

Példák: Magnetosztatika

I. KÉT TÖLTÖTT HUZAL (A TÍPUSÚ)

Adott két egyenes huzal, mindkettő λ töltéssűrűséggel, egymástól d távolságra. Mindkettőt v sebességgel mozgatjuk önmagukkal párhuzamosan. Mekkora kell lenni a v sebességnek ahhoz, hogy a mágneses és elektromos erők egymást kiegyensúlyozzák?

II. ÁLLANDÓ ÁRAM (A TÍPUSÚ)

Egy I nagyságú állandó áram folyik egy henger alakú drótban, amelynek sugara a .

1. Számítsa ki a mágneses teret (kívül és belül), ha az áram eloszlása folytonos a drót felületén!
2. Számítsa ki a mágneses teret (kívül és belül), ha az áram eloszlása a tengelytől mért r távolsággal fordítottan arányos!

III. THOMSON MÉRÉSE (A TÍPUSÚ)

1897-ben J.J. Thomson elsőként megmérte katódsugarak (azaz elektronok) töltés-tömeg arányát (q/m) a következőképen:

1. A katód-sugarat egy olyan térrészbe vezette, amelyben egy elektromos és egy mágneses tér hatott egymásra merőlegesen. Legyen a katódsugár iránya $+z$ (az apparátustól távol), az elektromos tér iránya $+y$, a mágneses téré $-x$. Erősségük E és B . Thomson az elektromos teret úgy állította be, úgy, hogy a katód-sugár egyenesen ment át az apparátuson. Mekkora volt a katódsugár részecskéinek sebessége E és B függvényében?
2. Thomson ezután kikapcsolta a elektromos teret, és megmérte a katódsugár által leírt körív sugarát. Ennek ismeretében mi a katódsugár q/m aránya?

IV. NÉGYSZÖG, SOKSZÖG (B TÍPUSÚ)

1. Adott egy négyzet alakú fémhurok, a négyzet oldalhossza $2R$. A hurokban I áram folyik az óramutatóval ellentétes irányban. Határozza meg a mágneses teret a négyzet közepében.
2. Határozza meg a mágneses teret egy n -szöget alkotó hurok középpontjában, ha I áram folyik az óramutatóval ellentétes irányban. A középponttól egy adott oldalig a távolság R .
3. Mi történik az $n \rightarrow \infty$ limeszben?

V. KÖRÍVEK (B TÍPUSÚ)

Adott egy fémhuzal, amely két különböző sugarú $\pi/2$ -szögű körívből áll. Az egyik körív a sugarú, és ebben az áram az óramutató járásával ellentétes irányban halad. A másik körív b sugarú, ebben az áram az óramutató járásával megegyező irányban halad. $b > a$. A két körív koncentrikus, és a 0 és a $\pi/2$ szögek között helyezkednek el. A két körívet alkotó huzalt a nulla és $\pi/2$ szögeknél egyenes radiális irányú huzalok kötik össze, amelyekben az áram radiális irányban kifelé, illetve befelé folyik, és az áramkör így teljes. Számolja ki a mágneses teret az origóban.

VI. SÍKÁRAM ÉS HOMOGEN MEZŐ VEKTORPOTENCIÁLJA (B TÍPUSÚ)

1. Adott egy síkfelület, amelyen K felületi áramsűrűség folyik. Határozza meg a vektorpotenciált a felület felett és alatt!
2. Ha \mathbf{B} homogén, mutassa meg, hogy $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{r} \times \mathbf{B})$ működik, mint vektorpotenciál, azaz $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$!
Mennyi $\nabla \cdot \mathbf{A}$? Vannak-e más megfelelő függvények?

További gyakorlásra

VII. DRÓTHUROK MÁGNESES ÉS GRAVITÁCIÓS TÉRBEN (A TÍPUSÚ)

Egy téglalap alakú fémdróthurok, melynek a tömege m , függőlegesen lóg, úgy, hogy egy részén keresztül hat egy B erősségű mágneses tér. A téglalap két oldala függőleges, a másik kettő vízszintes. A vízszintes oldal hossza a . A tér iránya merőleges a téglalagra. Mekkora I áramot kell vezetni a hurokba, hogy a gravitációs erő ki legyen egyensúlyozva?

VIII. NÉGYZET ALAKÚ HUOK INHOMOGÉN MÁGNESES TÉRBEN (A TÍPUSÚ)

Adott egy mágneses tér,

$$\mathbf{B} = kz\hat{\mathbf{x}}, \quad (1)$$

ahol k egy állandó. Mekkora erő hat egy a oldalú négyzet alakú hurokra, amely az yz síkban helyezkedik el, úgy, hogy a négyzet középpontja az origó, ha egy I erősségű

áram kering benne, az óra járásával ellentétes irányban (a pozitív x irányból nézve)?

