

Fizika A2

Alapkérdések

Az elektromágnesség elméletében a vektorok és skalárok (számok) megkülönböztetése nagyon fontos. A következő szövegben a vektorokat a kézírásban is jól használható nyíllal jelöljük a vektort jelölő betű felett. A skalárokat dőlt betű jelzi. Tehát a \vec{v} szimbólum vektormennyiséget, az s betű pedig egy skalármennyiséget jelent.

Elektrosztatika

- Írja fel a légtüres térben az \vec{r}_2 helyvektorú pontba helyezett Q_2 pontszerű töltésre ható elektrosztatikai erőt, ha az \vec{r}_1 pontba egy pontszerű Q_1 töltést helyezünk el!

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{Q_1 Q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^2} \cdot \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|},$$

ahol \vec{F}_{21} a Q_1 töltés által a Q_2 -re kifejtett erő, $k_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, ahol ϵ_0 a vákuum permittivitása (dielektromos állandója).

- Adja meg az elektromos tér \vec{E} térerősségének definícióját!

Ha a tér egy pontjába helyezett kicsi (de nem nulla) q próbatöltésre ható erő \vec{F} , akkor ott az elektromos térerősség

$$\vec{E} = \vec{F}/q.$$

- Mekkora és milyen irányú erő hat az \vec{E} térerősségű sztatikus elektromos térbe helyezett Q töltésre?

Az erő arányos a térerősséggel és a töltéssel:

$$\vec{F} = Q\vec{E}.$$

- Adja meg az erővonal definícióját elektromos tér esetében!

Egy erővonal bármely pontban vett érintője párhuzamos és egyirányú az adott pontban érvényes térerősség vektorral.

- Adja meg a kapcsolatot az elektromos tér erővonal sűrűsége és a térerősség között!

Az erővonalak sűrűsége arányos az adott pontbeli térerősség nagyságával.

- Adja meg az elektromos térerősség adott \mathcal{S} felületre vonatkozó fluxusának (Φ_e) definícióját!

$$\Phi_e = \int_{\mathcal{S}} \vec{E} \cdot d\vec{A},$$

ahol \vec{E} az elektromos térerősség vektor, $d\vec{A}$ egy infinitezimális felületelem felületvektora, $\vec{E} \cdot d\vec{A}$ a két vektor skalárszorzata, és a felületi integrált a kérdéses \mathcal{S} felületre kell elvégezni.

- Adja meg az elektrosztatika Gauss-törvényét diszkrét, pontszerű töltések esetére (vákuumban)!

$$\oint_S \vec{E} \, d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i Q_i ,$$

ahol a baloldali kifejezés az elektromos térerősség egy \mathcal{S} zárt felületre vett fluxusa, ε_0 a vákuum permittivitás, az egyenlet jobb oldalán pedig az \mathcal{S} felület által bezárt összes töltést kell előjelesen összegezni.

- Mi az elektromos potenciál?

Egy A pont elektromos potenciálján az

$$U_A = \int_A^0 \vec{E} \, d\vec{s} = - \int_0^A \vec{E} \, d\vec{s}$$

vonaltintegrált értjük, ahol a 0-val jelölt pont egy szabadon választott 0 potenciálú viszonyítási pont. \vec{E} az elektromos térerősség vektor, $d\vec{s}$ az integrálás két végpontját összekötő tetszőleges út egy infinitezimális szakaszvektora, $\vec{E} \, d\vec{s}$ a két vektor skalárszorzata.

- Mit nevezünk ekvipotenciális felületnek?

(1) Ha egy felület minden pontja egyenlő potenciálú, akkor a felületet *ekvipotenciális felületnek* nevezzük.

(2) Ha egy felületen egy töltést mozgatva az elektromos tér nem végez munkát, akkor az a felület ekvipotenciális.

(3) Ha egy felületen az elektromos erővonalak mindenütt merőlegesen haladnak át, akkor az a felület ekvipotenciális.

- Mi a feszültség definíciója?

Az A pontnak a B ponthoz viszonyított feszültsége

$$U_{AB} = U_A - U_B ,$$

ahol U_A és U_B rendre az A és B pontok potenciálja.

- Mit ért egy vezető anyagból készült, környezetétől elszigetelt, tetszőleges alakú test kapacitásán?

Egy vezető testre felvitt töltés következtében, valamely viszonyítási ponthoz képest a testen olyan potenciál alakul ki, amely arányos a felvitt töltéssel. Az arányossági tényező reciprokát nevezzük a test *kapacitásának*.

- Mekkora töltésmennyiség halmozódik fel C kapacitású kondenzátorban U feszültség hatására?

$$Q = C \cdot U$$

- Mekkora a sorosan kapcsolt C_1 és C_2 kapacitású kondenzátorok eredő kapacitása?

$$C_{\text{eredő}} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} .$$

- Mekkora a párhuzamosan kapcsolt C_1 és C_2 kapacitású kondenzátorok eredő kapacitása?

$$C_{\text{eredő}} = C_1 + C_2 .$$

- Mekkora a C kapacitású, U feszültségre feltöltött kondenzátor elektromos tere által tárolt energia?

$$W_e = \frac{1}{2} CU^2 .$$

- Írja fel a Gauss-törvényt anyag (dielektrikum) jelenlétében!

$$\oint_S \vec{D} d\vec{A} = \sum_i Q_i^{\text{sz}} ,$$

ahol a bal oldali kifejezés a \vec{D} elektromos eltolás vektor egy \mathcal{S} zárt felületre vett fluxusa, az egyenlet jobb oldalán az \mathcal{S} felület által bezárt *szabad* töltéseket kell összegezni.

