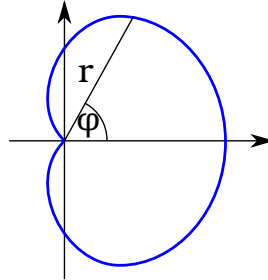


1. kis-ZH feladatok

1. Egy tömegpont ún. „kardioid” (szív alakú) pályán mozog a síkon, melynek polárkoordinátás egyenlete a következő:

$$r(\varphi) = R(1 + \cos \varphi) ,$$

ahol R egy konstans. A tömegpont $\dot{\varphi} = \omega_0$ állandó szögsebességgel halad a pályán úgy, hogy a $t = 0$ időpillanatban a $\varphi = 0$ -val jellemzett pontból indul.

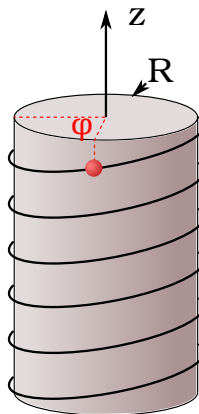


- A pályaegyenlet figyelembevételével írja fel a részecske mozgását leíró $r(t)$ és $\varphi(t)$ függvényeket.
- Adja meg a tömegpont $\dot{\vec{r}}(t)$ sebességvektorát az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban!
- Adja meg a tömegpont sebességének $|\dot{\vec{r}}(t)|$ nagyságát!
- Adja meg a tömegpont $\ddot{\vec{r}}(t)$ gyorsulásvektorát az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban!

2. Egy tömegpont egy R sugarú hengerre felcsévélte egyenletes C menetemelkedésű spirális pályán mozog, melyet hengerkoordinátarendszerben az alábbi két egyenlet definiál:

$$\rho \equiv R , \quad z(\varphi) = C \varphi .$$

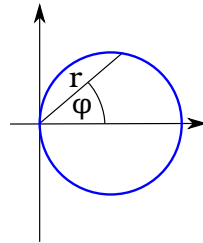
Egy tömegpont ezen a pályán mozog $\dot{\varphi} = \omega_0$ szögsebességgel úgy, hogy a $t = 0$ időpontban a $\varphi = 0$ -val jellemzett pontból indul.



- Írja fel a tömegpont mozgását leíró $\rho(t)$, $\varphi(t)$ és $z(t)$ függvényeket!
- Adja meg a tömegpont $\dot{\vec{r}}(t)$ sebességvektorát az $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z\}$ bázisban kifejtve!
- Adja meg a tömegpont $\ddot{\vec{r}}(t)$ gyorsulásvektorát az $\{\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z\}$ bázisban kifejtve!
- Egy adott t időpillanatban meghatározott sebesség- és gyorsulásvektor segítségével fejezze ki a pálya görbületi sugarát!

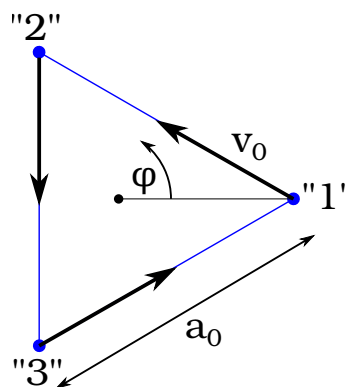
2. Gyakorló feladatok

Gy1. Egy tömegpont v_0 sebességű egyenletes körmozgást végez egy R sugarú körpályán. A mozgást $\{r, \varphi\}$ síkbeli polárkoordinátarendszerben írjuk le, azonban az origó nem a körpálya középpontja, hanem az egyik kerületi pont (lásd ábra). A tömegpont az origótól legtávolabbi ($\varphi = 0$) pontból indul a $t = 0$ időpontban.



- Adja meg a körpálya $r(\varphi)$ polárkoordinátás pályaeqvenletét!
- Feltéve hogy ismeri a $\varphi(t)$ időfüggvényt, írja fel ennek segítségével (a pályaeqvenletet is kihasználva) a tömegpont $\vec{r}(t)$ sebességvektorát az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban kifejtve!
- Annak ismeretében, hogy a sebesség állandó v_0 nagyságú, adja meg a tényleges $\varphi(t)$ függvényt!
- Adja meg az előző feladatban meghatározott $\varphi(t)$ függvényt felhasználva a tömegpont $\dot{\vec{r}}(t)$ sebességvektorát! az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban kifejtve!
- Adja meg a tömegpont $\ddot{\vec{r}}(t)$ gyorsulásvektorát az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban kifejtve!
- Mutassa meg, hogy a gyorsulásvektor minden időpontban merőleges a sebességvektorra!

Gy2. Három hangya van egy asztalon, éppen egy szabályos háromszög csúcaiban állnak. A háromszög oldalhossza kezdetben a_0 . A hangyák a következőképp kezdenek mozogni: az „1”-es hangya mindig pontosan a „2”-es hangya irányába mozog v_0 sebességgel. Hasonlóan a „2”-es mindig a „3”-as irányába v_0 sebességgel, és a „3”-as pedig az „1”-es irányába, szintén v_0 sebességgel. Az origó legyen a háromszög szimmetria-középpontja, az „1”-es hangya kezdeti ($t = 0$) helyzete jelöli ki a $\varphi = 0$ irányt. Kövessük az „1”-es hangya mozgását! A feladat szimmetriájából könnyen meggyőzhetjük magunkat, hogy a három hangya minden pillanatban egy szabályos háromszög csúcaiban fog elhelyezkedni.



- Adja meg az „1”-es hangya $\dot{\vec{r}}$ sebességvektorát az $\{\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi\}$ bázisban!
- A sebességvektor komponenseinek ismeretében adja meg a $\dot{r}(t)$ és $\dot{\varphi}(t)$ deriváltakat, amikor a hangya épp r távolságra van az origótól!
- A kezdeti feltétel (a_0 oldalhossz) ismeretében adja meg a hangy $r(t)$ függvényét!
- A $\dot{\varphi}(t)$ függvény integrálásával adja meg a $\varphi(t)$ függvényt!
- Mennyi idő alatt érnek a hangyák az origóba?

- (f) Mekkora utat tesznek meg eddig?
- (g) Hányszor kerülnek meg az origót?