4. statisztikus fizika gyakorlat

2018. március 5.

1. Tekintsünk egy kvantummechanikai rendszert, amelynek a $-\frac{\varepsilon}{2}$ energiájú alapállapota felett van egy $\frac{\varepsilon}{2}$ energiájú gerjesztett állapota! Határozzuk meg T hőmérsékleten (diszkutálva a releváns határeseteket)
   (a) a Z kanonikus állapotösszeget,
   (b) a rendszer $P(E)$ energia szerinti eloszlását,
   (c) az $\overline{E}$ átlagenergiát
   (d) és a C_V hőkapacitást!
   (e) Határozzuk meg N darab ilyen rendszer együttesére ugyanezeket a mennyiségeket!

2. Tekintsünk B mágneses térbe helyezett $\frac{1}{2}$ spinű részecskéket! Ha a koordinátarendszer z tengelyét a tér irányában vesszük fel, akkor egy részecske energiáját $\widehat{\mathcal{H}} = -\frac{\mu B}{\hbar}\widehat{S}_z$ adja meg. Határozzuk meg T hőmérsékleten
   (a) a Z kanonikus állapotösszeget,
   (b) a rendszer $P(E)$ energia szerinti eloszlását,
   (c) az $\overline{E}$ átlagenergiát
   (d) és az átlagos mágnesezettséget!
   (e) Mekkora a kis terű limeszben a mágnesezettség?
   (f) Milyen a szuszceptibilitás hőmérsékletfüggése?
   (g) Határozzuk meg a hőkapacitást!

3. Egy magas szimmetriájú molekula forgási szabadsági fokait első közelítésben jól leírja a $\widehat{\mathcal{H}} = \frac{\widehat{L}^2}{2\Theta}$ Hamilton-operátor, ahol $\widehat{L}^2$ az impulzusmomentum négyzete és Θ a tehetetlenségi nyomaték. Határozzuk meg *magas* T hőmérsékleten
   (a) a Z kanonikus állapotösszeget,
   (b) az $\overline{E}$ átlagenergiát
   (c) és a C_V hőkapacitást!

   Hasonlóképpen diszkutáljuk az alacsony hőmérsékleti határesetet!

Példák otthoni gyakorlásra:

1. Határozzuk meg a 2. feladatban leírt rendszerben a mágnesezettség négyzetének átlagát, valamint a mágnesezettség szórását!

2. Legyen N független részecskéből álló rendszerünk. Minden részecske két energiaértéket vehet fel (ε_0, 0). A felső energiaszint kétszeresen degenerált. Számítsuk ki a rendszer hőkapacitását!

3. A kétdimenziós kvantumos harmonikus oszcillátor energiaspektruma felírható az $E_n = \hbar\omega\,(n+1)$ alakban, ahol az n indexű nívó degeneranciája $n+1$. Határozzuk meg a hőkapacitást T hőmérsékleten! (Tipp: az állapotösszeget írjuk fel egy mértani sor deriváltjaként, és tegyük fel, hogy a deriválás felcserélhető a szummával!)