- Hogyan változik meg egy síkkondenzátor kapacitása, ha a lemezei között ε_r relatív permittivitású (dielektrikus állandójú) anyag (dielektrikum) található, ahhoz képest, mint amikor ott vákuum volt?

$$C_d = \varepsilon_r C_0 ,$$

ahol C_d és C_0 rendre a dielektrikummal feltöltött, illetve az üres kondenzátor kapacitása.

- Miként változik meg a kondenzátor U feszültsége akkor, ha vákuum helyett ε_r relatív dielektrikus állandójú anyaggal (dielektrikummal) töltjük ki a fegyverzetek közötti teret, és a fegyverzeteken a Q töltés értéke állandó marad?

$$U_d = \frac{U_0}{\varepsilon_r} .$$

(jelölések mint fent)

- Adja meg az elektromos tér energiasűrűségének kifejezését vákuumban!

$$w_e = \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 ,$$

ahol E^2 a \vec{E} térerősség vektor abszolút értékének a négyzete.

Stacionárius áramok

- Mit az elektromos áramerősség definíciója?

Ha egy vezető keresztmetszetén Δt idő alatt ΔQ töltés halad át, akkor az áramerősség

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} .$$

- Mi az elektromos áramsűrűség definíciója?

Ha egy vezető ΔA keresztmetszetű részén ΔI áram folyik, akkor ott az áramsűrűség

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta A} .$$

- Mi az összefüggés a töltéshordozók n sűrűsége, q töltése, \vec{v}_d driftsebessége és a \vec{J} áramsűrűség között?

$$\vec{J} = n q \vec{v}_d .$$

- Mit mond ki a differenciális Ohm-törvény?

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} ,$$

ahol \vec{J} az \vec{E} térerősség hatására meginduló áramsűrűség, σ a vezető (fajlagos) vezetőképessége.

- Definiálja egy lineáris (de egyébként tetszőleges) vezető rendszer R elektromos ellenállását!
Ha a vezető rendszer két pontjára U feszültséget kapcsolva I áram folyik, akkor a rendszer ellenállása a két pont között

$$R = \frac{U}{I} .$$

- Mi a fajlagos ellenállás?

$$\rho = 1/\sigma ,$$

ahol σ a fajlagos vezetőképesség.

- Hogyan határozható meg az ℓ hosszúságú, A keresztmetszetű, homogén anyageloszlású, ρ fajlagos ellenállású vezető huzal ellenállása?

$$R = \rho \frac{\ell}{A} .$$

- Írja fel az U feszültségű, I árammal átjárt fogyasztón leadott P elektromos teljesítmény kiszámítására szolgáló összefüggést!

$$P = UI .$$

- Mit mond ki Kirchhoff csomóponti törvénye?

$$\sum I_{be} = \sum I_{ki} ,$$

azaz egy csomópontba be-, illetve kilépő áramok összege megegyezik.

- Mit mond ki Kirchhoff huroktörvénye?

$$\sum I_i R_i + \sum U_i = 0 ,$$

ahol I_i jelöli az i -edik, R_i ellenállású ellenálláson átfolyó áramot, U_i az i -edik telep kapcsoltsúltsége. Mindkét összegzést a megfelelő előjel konvenciók és a választott körüljárási iránynak megfelelően, előjelhelyesen kell felírni.

Magnetosztatika

- Adja meg a \vec{B} mágneses indukcióvektor definícióját az erőhatáson keresztül!
Egy pontszerűnek tekintett q próbatöltésre, mely \vec{v} sebességgel mozog, a mágneses mező

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

erővel hat. A képletben szereplő \vec{B} mennyiséget *mágneses indukcióvektornak* nevezzük.

- Definiálja a mágneses indukcióvektornak adott \mathcal{S} felületre vonatkozó Φ_m mágneses fluxusát!

$$\Phi_m = \int_{\mathcal{S}} \vec{B} \cdot d\vec{A} ,$$

ahol a felületi integrált a kérdéses \mathcal{S} felületre kell elvégezni.

- Írja fel a \vec{H} mágneses térerősség és a \vec{B} mágneses indukcióvektor közötti összefüggést vákuumra és anyag esetére!

Vákuumban:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} .$$

Ún. lineáris anyagokban:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_r \mu_0} ,$$

ahol μ_0 jelöli a vákuum permeabilitását, μ_r pedig az adott anyag relatív permeabilitását.

- Írja fel a gerjesztési (Ampère) törvényt vákuumban!

