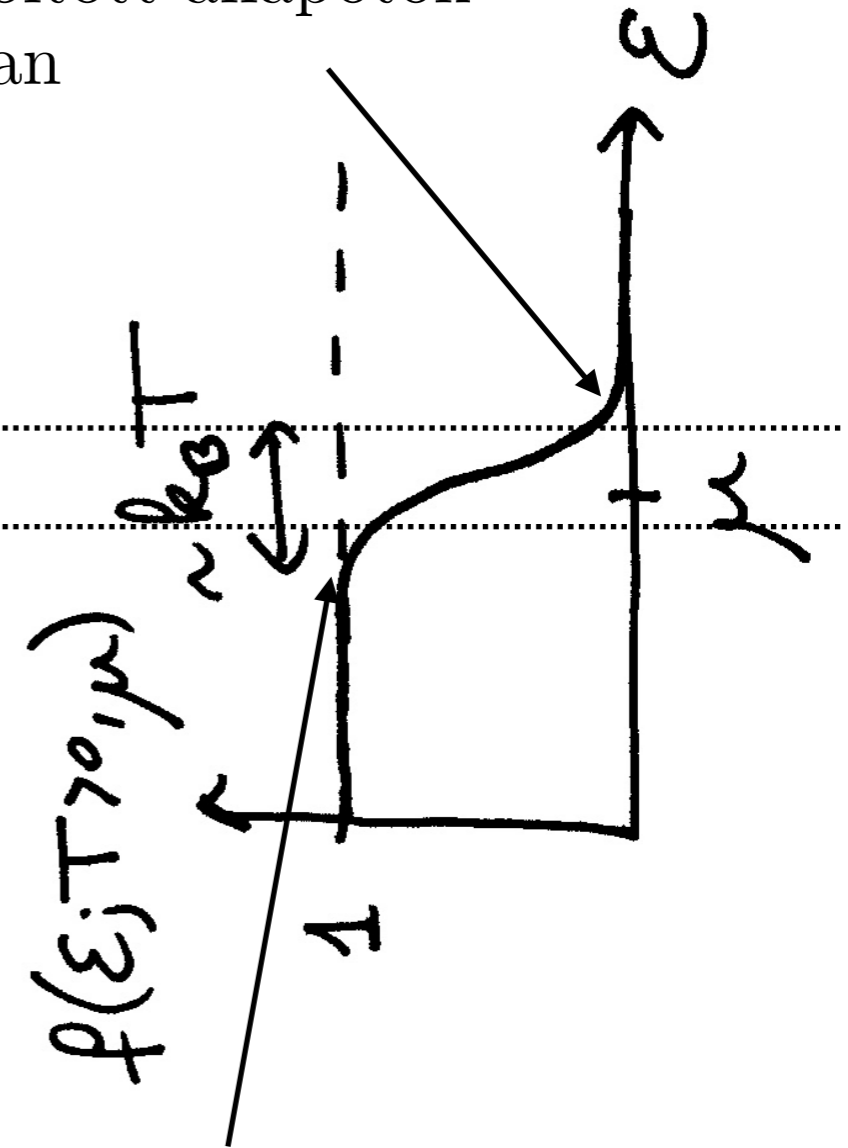
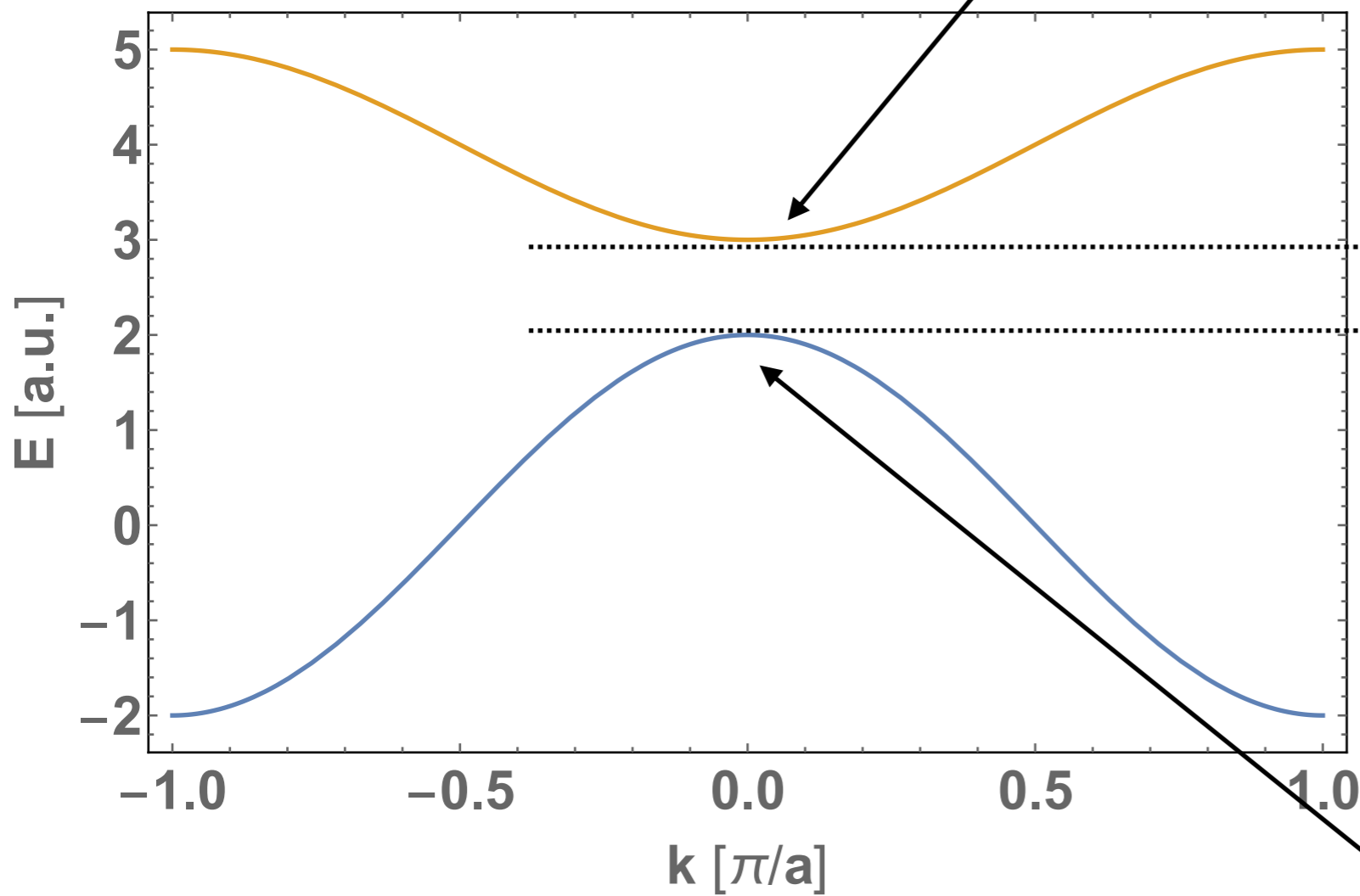
betöltési függvény
(Fermi-Dirac)

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/E Félvezetők

Sávok betöltöttsége félvezetőkben, véges $T > 0$ hőmérsékleten

részlegesen betöltött állapotok
a vezetési sávban



részlegesen betöltött állapotok
a vegyértéksávban

termikusan gerjesztett töltéshordozók:

elektronok a vezetési sávban

hiányzó elektronok (*lyukak*) a vegyértéksávban

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/E Félvezetők

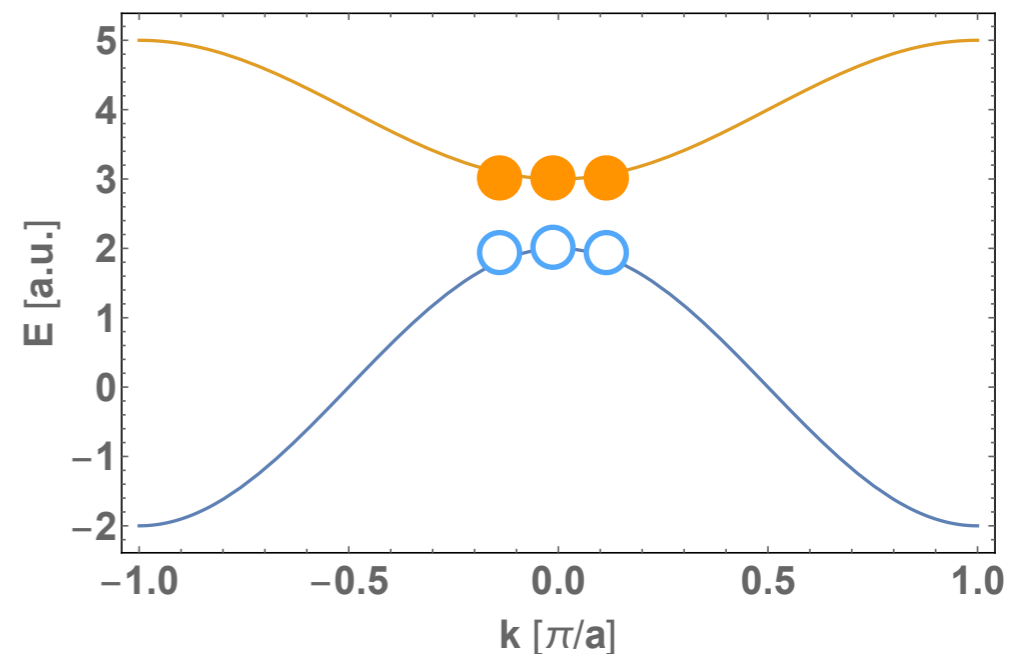
Tiszta félvezető kémiai potenciálja

Kérdés: $\varepsilon_c(k)$, $\varepsilon_v(k)$, T adott. $\mu = ?$

Válasz: A vezetési sávba gerjesztődő elektronok a vegyértéksávból származnak:

$$\sum_k f(\varepsilon_c(k), T, \mu) = \sum_k [1 - f(\varepsilon_v(k), T, \mu)]$$

Ebből μ megkapható.



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/E Félvezetők

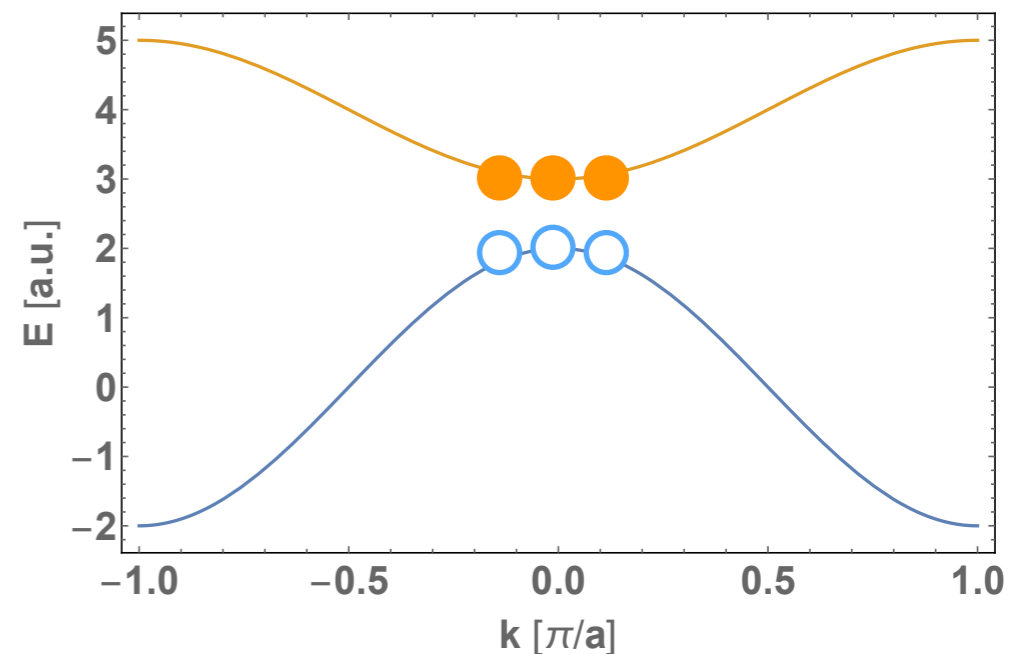
Töltéshordozók száma, sűrűsége

elektronok: $n = \frac{N_c}{L} = \frac{2}{L} \sum_k f(\varepsilon_c(k), T, \mu) \quad (1D)$

spin

$$n = \frac{N_c}{V} = \frac{2}{L} \sum_{\mathbf{k}} f(\varepsilon_c(\mathbf{k}), T, \mu) \quad (3D)$$

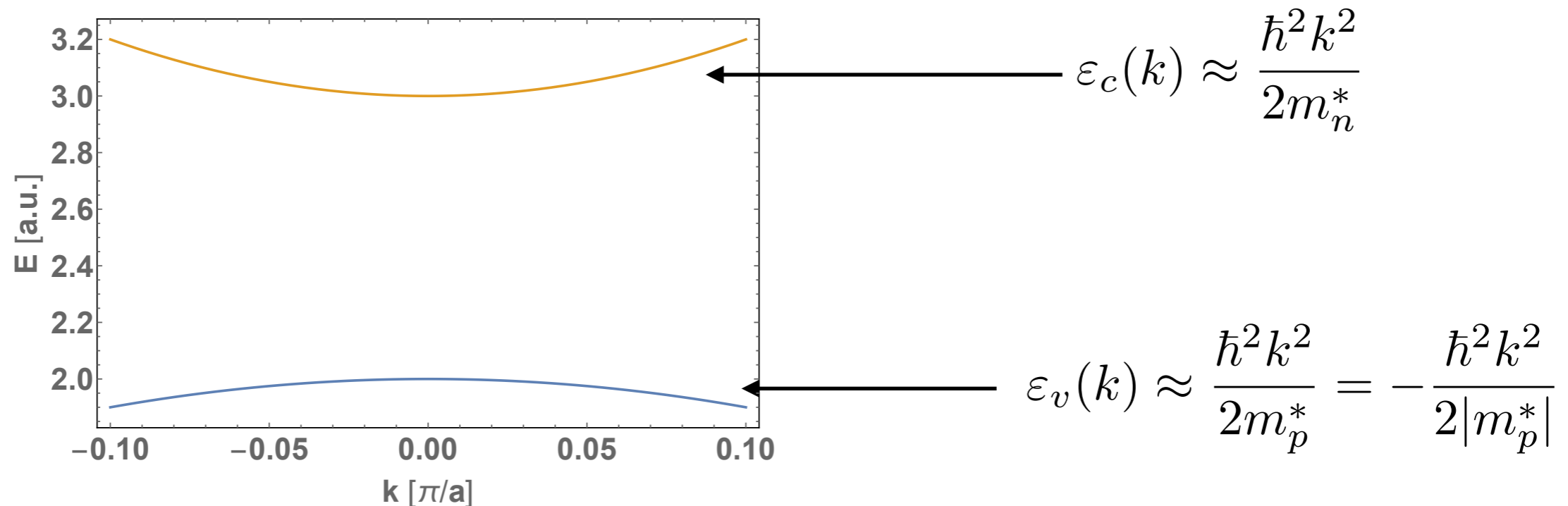
lyukak: $p = n$



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/E Félvezetők

Töltéshordozók száma, sűrűsége



Példa: 3D, sávok diszperziós relációja parabolával közelítve (*effektívtömeg-közelítés*):

