

**TÉMA: Vezető testek közötti kapacitás számolása. Kapacitás együtthatók, potenciál együtthatók. Főkapacitások, szórt kapacitások (földkapacitások)**

**1.) feladat**

A térben  $N$  db fémtest helyezkedik el. Ezekre rendre  $Q_i$  töltés van és ennek megfelelően az elektromos potenciáljuk  $\Phi_i$  ( $i=1,2,3,..N$ ). A Maxwell egyenletek linearitása miatt írható, hogy:

$$\Phi_i = \sum_{j=1}^N p_{ij} Q_j \quad \text{és} \quad Q_i = \sum_{j=1}^N c_{ij} \Phi_j ,$$

Ahol  $p_{ij}$  az ún. potenciál együtthatók és  $c_{ij}$  az ún. kapacitás együtthatók.

(MEGJEGYZÉS: Esetleg használhatjuk az Einstein-féle szummázási konvenciót!)

a.) A rendszer összenergiájának a felírásával mutassa meg, hogy a  $p_{ij}$  és a  $c_{ij}$  mátrixok szimmetrikusak!

b.) Legyen  $N=3$ ! A  $c_{ij}$  adatok ismertek. Algebrai „bővítéssel” írja az egyenleteket

$$Q_i = \sum_{k=0}^N C_{ik} (\Phi_i - \Phi_k) \quad i=1,2,3$$

ahol  $\Phi_0 \equiv 0$  a Föld (illetve a végtelen távoli pont) potenciálja. A  $C_{ik}$  ( $i,k=1,2,3$ ) neve „főkapacitás” és  $C_{i0}$  ( $i=1,2,3$ ) „földkapacitás vagy szórt kapacitás”. Együttes nevük „részkapacitás”. Rajzoljon ún. „áramkört modellt”!

c.) Írja fel a rendszer energiáját a  $C_{ik}$  részkapacitások segítségével!

**2.) feladat**

Adott két,  $R_1$  és  $R_2$  sugarú fémgömb. A középpontjaik távolsága „ $a \gg R_1, R_2$ ”. Mivel az „ $a$ ” sokkal nagyobb a gömbök sugaránál, ezért jó közelítéssel a  $Q_1$  töltés elektromos potenciálja az  $R_2$  gömbfelületen mindenhol „ $1/4\pi\epsilon_0 a$ ”-nak vehető és ugyanez fordítva is igaz.

a.) Írja fel a  $p_{ij}$  potenciál együtthatók mátrixát erre az esetre!

b.) A  $p_{ij}$  mátrix ismeretében, határozza meg a  $c_{ij}$  kapacitás együtthatók mátrixát

c.) Határozza meg a  $C_{12}$  főkapacitást és a  $C_{10}$ ,  $C_{20}$  szórt (föld-) kapacitásokat

### 3.) feladat

A térben  $N$  db rögzített fémtest helyezkedik el. Ezeket rendre  $Q_i$  töltés van és ennek megfelelően az elektromos potenciáljuk  $\Phi_i$  ( $i=1,2,3,..N$ ). Ahhoz, hogy a rendszer mechanikai egyensúlyban legyen, a fémtestekre külső mechanikai erővel is hatni kell. Töltött fémtesetek között ható elektrosztatikus erők számítására a „virtuális munka” elvének általánosítását használjuk.

Tekintsük az „ $i$ ”-ik fémtestet. Határozzuk meg a rá ható elektrosztatikus erőt!

a.) Legyen minden fémtesten a töltés állandó! Mozdítsuk el az „ $i$ ”-ik fémtestet (gondolatban) infintezimális kicsiny  $d\vec{\xi}$  elmozdulással. Határozzuk meg az ezalatt általunk végzett  $dW^K$  (mechanikai) munkát! Ez megegyezik a rendszer elektrosztatikus energiájának a megváltozásával. Ennek ismeretében határozza meg „ $F_\xi^E$ ”-t azaz az „ $i$ ”-ik fémtestére ható elektrosztatikus erő  $d\vec{\xi}$  irányú komponensét!

b.) Határozzuk meg a  $F_\xi^E$  erőt akkor, ha a virtuális elmozdulás során a  $\Phi_i$  potenciálokat tartjuk állandónak. Ekkor figyelembe kell venni az állandó potenciálokat biztosító telepek által végzett munkát is”.

### 4.) feladat

Adott egy síkkondenzátor. A fémfelületek nagysága legyen „ $A$ ”. A lemezek közötti „ $x$ ” távolság sokkal kisebb az „ $A$ ” felület bármelyik lineáris méreténél. Azaz a kondenzátor szélein fellépő szórt tereket hatását elhanyagolhatjuk. A kondenzátort ( $\pm Q$  töltéssel) feltöltöttük.

a.) Határozza meg a lemezek között ható erőt a Coulomb törvény felhasználásával!

b.) Határozza meg a lemezek között ható erőt a virtuális munka elvével, feltéve, hogy a kondenzátor  $\pm Q$  töltése állandó!

c.) Határozza meg a lemezek között ható erőt a virtuális munka elvével, feltéve, hogy a lemezek közötti „ $U$ ” feszültség (potenciálkülönbség) állandó!

d) Határozza meg a lemezekre a  $Q$  töltés miatt ható nyomást!