$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \sum_{\mathcal{S}} I ,$$

ahol a jobboldalon az \mathcal{S} felületet átdöfő áramokat összegezzük, a mágneses indukció baloldalon szereplő vonalintegrálját pedig az \mathcal{S} felület határvonalát képező \mathcal{C} zárt görbére kell elvégezni, a pozitív áram irányához képest jobbkéz szabály szerinti körüljárással.

- Hogyan módosul a gerjesztési törvény anyag jelenlétében?

Általánosságban, vákuum vagy anyag jelenlétében is érvényes az Ampère-féle gerjesztési törvény következő alakja:

$$\oint_C \vec{H} \cdot d\vec{s} = \sum_S I,$$

ahol a jobb oldalon az \mathcal{S} felületet átdőfő áramokat összegezzük, a mágneses térerősség baloldalon szereplő vonalintegrálját pedig az \mathcal{S} felület határvonalát képező \mathcal{C} zárt görbére kell elvégezni, a pozitív áram irányához képest jobbkéz szabály szerinti körüljárással.

- Adja meg a mágneses térerősség nagyságát egy egyenáramtól átjárt végtelen hosszú egyenes vezető környezetében!

Ha a végtelen hosszúnak tekintett egyenes vezetékben I áram folyik, akkor a vezetéktől r távolságra a mágneses térerősség nagysága:

$$H = \frac{I}{2\pi r}.$$

- Írja fel a Lorentz-erőt mágneses térben!

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B},$$

ahol q jelöli a mozgó pont töltését, \vec{v} a sebességét, \vec{B} a mágneses indukcióvektor, a \times pedig vektoriális szorzatot jelöl.

- Adja meg két párhuzamos, I_1 , ill. I_2 árammal átjárt, egymástól r távolságban lévő, végtelen egyenes vezetékek ℓ hosszú darabjai között ható erő nagyságát!

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 \ell}{2\pi r}.$$

- Adja meg egy I áramtól átjárt, ℓ hosszúságú, N menetszámú szolenoid tekercs belsejében a mágneses indukció nagyságát!

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$$

- Ismertesse a mozgási indukció jelenségét!

Ha egy kiterjedt fémtárgyat (vezeték) mágneses térben mozgatunk, akkor a vezetési elektronokra ható Lorentz-erő miatt (részben) szétválnak a töltések. A szétválás addig tart, amíg a felépülő elektrosztatikus tér által kifejtett erő éppen kiegyenlíti a mágneses Lorentz-erőt.

Időben változó elektromos és mágneses tér

- Írja le a nyugalmi indukció jelenségét!

Ha egy zárt vezetőhurok által körülölelt mágneses fluxus időben változik, a hurokban feszültség indukálódik.

- Írja föl Faraday indukciós törvényét!

$$\oint_C \vec{E} \, d\vec{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt},$$

ahol a mágneses fluxust a $\Phi_m = \int_S \vec{B} \, d\vec{A}$ felületi integrál segítségével kell kiszámolni. A baloldali vonalintegrált annak az \mathcal{S} felületnek a határvonalát képező \mathcal{C} zárt görbére kell elvégezni, amire a mágneses fluxust kiszámoltuk.

- Definiálja az L önindukciós tényezőt!

Ha egy tekercsen átfolyó I áram változik, akkor az önindukció miatt az áram időderiváltjával arányos U_i feszültség indukálódik. Az L arányossági tényezőt *önindukciós tényezőnek* nevezzük,

$$U_i = -L \frac{dI}{dt}.$$

- Értelmezze az L_{12} kölcsönös indukciós tényezőt!

Ha U_{2i} -vel jelöljük a 2-es tekercsben indukálódott feszültséget, miközben az 1-es tekercsben I_1 áram folyik, akkor az L_{12} *kölcsönös indukciós tényezőt* az alábbi egyenlet definiálja:

$$U_{2i} = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}.$$

- Milyen kapcsolatot ismer a változó elektromos tér Φ_e fluxusának időbeli változása és az általa létesített \vec{H} mágneses térerősség között vákuumban?

Ha a térben az áramok mellett változó elektromos tér is jelen van, akkor az Ampère-féle gerjesztési törvény az alábbiak szerint egészül ki:

$$\oint_C \vec{H} \, d\vec{s} = \sum_S I + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt},$$

ahol az utolsó tagban $\Phi_e = \int_S \vec{E} \, d\vec{A}$, az elektromos térerősség vektor \mathcal{S} felületre számított fluxusa. Az előtte álló szummában az ugyanezen az \mathcal{S} felületen átmenő áramokat kell előjel-helyesen összegezni. A formai hasonlóság miatt a $\varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$ tagot *eltolási áramnak* nevezzük. A baloldali vonalintegrált az \mathcal{S} felületnek a határvonalát képező \mathcal{C} zárt görbére kell elvégezni.

- Mekkora az L önindukciós tényezőjű, I áramtól átjárt tekercs mágneses terében felhalmozott energia?

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

- Adja meg a mágneses tér energiasűrűségének kifejezését vákuumban!

A mágneses tér energiasűrűsége

$$w_m = \frac{1}{2\mu_0} B^2,$$

ahol B^2 a \vec{B} indukcióvektor abszolút értékének a négyzete.