$$n(T) \approx 2.5 \left(\frac{m_n^*}{m_e} \right)^{3/4} \left(\frac{|m_p^*|}{m_e} \right)^{3/4} \left(\frac{T}{300 \text{ K}} \right)^{3/2} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

$$p(T) = n(T)$$

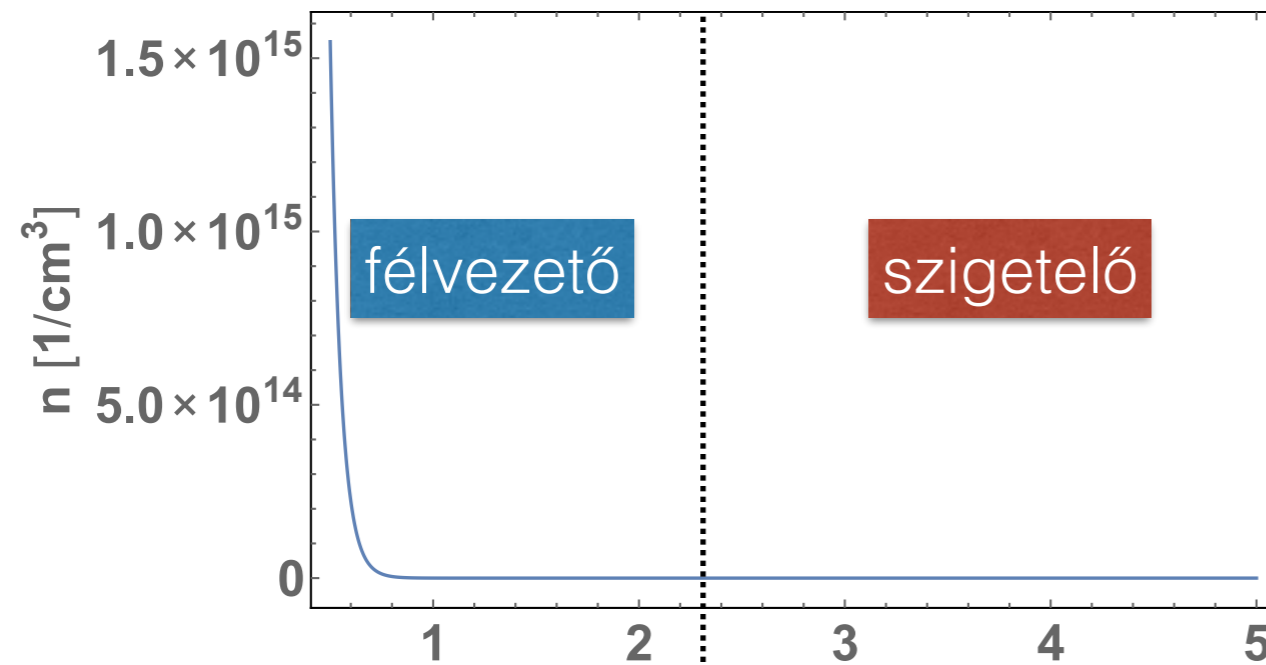
Példa: Legyen $m_n^* = |m_p^*| = m_e$, és $E_g = 1 \text{ eV}$. Ekkor $n(300 \text{ K}) \approx 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. Félvezető.

Példa: Legyen $m_n^* = |m_p^*| = m_e$, és $E_g = 5 \text{ eV}$. Ekkor $n(300 \text{ K}) \approx 2.5 \times 10^{-23} \text{ cm}^{-3}$. Szigetelő.

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

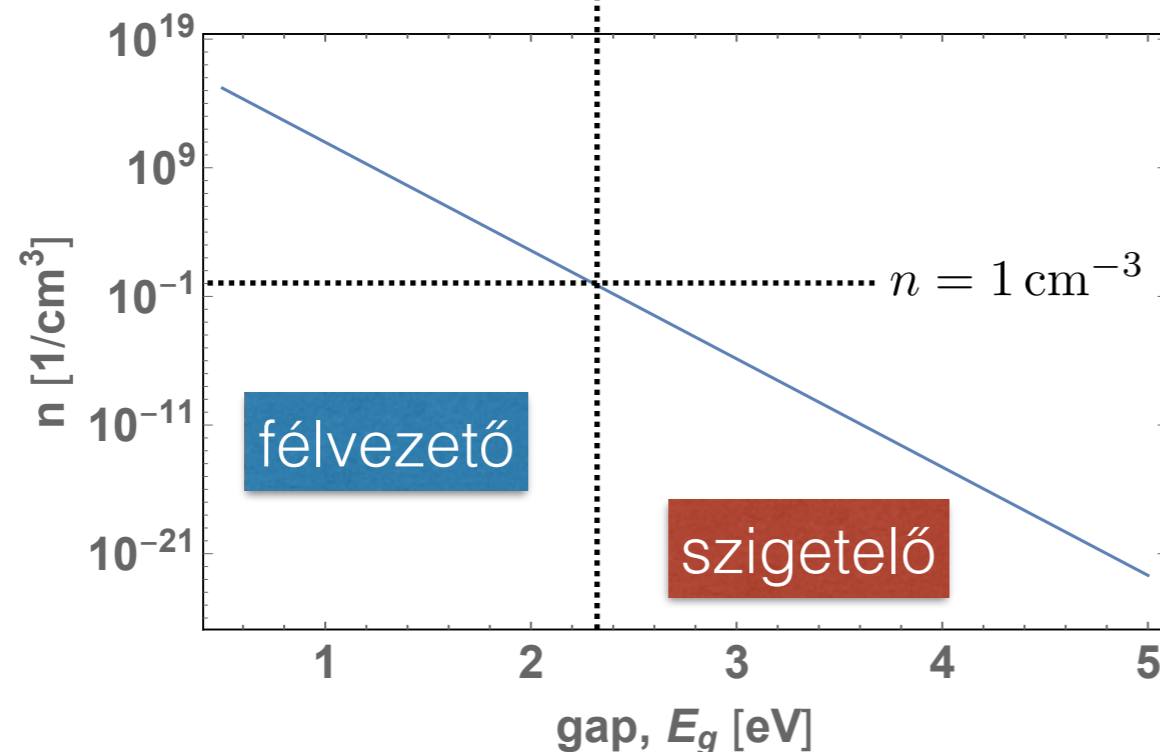
II/E Félvezetők

Félvezető vs. szigetelő - egy definíció



fémekben:

Példa: rácsállandó $a = 2 \text{ \AA}$
1 vezetési elektron per atom
 $\rightarrow n \approx 1.25 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}$



Korábbi példa:

$$n(T) \approx 2.5 e^{-\frac{E_g}{2k_B T}} \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

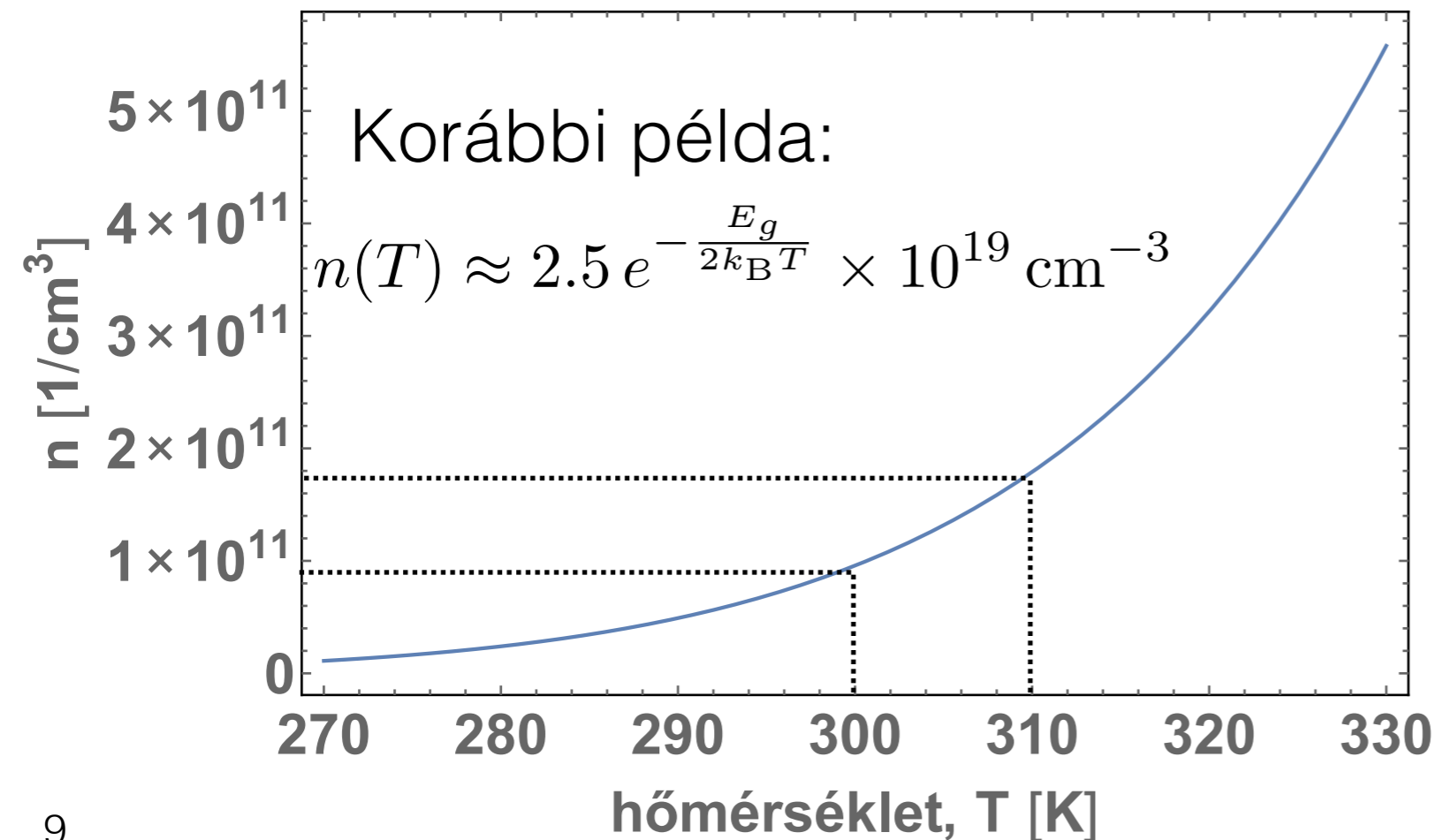
II/E Félvezetők

Elektromos vezetőképesség a Drude-modell alapján

- Drude-modellből a fajlagos vezetőképesség:

$$\sigma = \frac{n e \tau}{m^*}$$

- félvezetőben elektronok és lyukak járuléka összeadódik: $\sigma = \sigma_e + \sigma_h$
- félvezetőben σ exponenciálisan érzékeny a hőmérsékletre



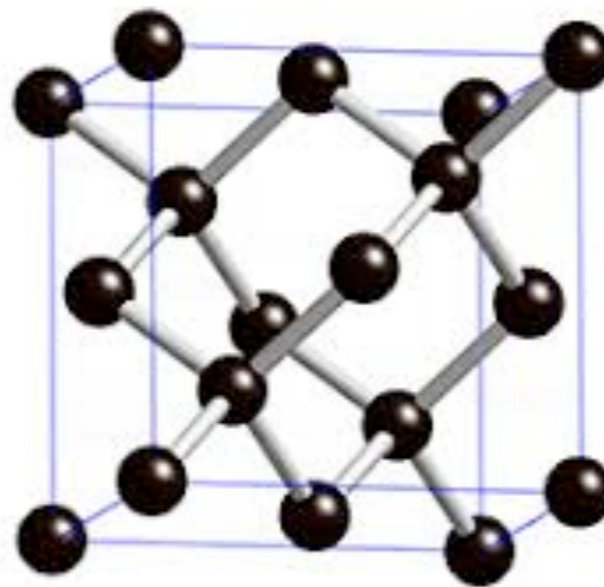
Példa: 10 fokos hőmérsékletnövekedés akár megfelelheti egy félvezető minta ellenállását

→ alkalmazás: hőmérő

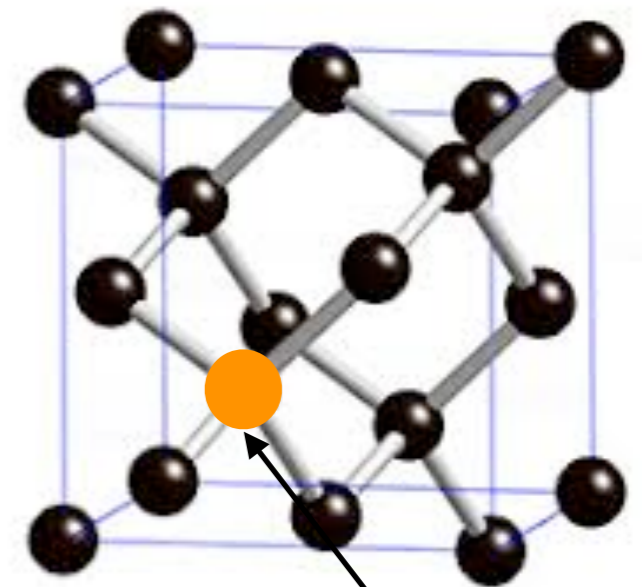
II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők
(eddig: tiszta félvezetők)

III	IV	V
5 B	6 C	7 N
13 Al	14 Si	15 P
31 Ga	32 Ge	33 As



szilícium (Si)
4 vegyérték-elektron,
4 kötés



foszfor (P)
5 vegyérték-elektron,
4 kötés

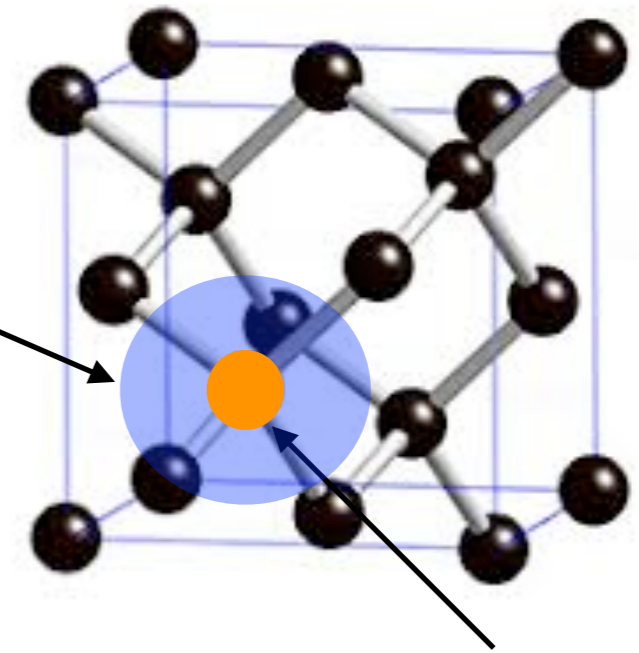
II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

pozitívan töltött P ion (narancs)

