Példák: Mágneses anyagok

I. MÁGNESEZETT GÖMB

A következő példák között vannak olyanok, amelyeket meg lehet egyszerűen határozni a $\mathbf{H} = 0$ (ami igaz, ha nincsenek szabad áramok) egyenlet alapján. Ezekben az esetekben is igazolja az eredményt a skalárpotenciál és a tér explicit kiszámolásával!

1. Ha nincs szabad áram, akkora a $\nabla\times\mathbf{H} = 0$, így a $\mathbf{H}$-t ki lehet fejezni egy skalárpotenciál gradienseként,

   $$\mathbf{H} = -\nabla\Phi_M. \tag{1}$$

   Ebből az is következik, hogy

   $$\nabla^2\Phi_M = \nabla\cdot\mathbf{M}, \tag{2}$$

   azaz Φ_M kielégíti a Poisson egyenletet, úgy, hogy $\nabla\cdot\mathbf{M}$ a forrás. Így lényegében az egész Poisson egyenlet megoldására kitalált technikák érvényesek. Határozza meg egy egyenletes mágnesezettségű gömb terét a változó-szeparációs módszerrel! A gömb sugara legyen R, a mágnesezettsége $\mathbf{M} = M\hat{\mathbf{z}}$, és a központja legyen az origóban. Határozza meg a $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$, mennyiségeket a gömbön belül és kívül!

2. A fenti gömböt $\mathbf{B_0} = B_0\hat{\mathbf{z}}$ homogén térbe helyezzük. Határozza meg a $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$ tereket ebben az esetben is. A gömb mágnesezettsége legyen $\mathbf{M} = M\hat{\mathbf{z}}$, mint az előző példában, azaz a mágnesezettség ne változzon a külső tér hatására!

3. Adott egy R sugarú gömb amelynek a szuszceptibilitása χ_m. Ezt a gömböt $\mathbf{B_0} = B_0\hat{\mathbf{z}}$ külső mágneses térbe helyezzük, úgy, hogy a gömb középpontja az origóban van. Határozza meg a $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$ tereket, valamint a gömb mágnesezettségét $\mathbf{M}$-et is!

4. A fenti esetekben rajzolja fel a $\mathbf{B}$, $\mathbf{H}$, $\mathbf{M}$ vektorterek vonalait. A χ_m mágneses szuszceptibilitású gömb esetében rajzoljon külön rajzot a paramágneses és a diamágneses esetekre!
   (Megjegyzés: A szupravezető anyagok tökéletes diamágnesek. Hogy néznek ki a térvonalak, ha a gömb szupravezető?)

II. MÁGNESES HISZTERÉZIS

Mint az ismeretes, ha mágnesezhető anyagot mágneses térbe helyezünk, akkor abban mágneses dipólmomentum sűrűség indukálódik. Ezt nemlineáris $M(B)$ görbe adja meg. A szükséges Maxwell egyenletek felhasználásával rajzolja át a megadott $M(B)$ görbét $B(H)$ görbévé!

III. LÉGRÉS TOROID TEKERCSBEN

Adott egy nagyon sűrű N menetű toroid tekercs, amelyet egy nemlineáris mágnesezhető anyag tölt ki. A toroid középvonalának a hossza l, keresztmetszete F_0. A geometriai arányok olyanok, hogy a keresztmetszet mentén a B mágneses indukció nagysága homogénnek tekinthető és a B érték számítható a toroid középvonalra felírt megfelelő (integrális) Maxwell egyenlet segítségével. A toroid vasmagjában egy (a középvonalra merőleges) $\delta \ll l$ vékony légrés van. A tekercsben állandó nagyságú I_0 áram folyik.

1. Az $M(B)$ ismeretében határozza meg a légrésben a B_0 mágneses indukció nagyságát!

2. A $B(H)$ ismeretében határozza meg a légrésben a B_0 mágneses indukció nagyságát!

IV. VÉKONY MÁGNESES LEMEZ TERE

Adott egy vékony h vastagságú, végtelen nagynak tekinthető sík mágneses lemez. A lemezben (a felületre merőlegesen) a homogén mágneses polarizáció $\mathbf{M}$. A lemez anyagának a $B(H)$ görbéje ismert és a térben szabad áramok sehol nem folynak.

1. Az elrendezés szimmetriája és a $\mathbf{B}$ határfeltételeinek az ismeretében, adja meg a $\mathbf{B}$ mágneses indukciót mindenhol a térben!

2. Adja meg a $\mathbf{H}$ mágneses térerősséget mindenhol a térben!

V. DIAMÁGNESESSÉG NAÍV MODELLJE

Vegyük egy elektron pályáját az atommag körül körpályának. Az elektront magát vegyük egy köráramnak:

$$I = \frac{e}{T} = \frac{ev}{2\pi R}, \tag{3}$$

azaz a pályához rendelhető dipólmomentum

$$\mathbf{m} = -\frac{1}{2}evR\hat{\mathbf{z}}. \tag{4}$$

A keringő elektronra hat az atommag vonzereje, azaz

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{R^2} = m_e\frac{v^2}{R}. \tag{5}$$

Ha az anyagot mágneses térbe helyezzük, egy további erő, a Lorentz erő is hat az elektronra, így

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{R^2} + e\tilde{v}B = m_e\frac{\tilde{v}^2}{R}, \tag{6}$$

ahol $\tilde{v}$ a mágneses erő hatására módosult sebesség.

1. Mutassa meg, hogy ha $\Delta v = \tilde{v} - v$, akkor

$$\Delta v = \frac{eRB}{2m_e}. \tag{7}$$

Írja fel a dipólmomentum változását ($\mathbf{\Delta m}$) is, a mágneses tér ($\mathbf{B}$) függvényében!

2. A fenti modell alapján adjon egy becslést a réz szuszceptibilitására (χ_m)! A mért érték $\chi_m = -9.7 \times 10^{-6}$, *Handbook of Chemistry and Physics*, 67th ed. (Boca Raton: CRC Press, Inc., 1986).