ELEKTRODINAMIKA 1	GYAK 12.

TÉMA: : Poynting vektor, mágneses indukció

1.) feladat

Adott egy koaxiális kábel, amelynek zérus ohmikus ellenállása van. A belső ér sugara „a” a külső köpenyé „b”. Az „l” hosszúságú kábel egyik végére egy „U_0” egyenfeszültségű telepet, a másik végére egy „R” ohmikus ellenállású fogyasztót kötöttünk.

a) Határozzuk meg az $\vec{E}$ elektromos- és a $\vec{B}$ mágneses teret a koax belsejében, azaz a belső vezető ér és a köpeny közötti térrészben!
b) Határozzuk meg az $\vec{S}$ Poynting vektort a koax belsejében!
c) Határozzuk meg a térben a koax körgyűrű alakú felületén átáramló energiát!
d) Mutassuk meg, hogy a koaxban áramló energia éppen az „R” ellenálláson disszipálódó Joule hővel egyezik meg!

2.) feladat

Adott egy „a” sugarú körkeresztmetszetű és „l” hosszúságú „R” ellenállású vezeték. A vezetékben „I” egyenáram folyik.

a) Határozzuk meg az $\vec{E}$ elektromos- és a $\vec{B}$ mágneses teret az ellenállás felülete mentén!
b) Határozzuk meg az $\vec{S}$ Poynting vektort az ellenállás felülete mentén!
c) Határozzuk meg a az ellenállás felületén átáramló energiát!
d) Mutassuk meg, hogy az ellenállásba beáramló energia éppen az „R” ellenálláson disszipálódó Joule hővel egyezik meg!

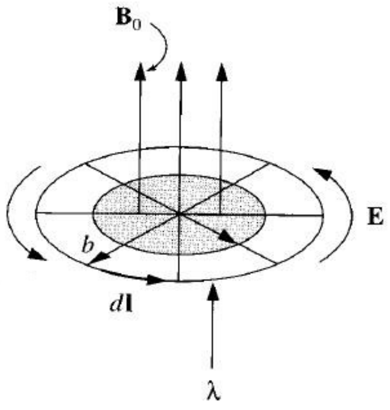
3.) feladat

Adott egy két db „a” sugarú fémlapból álló síkkondenzátor. A lapok egymástól való kicsiny „d<<a” távolsága miatt a szórt elektromos tértől eltekinthetünk. A kondenzátort állandó „I” nagyságú egyenárammal töltjük.

a) Határozzuk meg az $\vec{E}$ elektromos- és a $\vec{B}$ mágneses teret két körlap által definiált hengerfelület mentén!. Ezt nevezhetnénk a „kondenzátor oldalsó felületének”
b) Határozzuk meg az $\vec{S}$ Poynting vektort „kondenzátor oldalsó felületének” a mentén!
c) Határozzuk meg a „kondenzátor oldalsó felületén” átáramló energiát!
d) Mutassuk meg, hogy a kondenzátorba beáramló energia éppen a kondenzátor lapjai között tárolt energiát adja!

4.) feladat

Egy vízszintes helyzetben felfüggesztett, „b” sugarú kerék peremén λ vonaltöltés helyezkedik el (l. ábra). A kerék szabadon elfordulhat és küllői nem vezető anyagból (pl. fa) készültek. A kerék közepén, „a” sugarú (kör alakú) tartományban felfelé mutató $\vec{B}_0$ homogén mágneses tér van. Mi történik, ha a mágneses teret kikapcsoljuk?



5.) feladat

Adott egy két db „a" sugarú fémlapból álló síkkondenzátor. A lapok egymástól való kicsiny „d<<a" távolsága miatt a szórt elektromos tértől eltekinthetünk. A kondenzátorra időben változó $I=I_0\cdot\sin(\omega t)$ áramgenerátort kapcsoltunk. Meg akarjuk határozni (közelítőleg) az elektromágneses teret a kondenzátor belsejében.

Ehhez értelemszerűen a következő két Maxwell egyenletet kell használnunk.

(M3) $\nabla\times\vec{E}=-\dot{\vec{B}}$ és

(M4) $\nabla\times\vec{B}=\mu_0\varepsilon_0\cdot\dot{\vec{E}}$

Az egzakt megoldás az lenne, hogy ezen két egyenlet által meghatározott hullámegyenletet megoldjuk. Ez azonban meghaladja ennek a tantárgynak a színvonalát. Ezt majd az „Elektrodinamika 2" tantárgyban fogjuk megtenni.

A közelítő megoldás azt jelenti, hogy a két egyenletet „egymás után" sokszor megoldjuk. (A részleteket lásd később!) Elvileg végtelen sok lépés esetén megkapnánk az egzakt megoldást. Ezen lépések véges száma jelenti a közelítés pontosságát. A számolás azon alapszik, hogy az (M4) szerint az időben változó elektromos mező mágneses mezőt generál és az (M3) szerint az időben változó mágneses mező elektromos mezőt generál. Nyilvánvaló, hogy mindkét mező az időben a megadott ω frekvenciával oszcillál. Ezért az egymás után következő járulékok csak a helyfüggésben különböznek egymástól. A lépések sorszámát az $\vec{E}$ és a $\vec{B}$ indexében jelöljük.

Tehát

$$\vec{E}_1 \rightarrow \vec{B}_2 \rightarrow \vec{E}_3 \rightarrow \vec{B}_4 \rightarrow \vec{E}_5 \rightarrow \vec{B}_6 \rightarrow \text{….. stb.}$$

Kiindulásul legyen az elektromos mező homogén, azaz

$$\vec{E}_1=\vec{E}_0\sin(\omega t)$$

A következőkben mindvégig **hengerkoordináta-**rendszerben dolgozunk!

a.) Az $\vec{E}_1$ ismeretében határozzuk meg $\vec{B}_2$ -t az (M4) egyenlet segítségével,
azaz $\nabla\times\vec{B}_2=\mu_0\varepsilon_0\cdot\dot{\vec{E}}_1$

b.) A $\vec{B}_2$ ismeretében határozzuk meg $\vec{E}_3$ -t az (M3) egyenlet segítségével,
azaz $\nabla\times\vec{E}_3=-\dot{\vec{B}}_2$

c.) Az $\vec{E}_3$ ismeretében határozzuk meg $\vec{B}_4$ -t az (M4) egyenlet segítségével,
azaz $\nabla\times\vec{B}_4=\mu_0\varepsilon_0\cdot\dot{\vec{E}}_3$

d.) A $\vec{B}_4$ ismeretében határozzuk meg $\vec{E}_5$ -t az (M3) egyenlet segítségével,
azaz $\nabla\times\vec{E}_5=-\dot{\vec{B}}_4$

A keresett elektromágneses mező tehát (közelítőleg):

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_3+\vec{E}_5+\dots$$
$$\vec{B}=\vec{B}_2+\vec{B}_4+$$