+

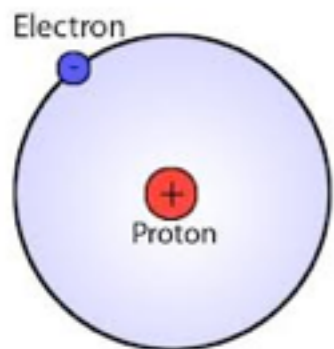
egyetlen kötött elektron (kék)



foszfor (P)

5 vegyérték-elektron,
4 kötés

Kvázi-hidrogénatom:



$$\varepsilon_1 = \varepsilon_c(0) - \frac{1}{2} \frac{m^* e^4}{(4\pi\epsilon_0\epsilon_r)^2 \hbar^2}$$

$$m_e \mapsto m^*$$

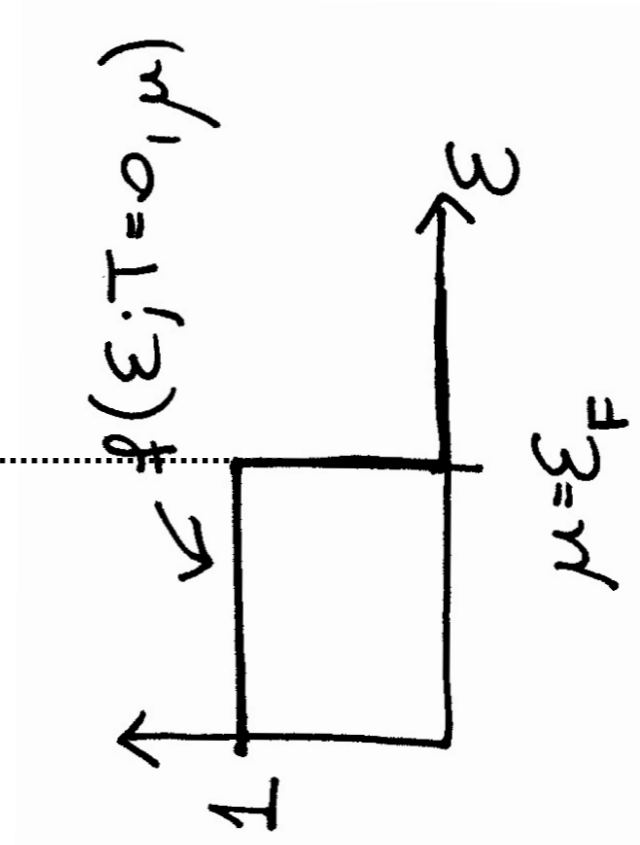
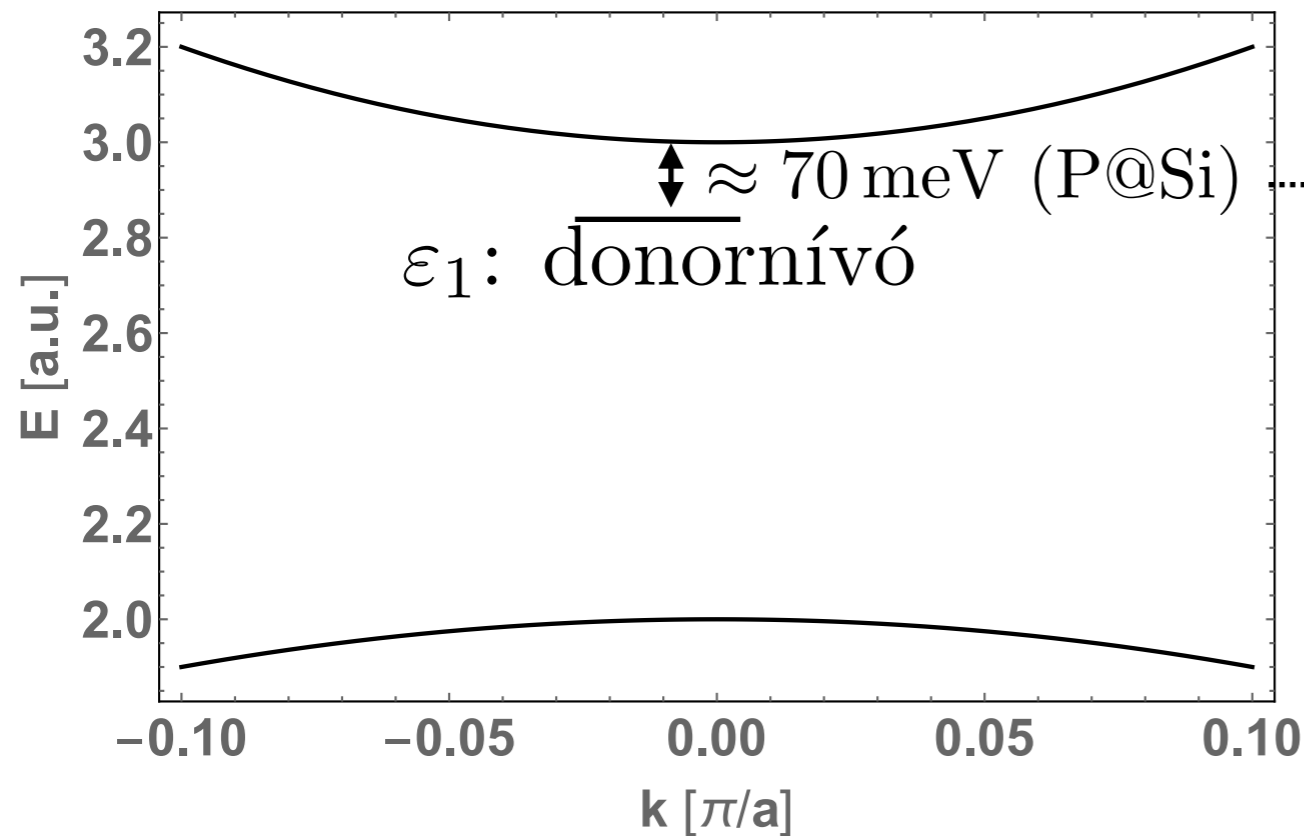
$$\epsilon_0 \mapsto \epsilon_0 \epsilon_r$$

Példa: Si, $E_g \approx 1.1$ eV, $m^* \approx 0.5 m_e$, $\epsilon_r \approx 10$
 $\rightarrow \varepsilon_c(0) - \varepsilon_1(\text{P @ Si}) \approx -0.005 \varepsilon_1(\text{H}) \approx 70$ meV

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

$T = 0$



$T = 0$

→

donornívók egyszeresen betöltöttek
vezetési sáv üres

donornívók lokalizáltak (nem vezetnek)

→

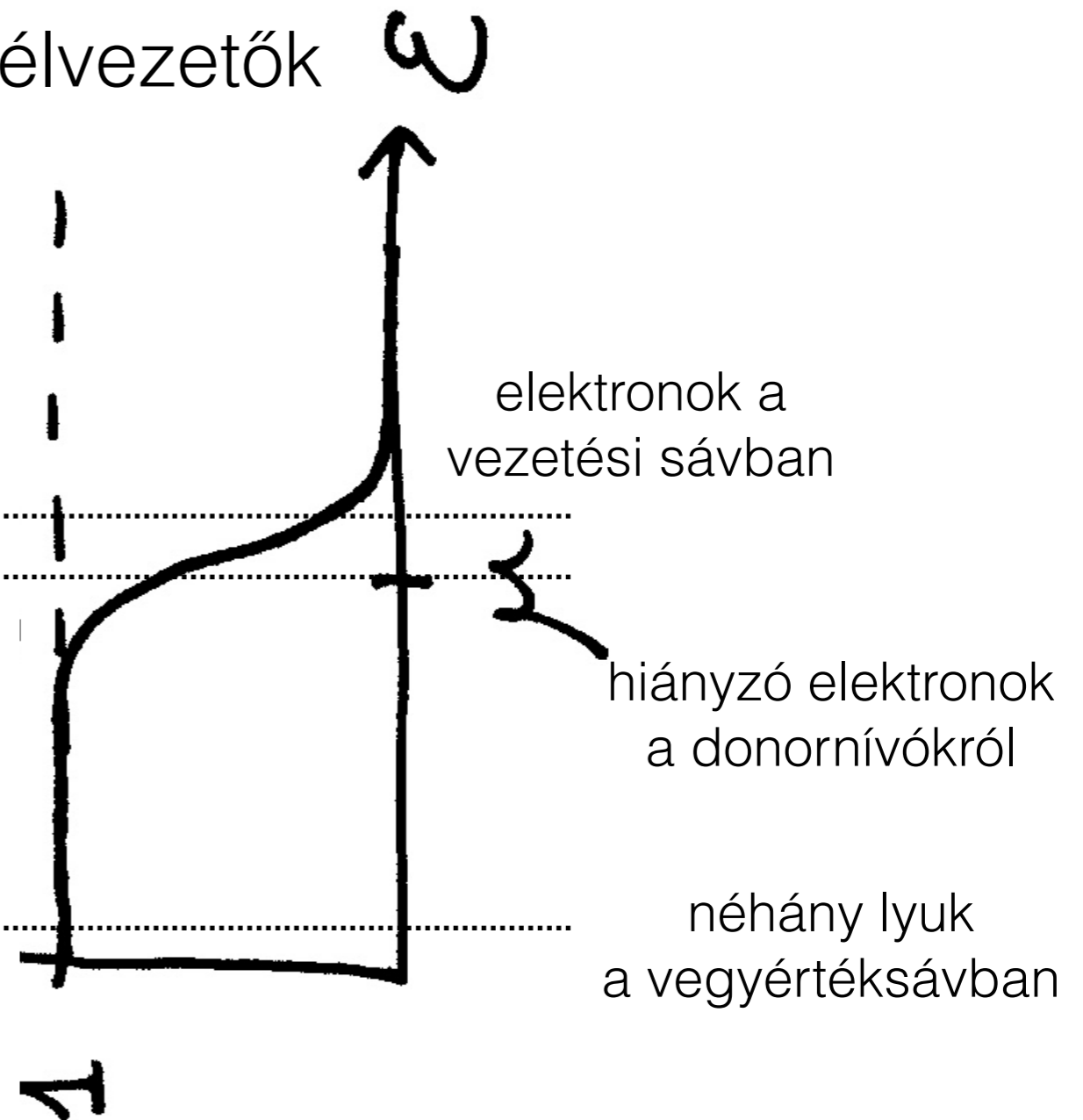
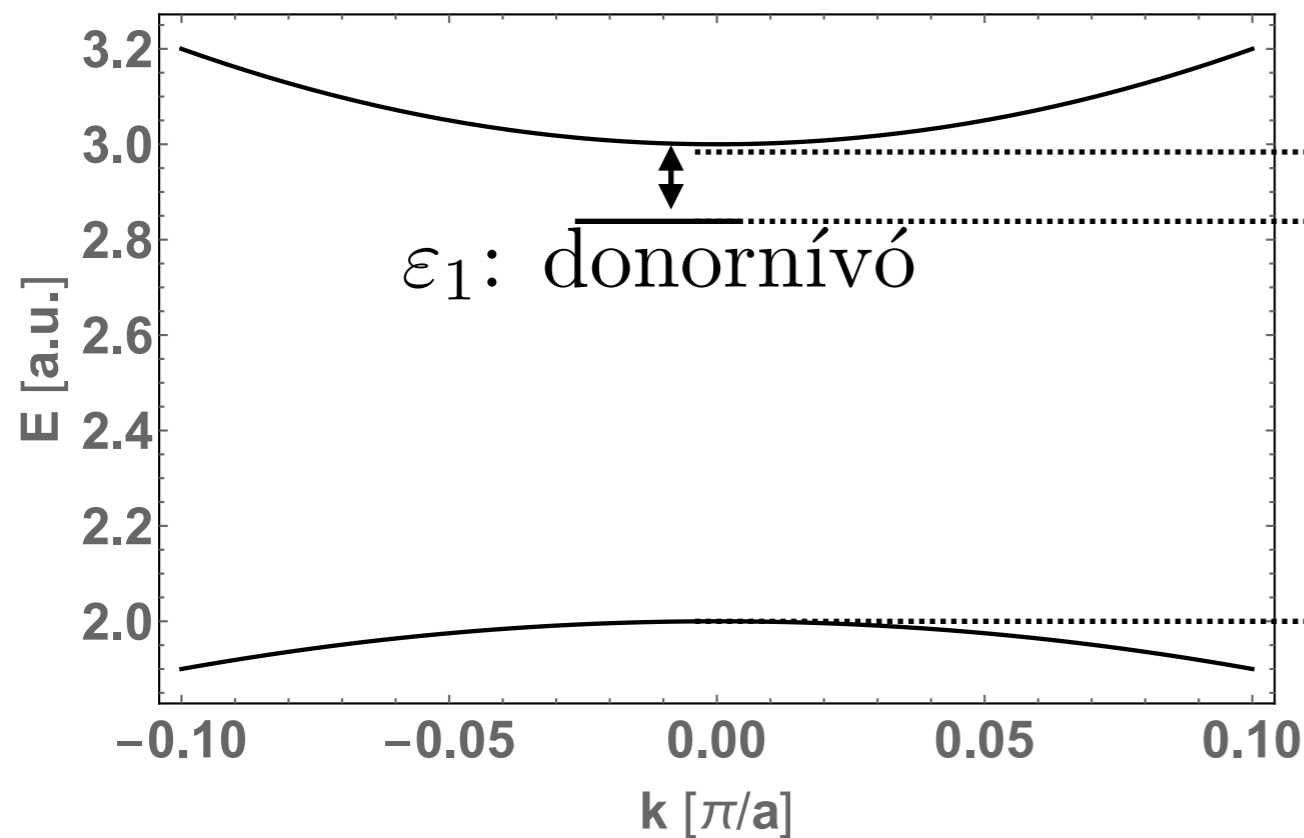
$T = 0$ hőmérsékleten
az adalékolt félvezető is szigetelő

adalékatomok sűrűsége: $10^{13} - 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
atomok sűrűsége (Si + P): $5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

$T > 0$



adalékatomok sűrűsége: $10^{13} - 10^{18} \text{ cm}^{-3}$
 atomok sűrűsége (Si + P): $5 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$

Sokkal több töltéshordozó gerjeszthető termikusan egy adalékolt félvezetőben, mint egy tiszta félvezetőben

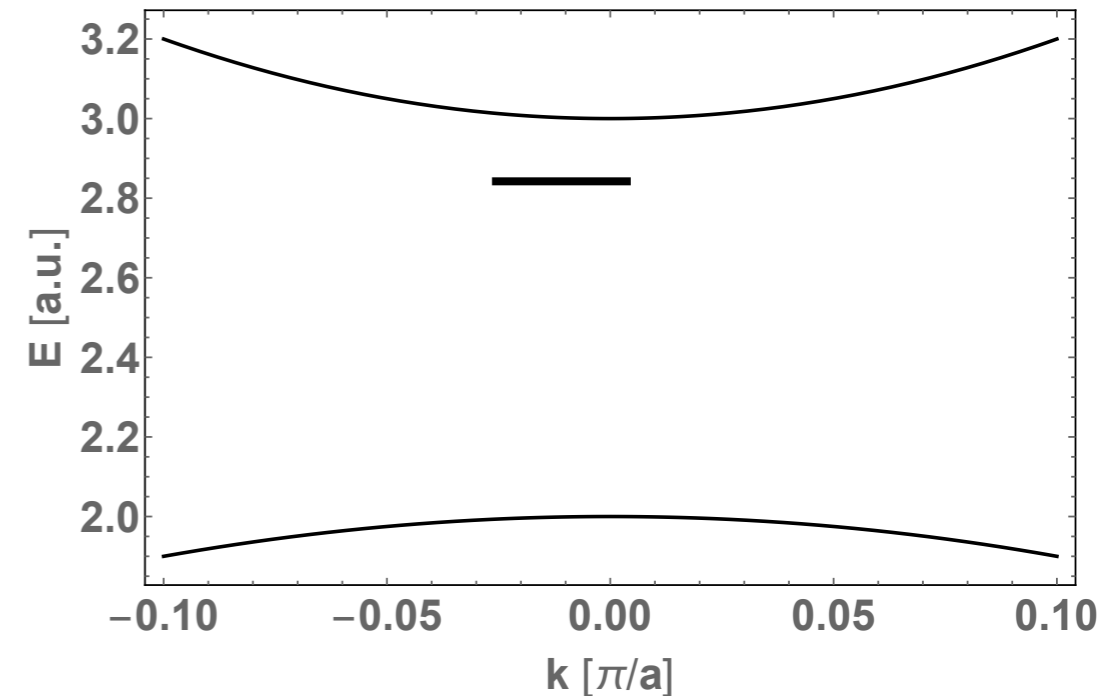
II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

Adalékolt félvezető, ν_d adott, $T > 0$ adott.

