

Név:
Neptun:

StatFiz gyakorlat 1., 1. nagy ZH

2020. április 20.

1. feladat (25 pont) Tekintsük a V térfogatba zárt, N megkülönböztethetetlen klasszikus ideális gázatomból álló rendszert!

- Határozzuk meg *mikrokanonikus* sokaságban az $\Omega_T(E, V, N)$ állapotszámot,
- az $S(E, V, N)$ entrópiát,
- a $T(E, V, N)$ hőmérsékletet,
- és Legendre-transzformációval az $F_{\text{mik}}(T, V, N) = E - TS$ szabadenergiát!
(A végső eredményhez mindenhol helyettesítsük E -t a $T(E)$ függvény inverzéből!)
- Most határozzuk meg *kanonikus* sokaságban T hőmérsékleten a Z állapotösszeget
- és az $F(T, V, N)$ szabadenergiát! Mutassuk meg, hogy a kétféle szabadenergia termodinamikai limeszben megegyezik!

2. feladat (25 pont) Egy Θ tehetetlenségi nyomatékú térbeli rotátor Hamilton-függvénye

$$\mathcal{H}(\vartheta, \varphi, p_\vartheta, p_\varphi) = K = \frac{p_\vartheta^2}{2\Theta} + \frac{p_\varphi^2}{2\Theta \sin^2 \vartheta}$$

(egy gömbfelszínen való mozgásról van szó, vagyis részecskénként két szabadsági fok van). Vizsgáljuk mikrokanonikus sokaságban az $N \gg 1$ darab, ilyen megkülönböztethetetlen részecskéből álló rendszert!

- Írjuk fel az Ω_T állapotszám definiáló képletét erre a rendszerre, és számoljuk is ki ezt! Tipp: először fix szögváltozók esetén határozzuk meg az impulzuskomponensekre történő integrálok által definiált térfogatot!
- Határozzuk meg az S entrópiát,
- T hőmérsékletet
- és a C_V hőkapacitást!
- Teljesül-e a III. főtétele?

3. feladat (25 pont) Tekintsük N megkülönböztethető *háromdimenziós, kvantum* harmonikus oszcillátor összességét! Határozzuk meg T hőmérsékleten

- a Z kanonikus állapotösszeget! Tipp: statisztikus fizikai szempontból van-e jelentősége annak, hogy $\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_2$ -ben az egyes Hamiltonik két külön részecskéhez tartoznak, vagy egyetlen részecske két független szabadsági fokához?
- Határozzuk meg a rendszer F szabadenergiáját,
- az S entrópiáját,
- és *ebből* a C_V hőkapacitást!

4. feladat (25 pont) Tekintsünk B mágneses térbe helyezett $S = 1$ spinű részecskéket! Ha a koordinátarendszer z tengelyét a tér irányában vesszük fel, akkor egy részecske energiáját $\hat{\mathcal{H}} = -\frac{\mu_B}{\hbar} \hat{S}_z$ adja meg, ahol \hat{S}_z a szokásos (impulzuszmomentum dimenziójú) spin operátor z komponense ($\hat{S}_z |m_s\rangle = \hbar m_s |m_s\rangle$). A rendszerünk N ilyen megkülönböztethető részecskét tartalmaz. Határozzuk meg T hőmérsékleten

- a Z kanonikus állapotösszeget,
- az $\langle E \rangle$ átlagenergiát
- és az átlagos mágnesezettséget ($\hat{m} = \frac{\mu_B \hat{S}_z}{\hbar}$)!
- Mekkora a kis terű limeszben a mágnesezettség?
- Milyen a szuszceptibilitás hőmérsékletfüggése?