5. statisztikus fizika gyakorlat

2023. április 3.

1. Tekintsünk B mágneses térbe helyezett $\frac{1}{2}$ spinű részecskéket! Ha a koordinátarendszer z tengelyét a tér irányában vesszük fel, akkor egy részecske energiáját $\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\mu B}{\hbar}\hat{S}_z$ adja meg. Határozzuk meg T hőmérsékleten
   (a) a $Z(T)$ kanonikus állapotösszeget,
   (b) a rendszer $P(E)$ energia szerinti eloszlását,
   (c) az $\langle E\rangle$ átlagenergiát
   (d) és az átlagos mágnesezettséget és a mágnesezettség varianciáját!
   (e) Mekkora a kis terű limeszben a mágnesezettség?
   (f) Milyen a szuszceptibilitás hőmérsékletfüggése?
   (g) Határozzuk meg a hőkapacitást!

2. Egy magas szimmetriájú molekula forgási szabadsági fokait első közelítésben jól leírja a $\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hat{L}^2}{2\Theta}$ Hamilton-operátor, ahol $\hat{L}^2$ az impulzusmomentum négyzete és Θ a tehetetlenségi nyomaték. Határozzuk meg *magas* T hőmérsékleten
   (a) a $Z(T)$ kanonikus állapotösszeget,
   (b) ebből az $\langle E\rangle$ átlagenergiát
   (c) és a C_V hőkapacitást!

   Hasonlóképpen diszkutáljuk az alacsony hőmérsékleti határesetet!

3. Tekintsünk $2N$ db páronként csatolt kvantumos harmonikus oszcillátort, ahol a csatolás a két oszcillátor relatív pozíciójától függő harmonikus csatolás.
   (a) Határozzuk meg a $Z(T,N)$ állapotösszeget!
   (b) Határozzuk meg az $F(T,N)$ szabadenergiát!
   (c) Ebből adjuk meg az $S(T,N)$ entrópiát!
   (d) Majd ebből a hőkapacitást!

Példák otthoni gyakorlásra:

1. Tekintsünk egy kanonikus rendszert, amelyet N darab rögzített, nemkölcsönható részecske alkot! Mindegyik részecske alapállapota felett egyetlen ε energiájú gerjesztett állapot van, mely D degenerációval rendelkezik!
   (a) Határozzuk meg a $Z(T,N)$ állapotösszeget!
   (b) Ebből adjuk meg az áltagos energiát!
   (c) Adjuk meg az energia szórásnégyzetét, mennnyi a relatív szórás, $\sqrt{\langle\delta E^2\rangle}/\langle E\rangle$?
   (d) Adjuk meg a szabadenergiát!
   (e) Adjuk meg az entrópiát,
   (f) majd ebből a hőkapacitást!

2. Egy magas szimmetriájú molekula forgási szabadsági fokait első közelítésben jól leírja a $\widehat{\mathcal{H}} = \frac{\widehat{L}^2}{2\Theta}$ Hamilton-operátor, ahol $\widehat{L}^2$ az impulzusmomentum négyzete és Θ a tehetetlenségi nyomaték. Határozzuk meg *magas* T hőmérsékleten

   (a) a $Z(T)$ kanonikus állapotösszeget,

   (b) az $F(T)$ szabadenergiát,

   (c) az S entrópiát

   (d) és *ebből* a C_V hőkapacitást!

   Hasonlóképpen diszkutáljuk az alacsony hőmérsékleti határesetet!