Mennyi elektron van a vezetési sávban?

Mennyi lyuk van a vegyértéksávban?



Jelölések:

ν_d : donornívók sűrűsége ($[\nu_d] = 1/m^3$)

n_d : donornívókat betöltő elektronok sűrűsége ($[n_d] = 1/m^3$)

Feltevés: donornívók spin-degenerációja elhagyható,
mert két elektron egy donoron nem szeret lenni (Coulomb-taszítás)

Tény: A vezetési elektronok és a donornívókon lévő elektronok
vagy a vegyértéksávból származnak, vagy a donoratomoktól származnak.

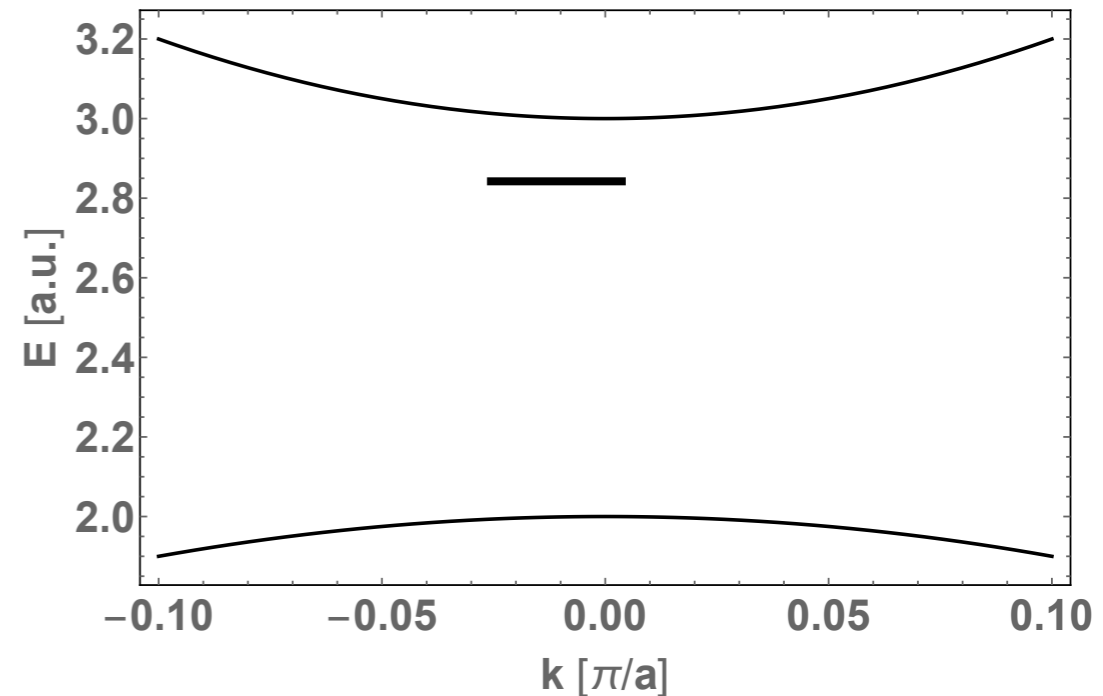
II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

Adalékolt félvezető, ν_d adott, $T > 0$ adott.

Mennyi elektron van a vezetési sávban?

Mennyi lyuk van a vegyértéksávban?



Tény: A vezetési elektronok és a donornívókon lévő elektronok vagy a vegyértéksávból származnak, vagy a donoratomoktól származnak.

$$n(T, \mu) + n_d(T, \mu) = p(T, \mu) + \nu_d$$

$$n = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{k}} f(\varepsilon_c(\mathbf{k}), T, \mu)$$

$$p = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{k}} [1 - f(\varepsilon_v(\mathbf{k}), T, \mu)]$$

$$n_d = \nu_d f(\varepsilon_1, T, \mu)$$

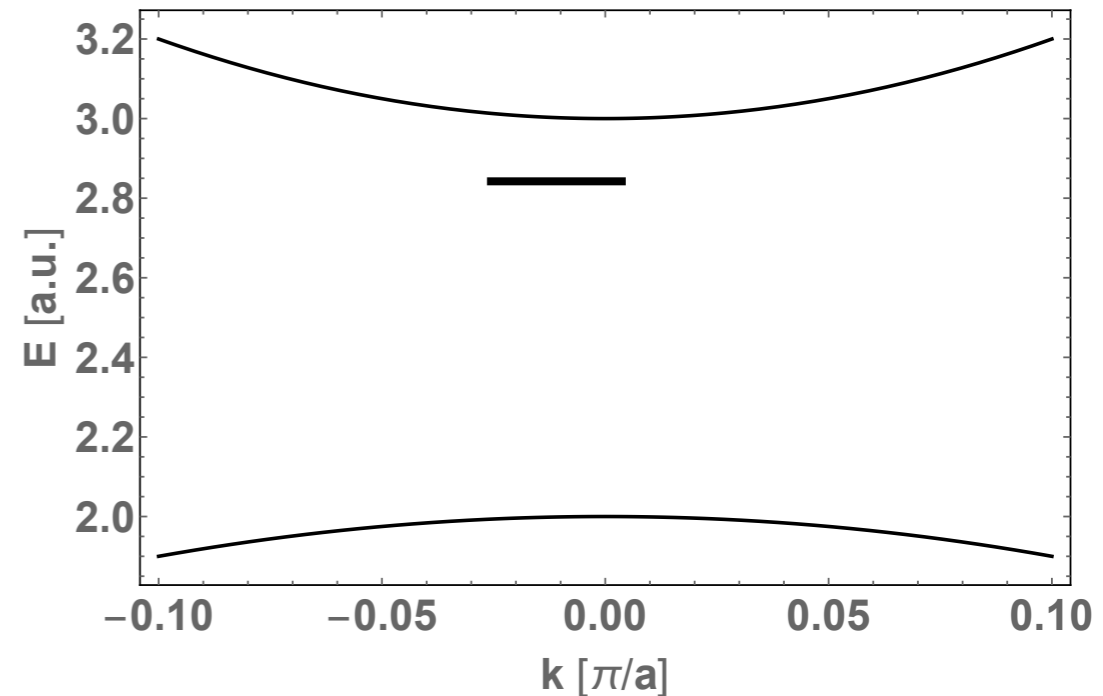
II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

Adalékolt félvezető, ν_d adott, $T > 0$ adott.

Mennyi elektron van a vezetési sávban?

Mennyi lyuk van a vegyértéksávban?



Ez egy egyenlet a kémiai potenciálra (μ).

Megoldandó, és a kapott μ visszahelyettesítendő $\rightarrow n, p, n_d$.

$$n(T, \mu) + n_d(T, \mu) = p(T, \mu) + \nu_d$$

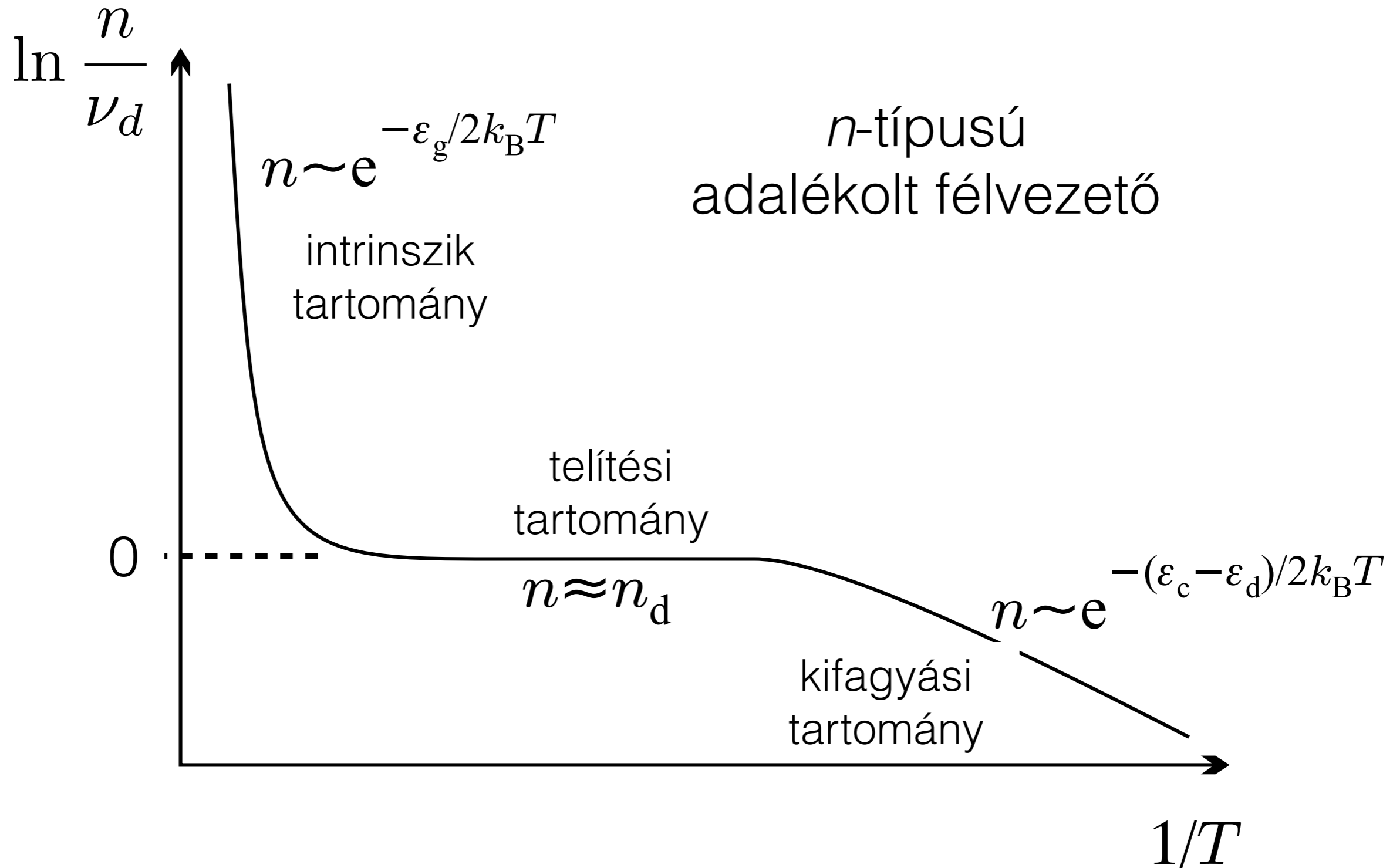
$$n = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{k}} f(\varepsilon_c(\mathbf{k}), T, \mu)$$

$$p = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{k}} [1 - f(\varepsilon_v(\mathbf{k}), T, \mu)]$$