IX. MÁGNESES ERŐK VÉGTELEN HUZAL KÖZELÉBÉN (B TÍPUSÚ)

- Adott egy függőleges végtelen egyenes fémhuzal, amelyben I áram folyik, fölfelé. A huzal jobb oldalán van egy négyzetformába hajtott huzal. A négyzet oldala a hosszúságú, a huzaltól s távolságra van, úgy, hogy a négyzet oldalai a végtelen huzalra merőlegesek, illetve azzal párhuzamosak. A négyzet huzalban is I áram kering, a végtelen huzalhoz közelebbi párhuzamos oldalában a végtelen huzalban folyó árammal ellentétes irányban. Számolja ki a négyzethuzalra ható erőt!
- Legyen a fenti kérdésben a négyzet helyett egyenlő oldalú háromszög, amelynek oldalhossza a . A háromszög végtelen huzalhoz legközelebb eső oldala párhuzamos vele, viszont az áram benne a végtelen huzaléval ellentétes irányba halad. Számolja ki a háromszöghuzalra ható erőt!

X. ÁRAMSŰRŰSÉG (A TÍPUSÚ)

Egy a sugarú henger alakú dróton I erősségű áram folyik.

- Ha az áram a drót felületén folyik, mekkora a felületi áramsűrűség, K ?
- Ha az áram eloszlása olyan, hogy a térfogati áramsűrűség a tengelytől való távolság reciprokával arányos, mekkor az áramsűrűség J ?

XI. HOMOGEN MÁGNESES MEZŐ VEKTORPOTENCIÁLJA (A TÍPUSÚ)

Ha \mathbf{B} homogén, mutassa meg, hogy $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{r} \times \mathbf{B})$ működik, mint vektorpotenciál, azaz $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$!

Mennyi $\nabla \cdot \mathbf{A}$? Vannak-e más megfelelő függvények?

XII. FORGÓ GÖMB (A TÍPUSÚ)

Egy R sugarú Q töltésű és egyenletes töltéssűrűségű gömb ω szögsebességgel forog a z -tengely körül. Számolja ki a \mathbf{J} áramsűrűséget az r, θ, ϕ gömbi koordináták függvényében!

XIII. TÉRFOGATRA INTEGRÁLT ÁRAM (B TÍPUSÚ)

Adott egy időben változó töltés és áramkonfiguráció egy \mathcal{V} térfogaton belül. Mutassa meg, hogy

$$\int_{\mathcal{V}} \mathbf{J} d\mathbf{r} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}, \quad (2)$$

ahol \mathbf{p} a térfogat teljes dipólmomentuma. [Segítség: számolja ki a $\int_{\mathcal{V}} \nabla \cdot (x\mathbf{J}) d\mathbf{r}$ integrált és használja a töltésmegmaradást!]

XIV. ÁRAM EGY AMPERI HURKON KERESZTÜL (B TÍPUSÚ)

Amikor egy C amperi hurok (zárt görbe) által körülölelt áramerősséget számoljuk, a következő integrált kell kiszámolni,

$$I_{\text{Amp}} = \int_{\mathcal{F}} \mathbf{J} \cdot d\mathbf{f}. \quad (3)$$

ahol $\partial F = C$. Viszont egy adott C peremvonalhoz végtelen sok F felület tartozik. Melyik felületet válasszuk?

XV. KÖRÍVEK ÉS EGYENESEK (B TÍPUSÚ)

Adott egy fémhuzalból készült körív, amelynek sugara R . A körív $-\pi/2$ -től $\pi/2$ -ig tart, a középpontja az origó. A körívhez a két végén két nagyon hosszú egyenes huzal van erősítve. Az alsó huzalban balra, a körívben az óra mutatójával megegyező irányban, a felső huzalban jobbra folyik I erősségű áram. Mekkora a mágneses tér az origóban?

XVI. KÉT KOAXIÁLIS SZOLENOID (A TÍPUSÚ)

Két hosszú koaxiális szolenoidban I nagyságú áram ellentétes irányban folyik. A szolenoidok sugarai $a < b$, és a tekercsek sűrűsége egység hosszönként n_1, n_2 . Határozza meg a mágneses teret a három különböző tartományban: (a) $r < a$, (b) $a < r < b$, (c) $b < r$!

XVII. AMPÈRE TÖRVÉNYE (B TÍPUSÚ)

Összeegyeztethető Ampère törvénye azzal az általános szabállyal, hogy egy rotáció divergenciája nulla? Mutassa meg, hogy az Ampère törvény nem lehet általánosan érvényes, kizárólag magnetostatikában!

XVIII. MÁGNESES MONOPÓLUSOK (B TÍPUSÚ)

Tegyük fel, hogy léteznek mágneses monopólusok. Hogy módosítaná a Maxwell egyenletet és a Lorentz erőt, hogy összeegyeztethetők legyenek a mágneses monopólusok létezésével? Ha több lehetőség van, írja fel őket, és javasoljon kísérleteket hogy el lehessen dönteni melyik érvényes?

