

**TÉMA: Az elektrosztatikus tükrözési módszer:
síktükrözés, hengertükrözés, gömbtükrözés.**

1.) feladat

Adott egy (x,y,z) koordinátarendszer. A $z \leq 0$ végtelen félteret vezető anyag tölti ki. A „ z ” tengely „ $+z$ ” koordinátájú pontjában egy „ $+Q$ ” ponttöltés helyezkedik el.

- Határozza meg a tükörtöltés nagyságát és a helyét!
- Határozza meg az $\vec{E}_F$ térerősséget és a $\vec{D}_F$ eltolási vektort a vezető (x,y) felületén!
- Határozza meg a fém felületén kialakuló σ_F felületi töltéssűrűséget!
- Határozza meg a felületen megjelenő Q_F össztöltést!
- Határozza meg a „ $+Q$ ” ponttöltésre ható erőt!
- Határozza meg a „ $+Q$ ” ponttöltés potenciális enrgiáját!

2.) feladat

Tekintsük az (x,y,z) koordinátarendszert. Adott egy origó középpontú, R sugarú leföldelt fémgömb. A „ z ” tengelyen a „ $z > R$ ” koordinátájú pontban, a gömbön kívül egy „ $+Q$ ” ponttöltés helyezkedik el.

- Határozza meg a tükörtöltés nagyságát és a helyét!
- Határozza meg a „ $+Q$ ” ponttöltésre ható erőt!
- Határozza meg a „ $+Q$ ” ponttöltés potenciális enrgiáját!
- Hogyan módosulnak az eddigi eredmények, ha a fémgömb nincsen leföldelve?

3.) feladat

Adott egy (x,y,z) koordinátarendszer. A $z=0$ (x,y) síkon egy végtelen kiterjedésű fémlap van, amelyet leföldeltünk. A „ z ” tengely „ $z=h$ ” koordinátájú pontjában egy $R < h$ sugarú fémgömb helyezkedik el, amelyen „ $+Q$ ” töltés van.

A feladat a fémgömb C_G kapacitásának a meghatározása. A fémgömb és a vezető lap ekvipotenciális felületek. Ezért többszörös tükrözést kell alkalmazni. Jelölje Φ_G a gömbfelületen és Φ_S a síkon az (aktuális) potenciált.

- Tegyen egy tetszőleges fiktív „ $+Q_1$ ” töltést a gömb középpontjába. Ekkor $\Phi_G = \text{állandó}$ (azaz ekvipotenciális lesz), de a síkfelület nem lesz ekvipotenciális, azaz $\Phi_S \neq \text{állandó}$.
- Tükrözze a síkra a Q_1 töltést! Jegyezze fel a tükörtöltés helyét! Ekkor $\Phi_S = \text{állandó}$, de $\Phi_G \neq \text{állandó}$ lesz.
- Tükrözze a gömbre a „ $-Q_1$ ” töltést. A (gömb)tükrözött töltést jelölje „ $+Q_2$ ”. Jegyezze fel ennek a helyét! Ekkor $\Phi_G = \text{állandó}$ és $\Phi_S \neq \text{állandó}$ lesz.
- Tükrözze a síkra a „ $+Q_2$ ” töltést és jegyezze fel a (sík) tükrözött töltés helyét! Ennek következtében $\Phi_S = \text{állandó}$, de $\Phi_G \neq \text{állandó}$ lesz.
- Tükrözze a gömbre a „ $-Q_2$ ” töltést! A (gömb)tükrözött töltés értékét jelölje „ $+Q_3$ ”. Jegyezze fel ennek a helyét! Ekkor $\Phi_G = \text{állandó}$ és $\Phi_S \neq \text{állandó}$ lesz.

Ez így folytatható enne a végtelenségig. Tekintsük az eddigi tükrözési láncot! Ez egy adott közelítést jelent.

- g.) Határozza meg a gömbön lévő össztöltést a jelen közelítés esetén! Ennek értéke $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$. A tükrözési adatok ismeretében határozza meg a $Q(Q_1, R, h)$ függvényt!
- h.) Határozza meg a $\pm Q_1, \pm Q_2, \pm Q_3, \pm \dots$ töltéspárok eredményezte Φ_G és Φ_S potenciálokat.
- i.) A „Q” és a $|\Phi_G - \Phi_S|$ ismeretében határozza meg az elrendezés „C_G” kapacitását!
- j.) Határozza meg a „C_G” kapacitást az „R/h << 1” elsőrendű közelítésében!
- k.) A „C_G” felhasználásával határozza meg két, egyforma „R” sugarú fémgöbbről álló kondenzátor kapacitását, ha a középpontjaik „D > 2R” távolságra vannak egymástól!

4.) feladat

Adott egy ún. kettős vezeték. Ez két darab (elvileg) végtelen hosszú, egyenes, egymással párhuzamos, ugyanakkora „R” sugarú vezető hengerből áll. A hengerek (huzalok) középvonalának a távolsága „D”.

A feladat a kettős vezeték hosszegységre eső C kapacitásának a meghatározása.

Ennek érdekében elhelyeztünk a vezetőkön (rendre) $\pm \lambda$ hosszegységre eső töltésmennyiséget. Ezáltal egy (végtelen hosszú) kondenzátorhoz jutottunk

a.) A hengeres tükrözés tulajdonsága és az elrendezés szimmetriája miatt a hengerek belsejébe elegendő csak egy-egy ($+\lambda$ illetve $-\lambda$) tükör (vonaltöltést) elhelyezni. Ezeknek a távolsága a hengerek tengelyétől legyen „t”. Kölcsönös tükrözés alkalmazásával határozza meg a „t(R,D)” értéket!

b.) Határozza meg a hengerek közötti potenciálkülönbséget!

c.) Határozza meg a vezetékpár (hosszegységre eső) C kapacitásának a pontos értékét!

d.) Határozza meg a C értékét $R/D \ll 1$ elsőrendű közelítésben!