$$n_d = \nu_d f(\varepsilon_1, T, \mu)$$

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

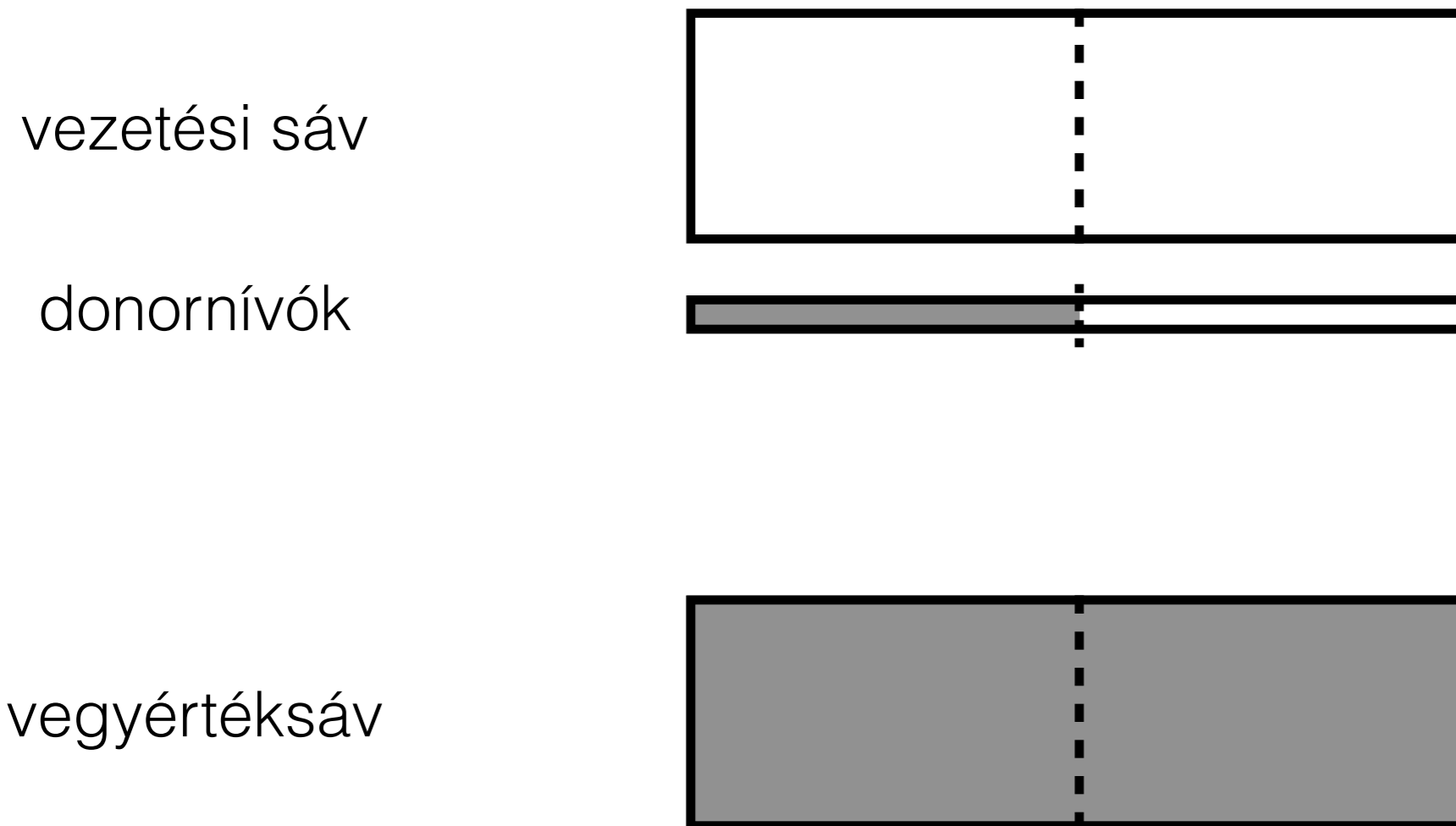
II/F Adalékolt félvezetők



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

zérus hőmérséklet, $T = 0$

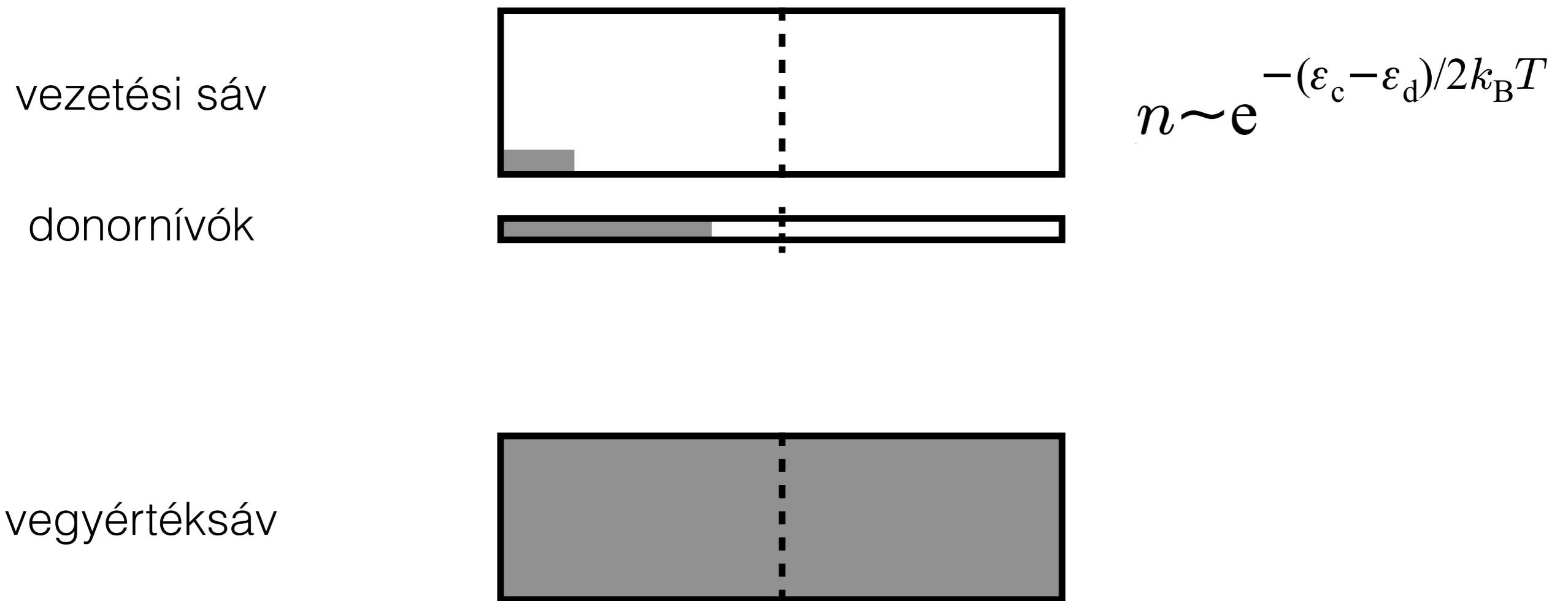


“minden donoratomon ott ül a donorelektron”

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

alacsony hőmérséklet, *kifagyási tartomány*

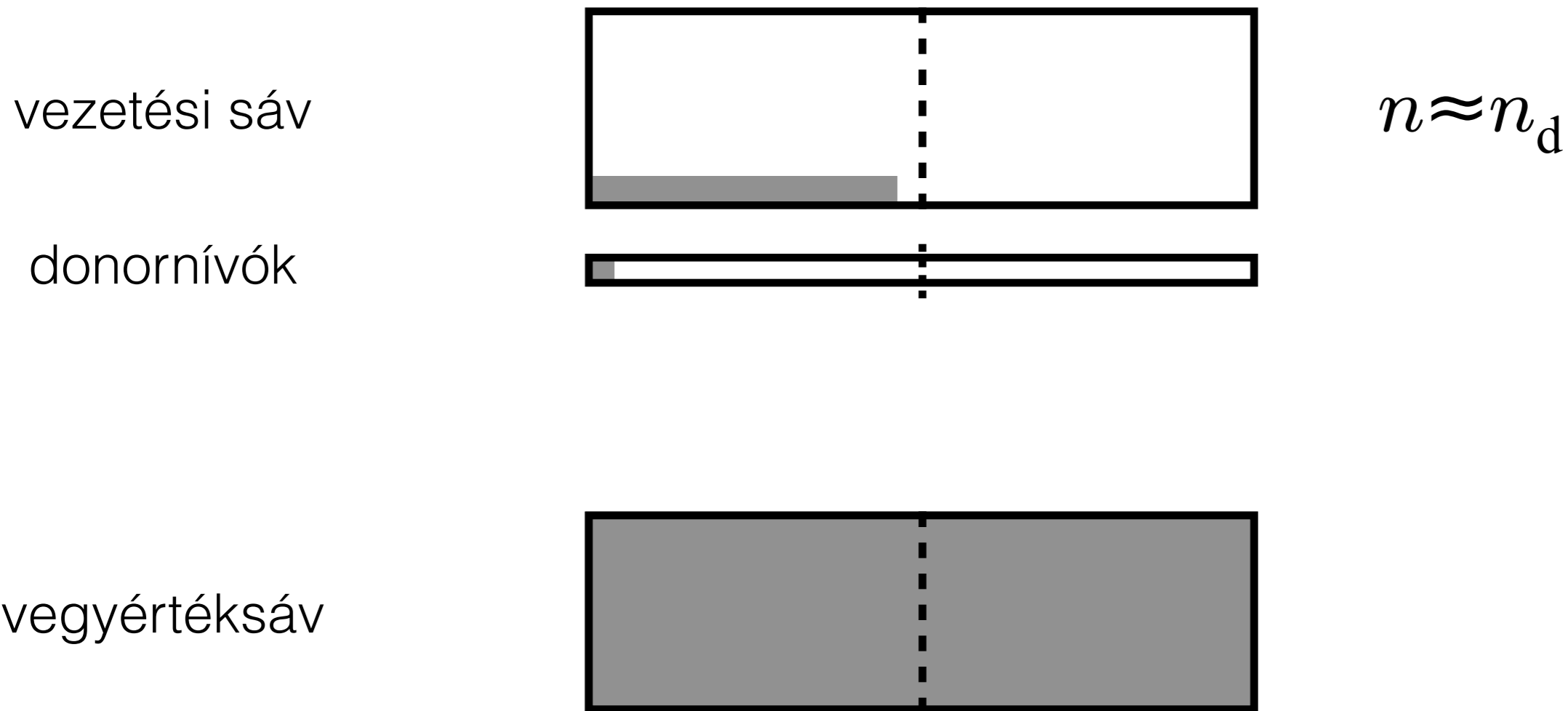


“néhány donorelektron termikusan felgerjesztődik a vezetési sávba”

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

közepes hőmérséklet, *szaturációs vagy telítési tartomány*

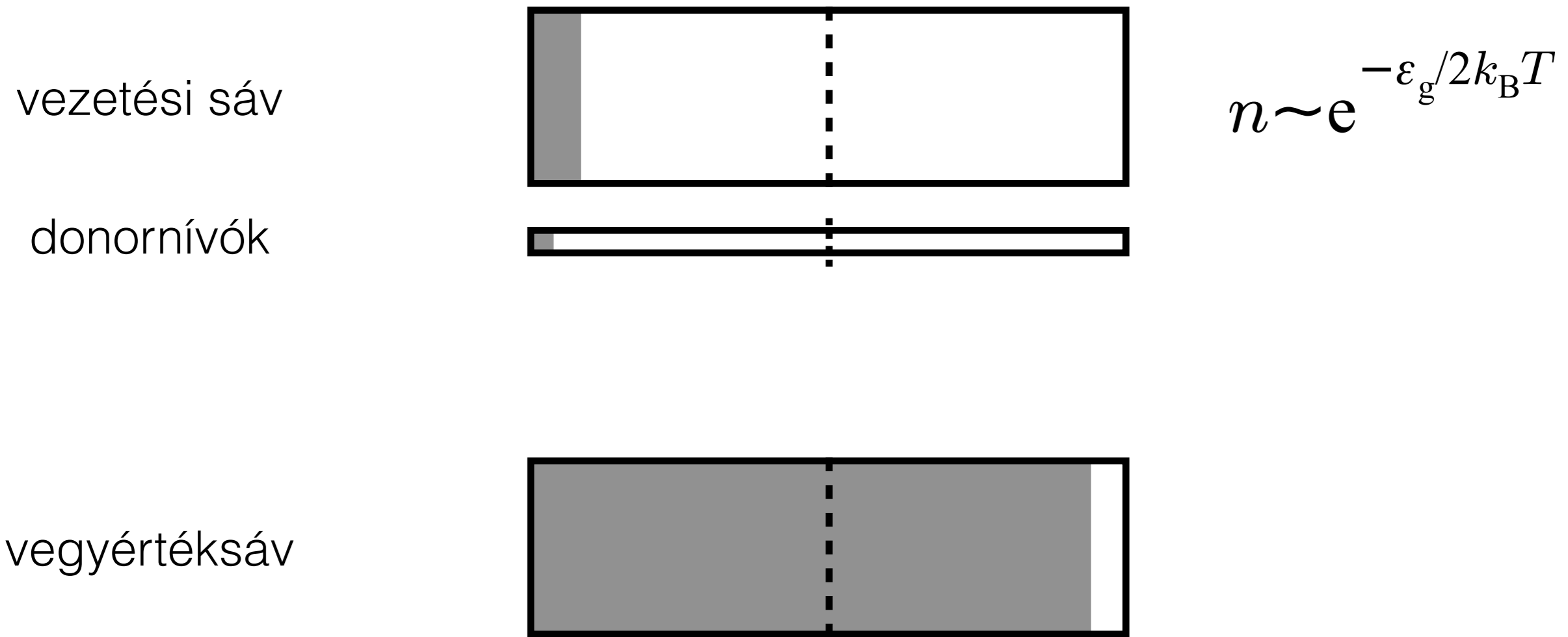


“majdnem az összes donorelektron felgerjesztődik a vezetési sávba”

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

magas hőmérséklet, *tiszta vagy intrinsic tartomány*



“a vezetési sáv elektronjai
többnyire a vegyértéksávból gerjesztődnek fel”

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

Kérdés: vezetőképesség hőmérsékletfüggése?

Ismétlés: Drude-modell: $\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*}$

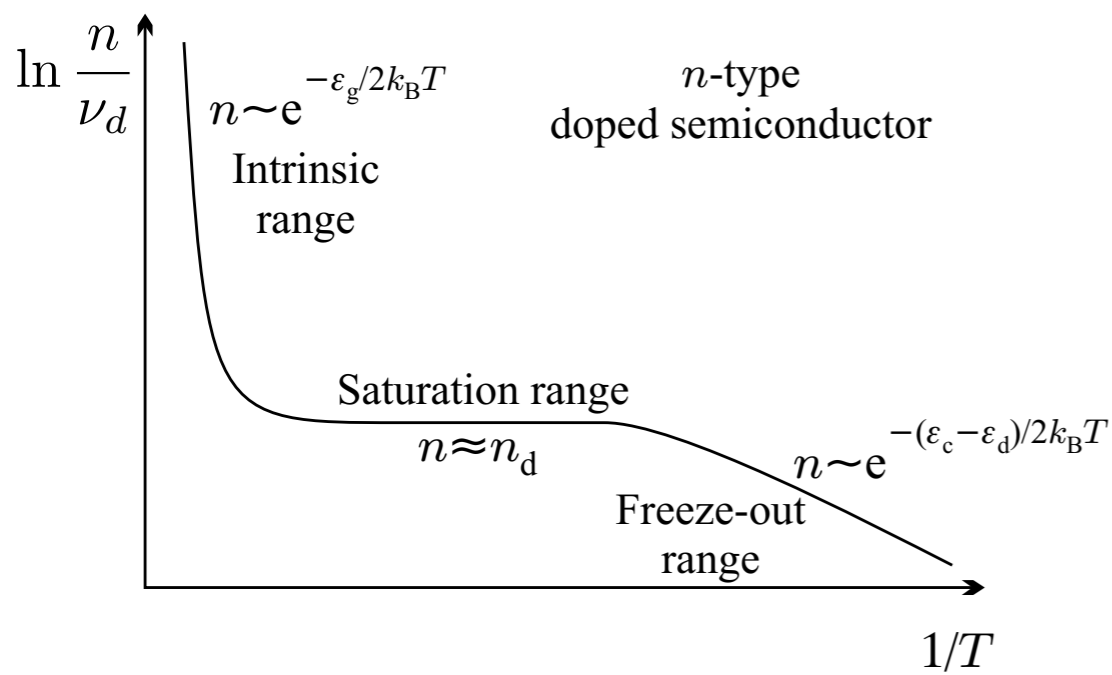
(A) kifagyási tartomány

(B) telítési tartomány

(C) intrinszik tartomány

$n(T)$ gyorsan nő, ha T nő
 $\rightarrow \sigma(T)$ nő, ha T nő

$n(T)$ konstans, $\tau(T)$ csökken, ha T nő
 $\rightarrow \sigma(T)$ inkább csökken, ha T nő



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/F Adalékolt félvezetők

Ismétlés: Drude-modell: $\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m^*}$

Kérdés: Vezetőképesség függése a donorkoncentrációtól?