XIX. ÁRAMSŰRŰSÉG VEKTORPOTENCIÁL BŐL (B TÍPUSÚ)

Milyen áramsűrűség kelt egy $\mathbf{A} = k\hat{\phi}$ (ahol k egy konstans) vektorpotenciált? (Az \mathbf{A} -t itt hengerkoordinátákban írtuk.)

XX. VÉGES KERESZTMETSZETŰ HUZAL VEKTORPOTENCIÁLJA (B TÍPUSÚ)

Adott egy egyenes végtelen hosszú huzal amelyben I áram folyik, a huzal sugara R , és az áramsűrűség homogén!

1. Határozza meg a vektorpotenciált r távolságra a tengelytől! Ellenőrizze, hogy $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$, és hogy $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}$!
2. Határozza meg a mágneses skalárpotenciált, ha $r > R$!

XXI. FORGÓ GÖMB VEKTORPOTENCIÁLJA

Egy R sugarú gömbhéj, amelynek σ felületi töltéssűrűsége van, ω szögsebességgel forog. Határozza meg a vektorpotenciált \mathbf{r} pontban!

XXII. KÖRALAKÚ ÁRAMHUROK MINT MÁGNESES DIPÓLUS

Adott az xy -síkból egy R sugarú, köralakú áramhurok, amelyben I áram folyik. A kör középpontja az origóban van.

1. Írja fel az $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ vektorpotenciál integrálkifejezését a tér minden pontjában!
2. Határozza meg a kapott integrál közelítő értékét az origótól elrendően nagy $r \gg R$ távolságra!
3. A kapott eredményt írja fel "vektoros" alakban úgy, hogy a körvezetőt m pontszerű dipólusnak tekintik!

XXIII. FONOGRÁF

1. Egy fonográf lemezen σ felületi töltéssűrűség helyezkedik el. Ha ω szögsebességgel forog, mekkora a felületi áramsűrűség K az origótól való távolság függvényében?
2. Határozza meg a fonográflemez mágneses terét a szimmetria tengely mentén!
3. Írja fel a mágneses teret a lemeztől nagy távolságra, dipólus közelítésben!

XXIV. MOZGÓ SÍKKONDENZÁTOR MÁGNESES TERE

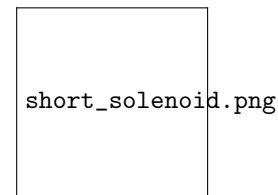
Egy nagy síkkondenzátor, amelyen a felületi töltéssűrűség σ (felső lemez), $-\sigma$ (alsó lemez), a lemezekkel párhuzamos v sebességgel halad.

1. Határozza meg a mágneses teret a két lemez között, azok felett, és azok alatt!
2. Határozza meg a felületegységnyi mágneses erőt a felső lemezen, beleértve az erő irányát!
3. Milyen v sebességnél egyensúlyozza ki a mágneses erő az elektromos erőt?

XXV. VÉGES SZOLENOID

Adott egy n menetsűrűségű L hosszúságú, henger alakú szolenoid, amelyben I áram folyik. A szolenoid sugara a . Határozza meg a mágneses teret a szolenoid jobb végétől d távolságra a tengely mentén lévő P pontban!

Útmutatás: a mágneses teret az alábbi ábrán látható θ_1 és θ_2 szögekkel érdemes kifejezni.



XXVI. VÉGES HUZAL ELEM VEKTORPOTENCIÁLJA

Adott egy huzal eleme, amelyben I áram folyik. A huzalelem a z_1 és z_2 koordináták között helyezkedik el. Határozza meg a huzalelem vektorpotenciálját!

XXVII. CIKLOID MOZGÁS

Adott egy q töltésű pontrészcse az origóban, melynek kezdősebessége nulla. A részecske két térrel hat kölcsön, mégpedig egy x -irányú B nagyságú mágneses térrel, valamint egy z -irányú E nagyságú elektromos térrel.

1. Határozza meg a részecske pályáját jellemző $y(t), z(t)$ függvényeket! (Segítség: Írja fel a Newton-egyenleteket a két komponensre, az eredmény két csatolt differenciál-egyenlet, egy az y , egy a z irányban.)
2. Határozza meg a részecske pályáját ha a részecske kezdősebessége

$$\mathbf{v}(0) = \frac{E}{B} \hat{\mathbf{y}}. \quad (4)$$

3. Határozza meg a részecske pályáját ha a részecske

kezdősebessége

$$\mathbf{v}(0) = \frac{E}{2B} \hat{\mathbf{y}}. \quad (5)$$

4. Határozza meg a részecske pályáját ha a részecske kezdősebessége

$$\mathbf{v}(0) = \frac{E}{B} (\hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}}). \quad (6)$$

XXVIII. ÁTHALADÁS MÁGNESES TARTOMÁNYON

Egy q töltésű részecske konstans v sebességgel halad a z -tengely mentén mínusból plusz irányba. Amikor $z = 0$ -hoz ér, egy olyan régióba ér, ahol egy konstans B erősségű x -irányú mágneses mező hat rá. Határozza meg, hol lép ki a részecske ebből a régióból!