ν_d nő $\rightarrow n$ nő, de τ csökken, mert a donoratomokon szóródnak az elektronok

Tehát $\sigma(\nu_d)$ lehet nem-monoton is, például ilyen:



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

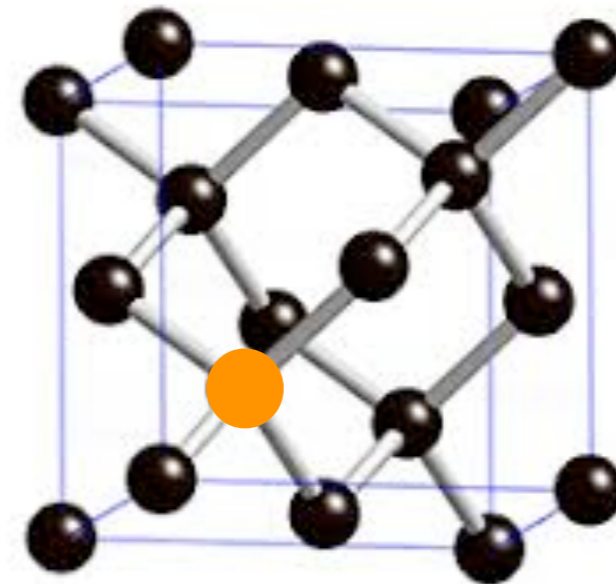
II/F Adalékolt félvezetők

Eddig: P atomok Si kristályban. $Z_P = Z_{Si} + 1$.

P: donoratom. Egy donornívót hoz létre, amire egy elektront is ültet.

n-típusú félvezető, mert a töltéshordozók többsége elektron.

III	IV	V
5 B	6 C	7 N
13 Al	14 Si	15 P
31 Ga	32 Ge	33 As



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

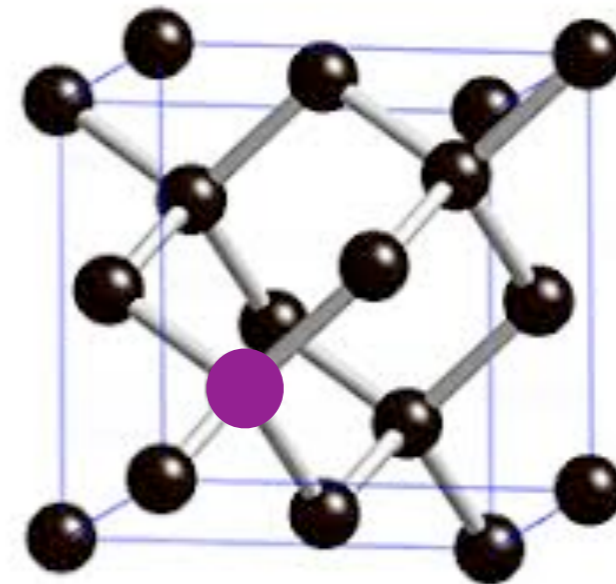
II/F Adalékolt félvezetők

Másik lehetőség: Al atomok Si kristályban. $Z_{\text{Al}} = Z_{\text{Si}} - 1$.

Al: akceptoratom. Egy akceptornívót hoz létre, ami üres.

p-típusú félvezető, mert a töltéshordozók többsége lyuk.

III	IV	V
5 B	6 C	7 N
13 Al	14 Si	15 P
31 Ga	32 Ge	33 As

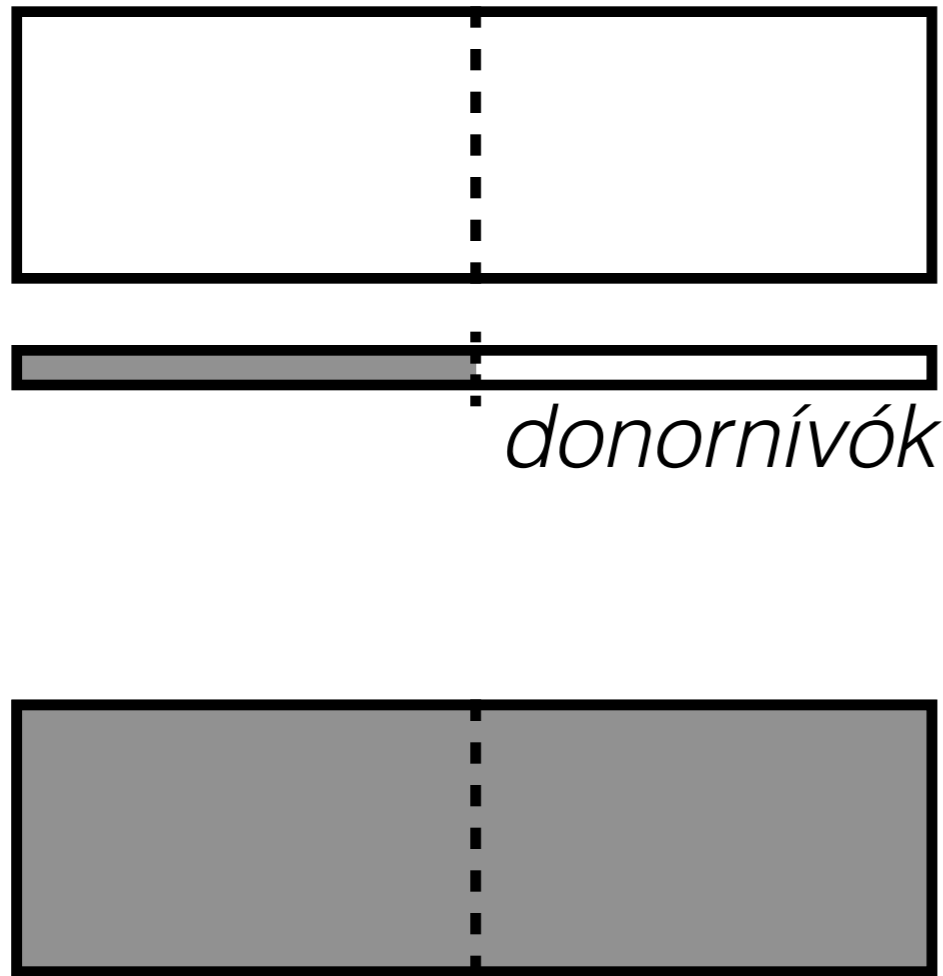


II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

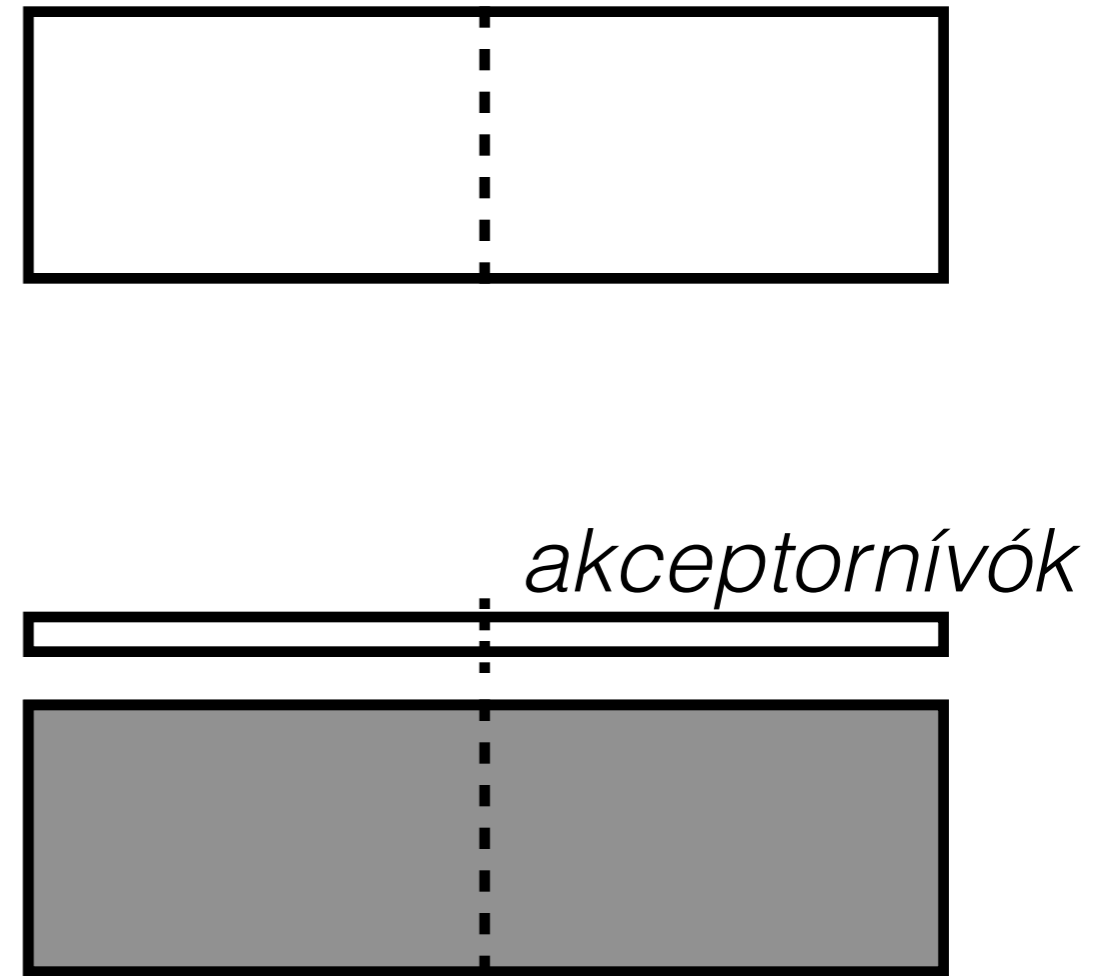
II/F Adalékolt félvezetők

$$T = 0$$

n-típusú félvezető



p-típusú félvezető

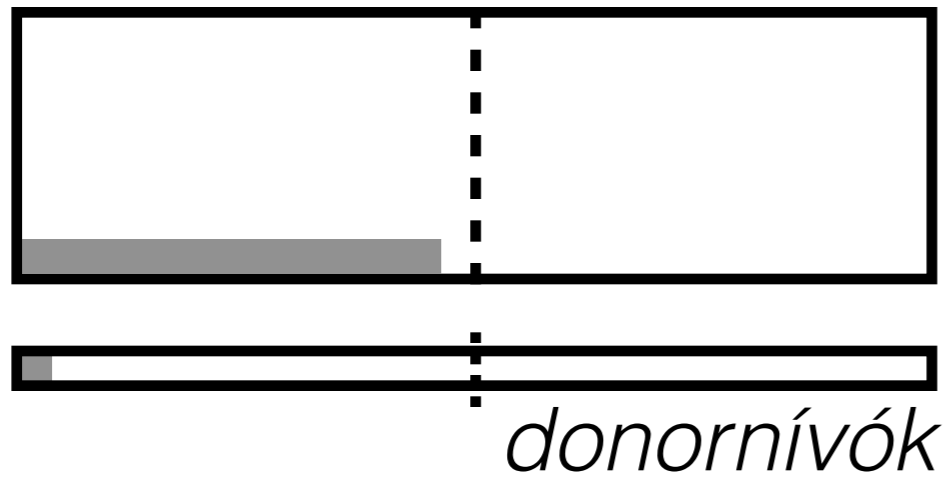


II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

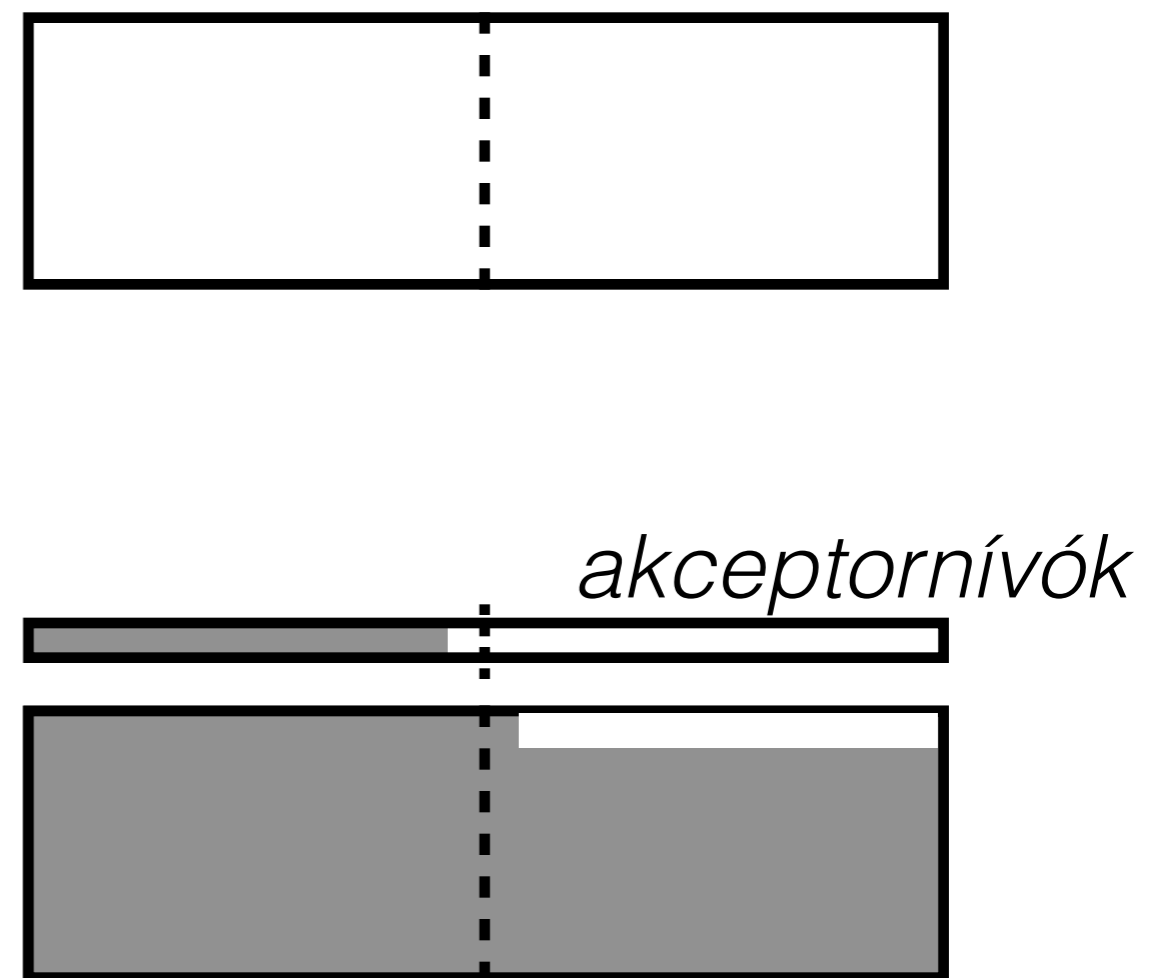
II/F Adalékolt félvezetők

$T > 0$, telítési tartomány

n -típusú félvezető

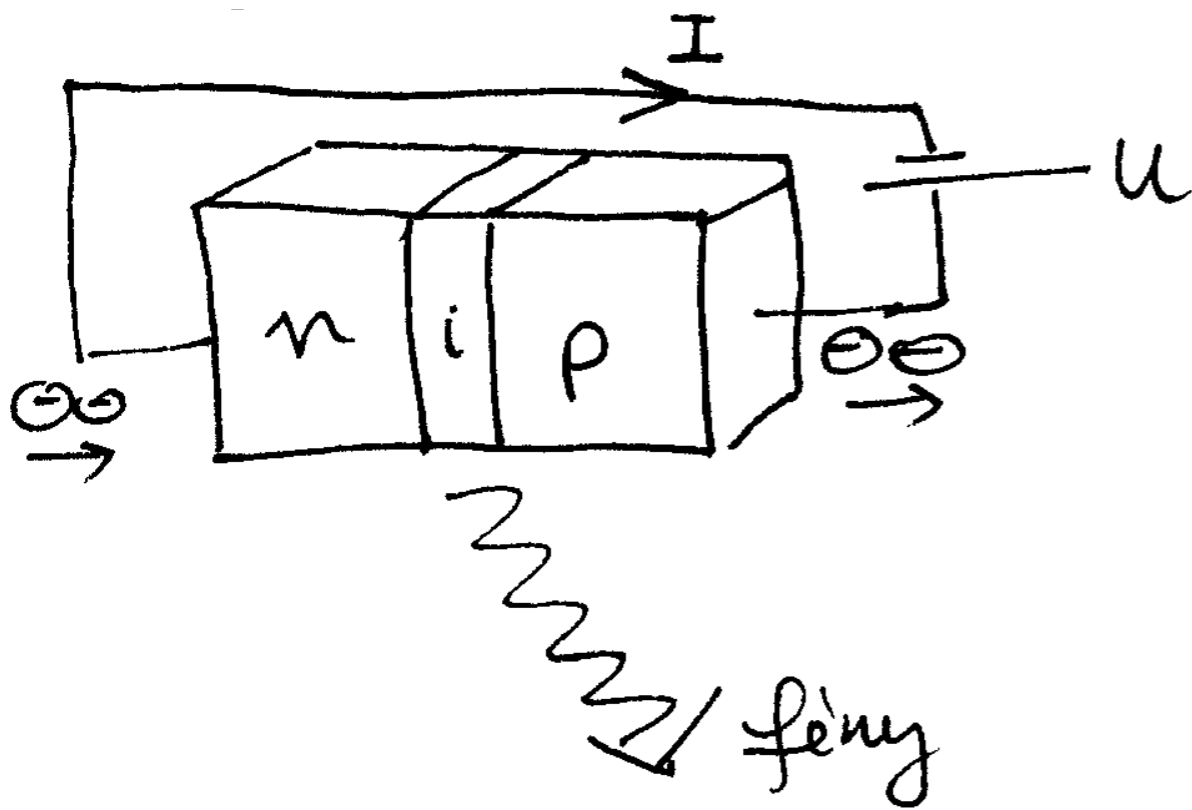


p -típusú félvezető

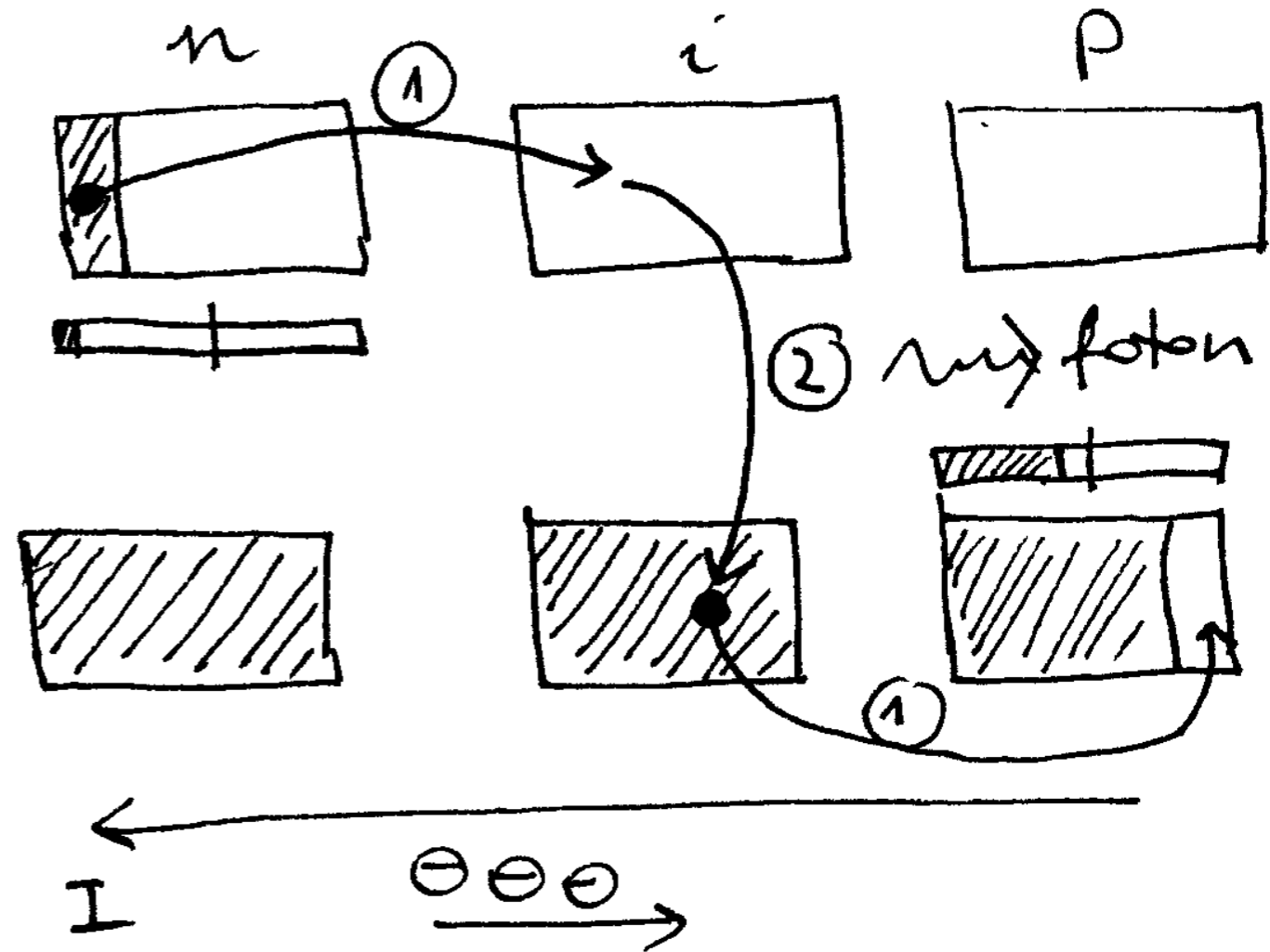


II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/G Fénykibocsátó dióda (LED, light-emitting diode)

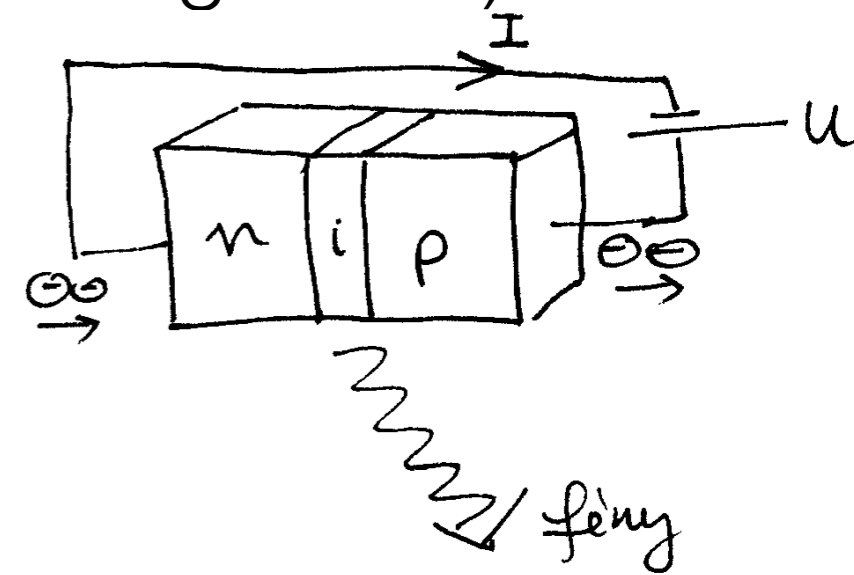


n, p : szaturált tartományban



II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/G Fénykibocsátó dióda (LED, light-emitting diode)



Feladat: LED-en átfolyó áram $I = 1 \text{ mA}$.

Minden átmenő elektronból egy foton származik.

(a) Hány fotont sugároz ki a LED másodpercenként?

(b) Becsüld meg a sugárzási teljesítményt, ha gallium-arszenidből (GaAs) van a LED!

Megoldás:

(a) 1 sec alatt kibocsátott fotonok száma: $N_{\text{foton}} = \frac{1 \text{ mC}}{e} \approx 0.7 \times 10^{16}$.

(b) $P = (\text{másodpercenkénti fotonszám}) \times (\text{egy foton energiája})$.

GaAs gap: $E_g \approx 1.43 \text{ eV}$.

Tehát $P \approx (0.7 \times 10^{16} \frac{1}{\text{sec}}) \times (1.43 \text{ eV}) \approx 1.6 \text{ mW}$.

Megjegyzés: A feszültségforrás teljesítménye ($P_U = UI$) részben Joule-fűtést okoz (P_J), részben fedezi a kibocsátott fotonok energiáját (P). $P_U = P_J + P$

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/G Fénykibocsátó dióda (LED, light-emitting diode)

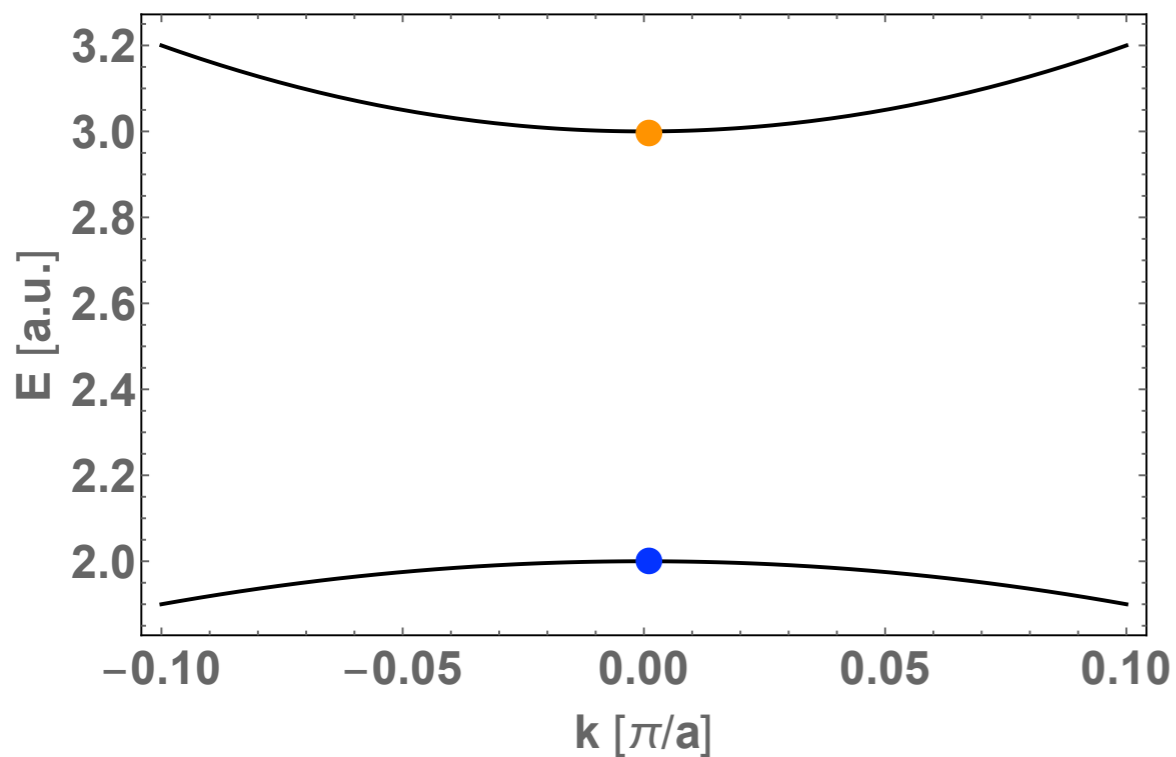
Szilícium (Si) nem alkalmas optikai alkalmazásokra (pl. LED),
gallium-arzenid alkalmas.

Miért?

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

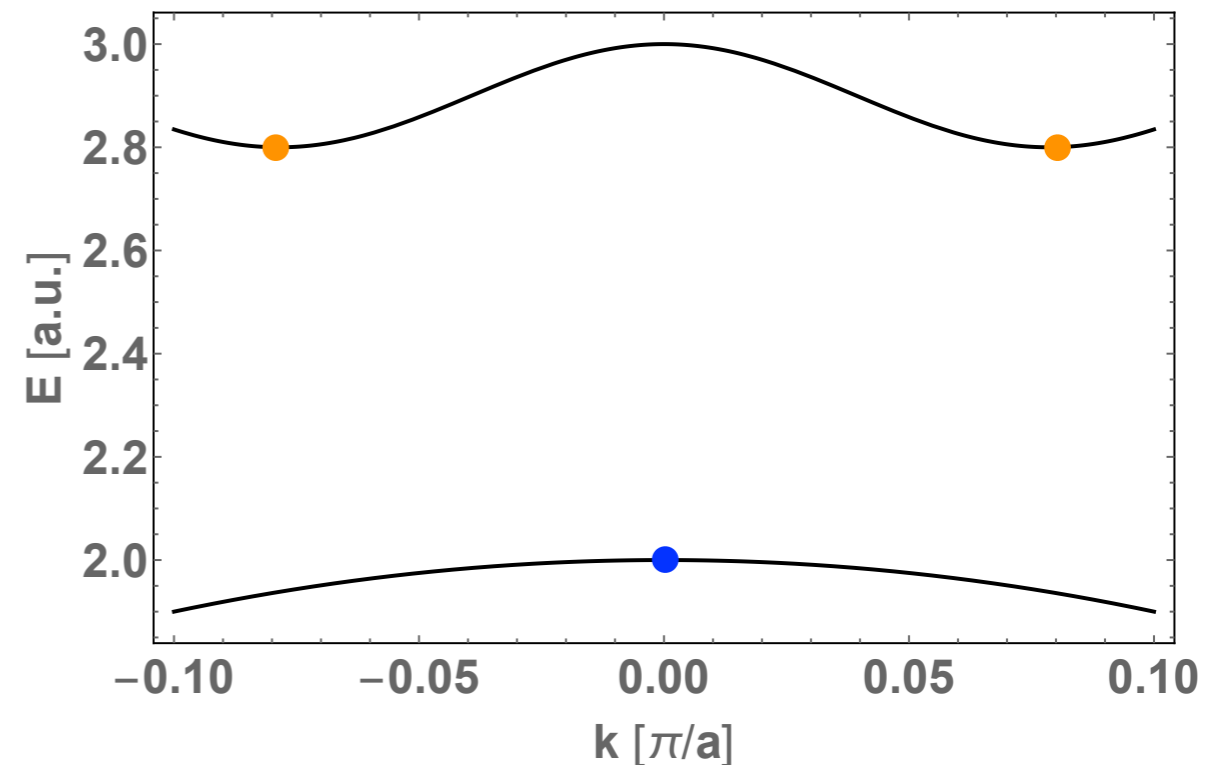
II/G Fénykibocsátó dióda (LED, light-emitting diode)

Direkt tiltottsávú félvezető
(pl. GaAs)



vezetési sáv alja és
vegyértéksáv teteje
ugyanannál a hullámszámnál

Indirekt tiltottsávú félvezető
(pl. Si)



vezetési sáv alja(i) és
vegyértéksáv teteje
különböző hullámszámnál

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/G Fénykibocsátó dióda (LED, light-emitting diode)

Kérdés: Mekkora a hullámszáma egy $E = 1 \text{ eV}$ energiájú fotonnak?

Válasz:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi E}{hc} = \frac{2\pi(1 \text{ eV})}{hc} \approx 5 \times 10^6 \frac{1}{\text{m}}$$

Indirekt tiltott sávú példában a vezetési sáv aljának hullámszám-távolsága a vegyértéksáv tetejétől (numerikus példa: lásd előző fólia, és legyen a rácsállandó $a = 2 \text{ \AA}$):

$$\Delta k \approx 0.08\pi/a \approx 1.25 \times 10^9 \frac{1}{\text{m}}$$

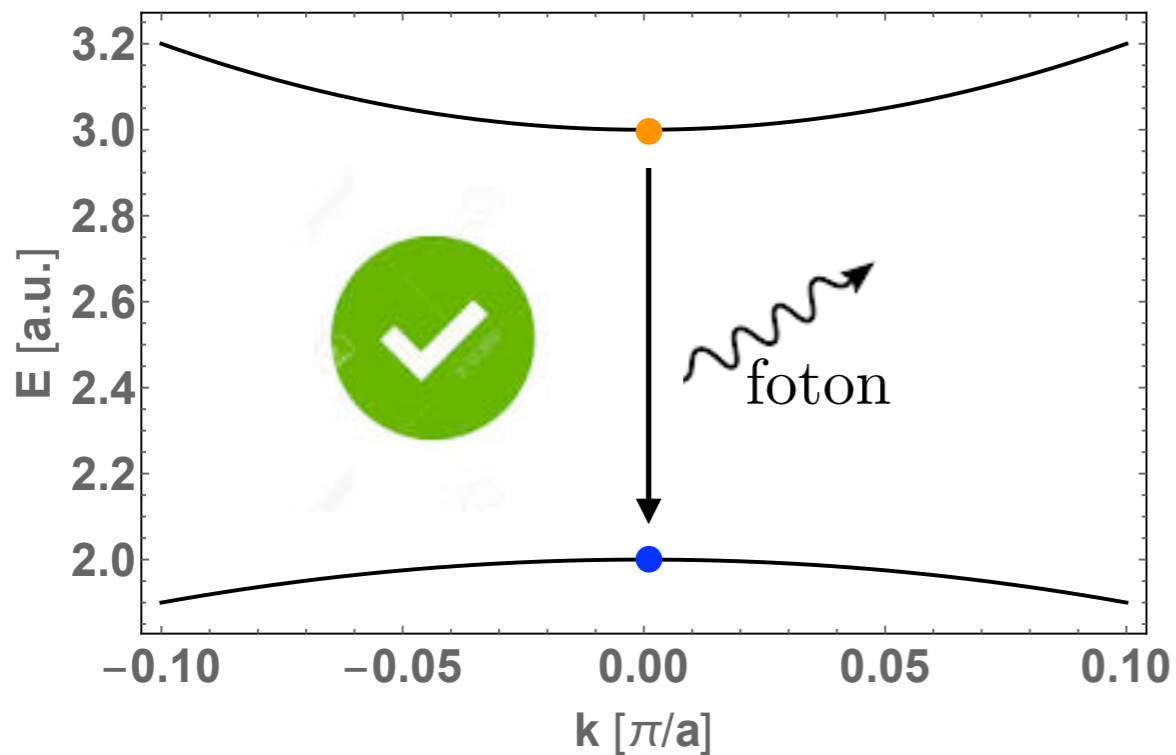
A kibocsátott foton hullámszámának (k) meg kellene egyeznie az elektron hullámszámának megváltozásával (Δk). Indirekt tiltott sáv esetén ez nem lehetséges \rightarrow fénykibocsátási (és elnyelési) hatékonyság nagyon alacsony. Direkt tiltott sáv esetén ez könnyen teljesíthető \rightarrow fénykibocsátási (és elnyelési) hatékonyság jó.

II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

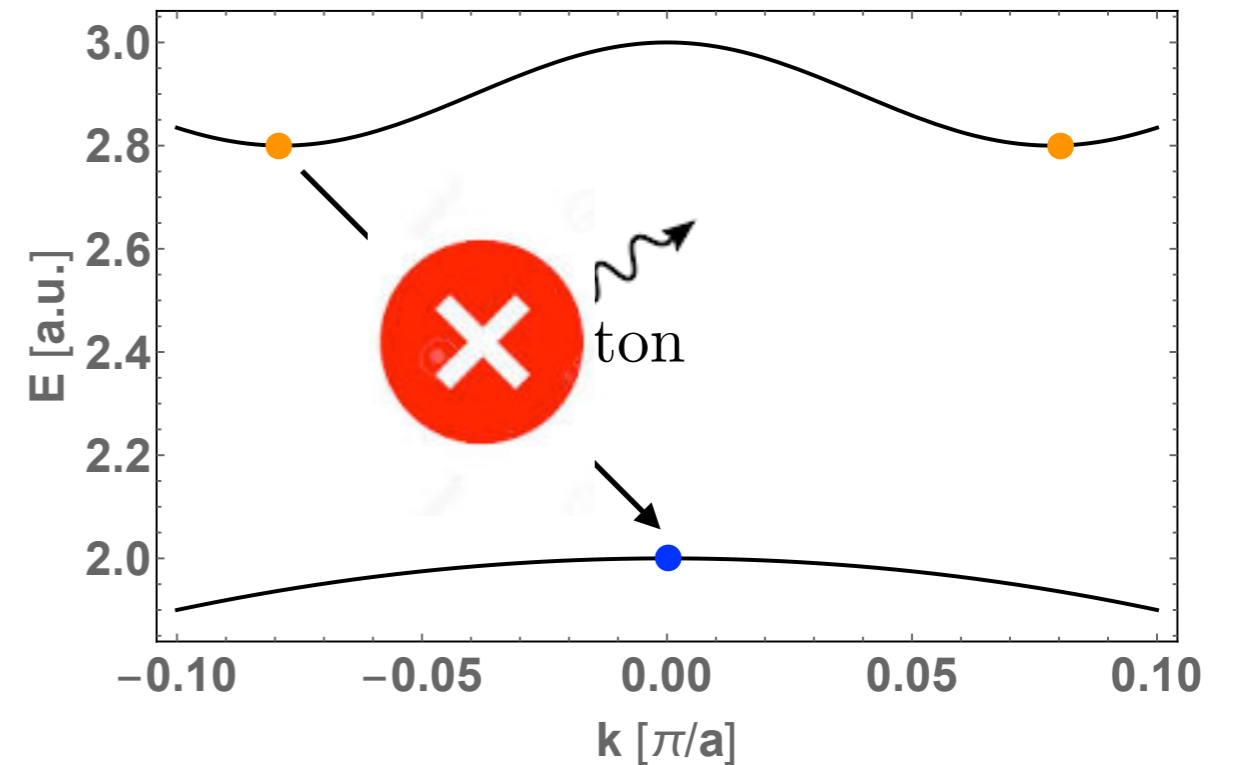
II/G Fénykibocsátó dióda (LED, light-emitting diode)

A kibocsátott foton hullámszámának (k) meg kellene egyeznie az elektron hullámszámának megváltozásával (Δk). Indirekt tiltott sáv esetén ez nem lehetséges \rightarrow fénykibocsátási (és elnyelési) hatékonyság nagyon alacsony. Direkt tiltott sáv esetén ez könnyen teljesíthető \rightarrow fénykibocsátási (és elnyelési) hatékonyság jó.

Direkt tiltottsávú félvezető
(pl. GaAs)

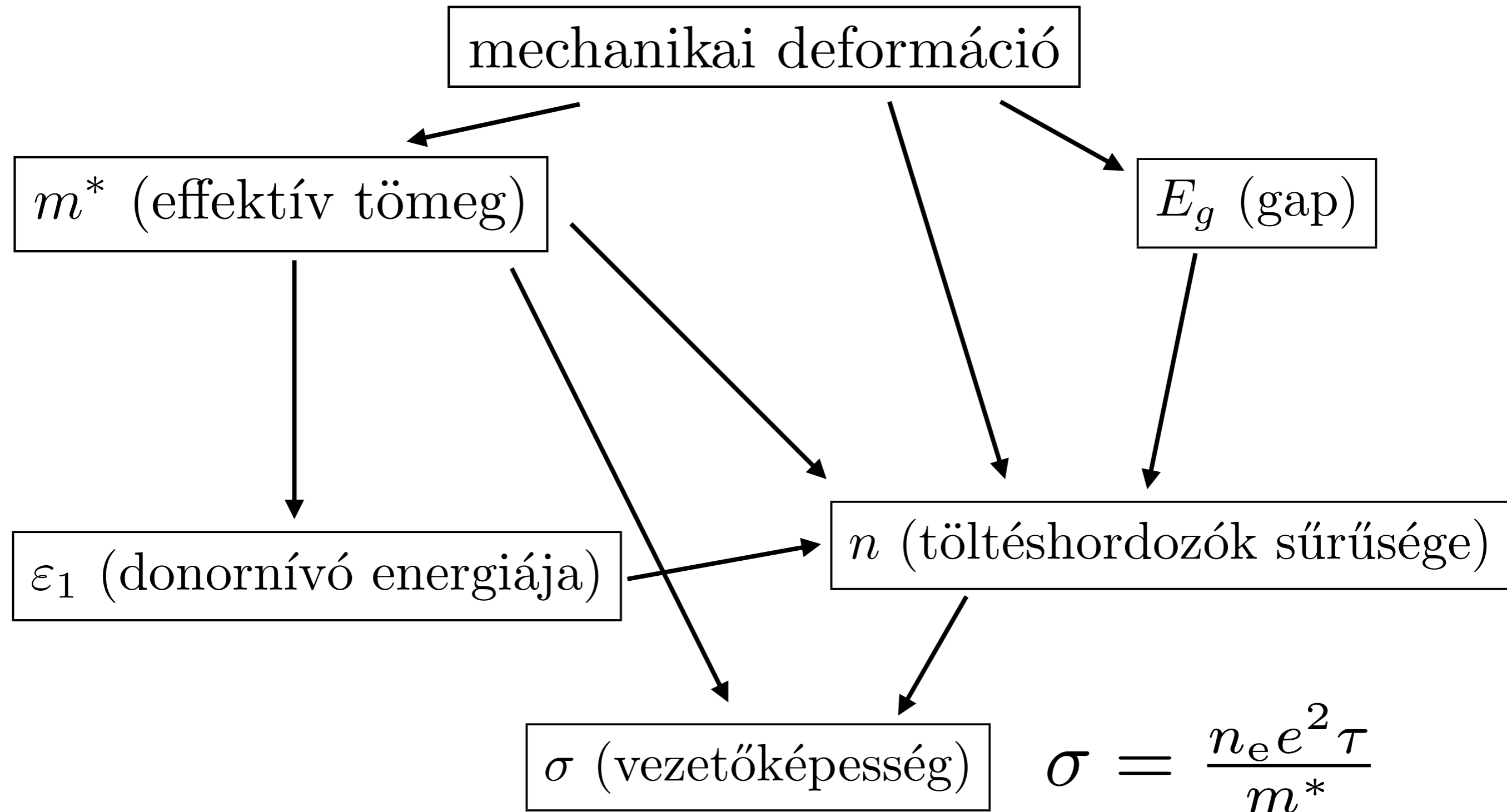


Indirekt tiltottsávú félvezető
(pl. Si)



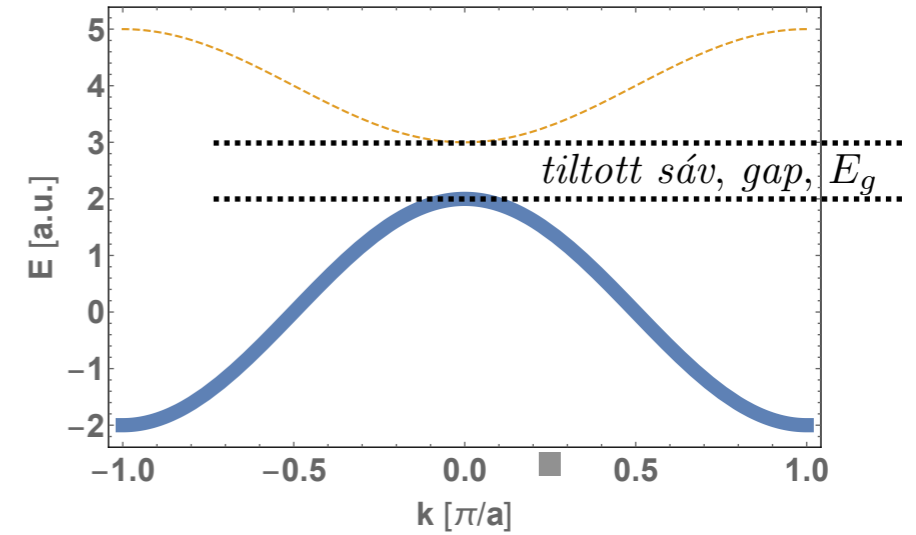
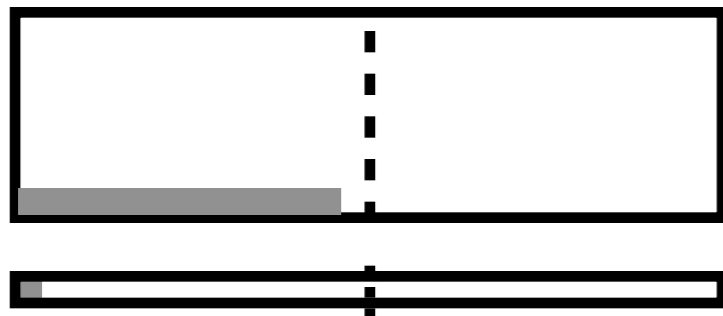
II. Elektronok kristályos szilárdtestekben

II/H Piezorezisztív mechanizmusok félvezetőkben



Összefoglalás

tiszta félvezetők:
tiltott sáv, szigetelő viselkedés



adalékolt félvezetők:
extra töltéshordozók
szobahőmérsékleten vezető



félvezető eszközök (LED)

