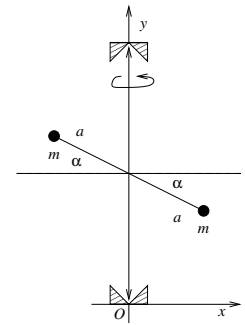


1. kis-ZH feladatok

1. Adott az ábrán látható, mechanikai rendszer. A $2a$ és a $2b$ hosszúságú pálcák merevek és a tömegük zérusnak vehető. A $2a$ pálcák végeire rögzített tömegpontok tömege egyforma m nagyságú. A rudak viszonyított helyzetét az α szög adja meg.



- Határozza meg a merev pontrendszer (merev test) origóra számított tehetetlenségi tenzorát a megadott koordinátarendszerben!
- Határozza meg a merev test O -ra számított L perdületét, ha a rendszer az y tengely körül ω nagyságú szögsebességgel forog!
- Az L és az ω ismeretében határozza meg a forgó merev test E_k kinetikus energiáját! Mutassa meg, hogy az eredmény megegyezik az *elemi módon* adódó értékkel!
- Határozza meg a forgó merev test y tengelyének végpontjain ható külső erőket!
- Az origóra vett tehetetlenségi tenzor ismeretében határozza meg a pontrendszer tömegközéppontjára számított tehetetlenségi tenzorát!
- Határozza meg a merev testnek a TKP tömegközéppontján átmenő fő tehetetlenségi tengelyekre számított $(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ fő tehetetlenségi nyomatékait! (**EXTRA gyakorlásra**)
- Határozza meg a tömegközépponti fő tehetetlenségi tengelyeket! (**EXTRA gyakorlásra**)

2. Adott egy O origó középpontú, R sugarú, m tömegű, homogén körlap. A körlap az (x, y) síkban van és a geometriai forgástengelye a z tengely. Határozza meg a körlap (merev test) O origóra számított tehetetlenségi tenzorának mátrixát a megadott koordinátarendszerben!

3. Adott egy homogén tömegeloszlású, m tömegű, merev téglatest. A téglatest egyik csúcsa az O origóban van és az élei az (x, y, z) koordinátatengelyekre illeszkednek. Az élek rendre $(2a, 2b, 2c)$ hosszúságúak. Határozza meg a téglatest tehetetlenségi tenzorát az origóra és a tömegközéppontra vonatkozóan!

2. Gyakorló feladatok

- Gy1: Adott egy homogén, m tömegű, ellipszoid alakú test. Az ellipszoid geometriai tengelyei a koordinátarendszer (x, y, z) tengelyein vannak. Az ellipszoid féltengelyein rendre (a, b, c) hosszúságúak. Határozza meg az ellipszoid tömegközépponti fő tehetetlenségi tenzorát!

Gy2: **Beadható.** Vizsgáljunk egy háromfogású szimmetriával rendelkező, xy síkban elhelyezkedő testet, mely 3 egymáshoz rögzített rúdból áll! Legyen a test össztömege m , a rudak hossza pedig r_0 .

- (a) Mit eredményez a z irányú tükrözési szimmetria, illetve a 120° -os forgatási szimmetria? Konkrét számolás nélkül bizonyítsuk be, hogy a tehetetlenségi tenzor az x, y, z bázisban a következő alakú lesz:

$$\Theta = \begin{pmatrix} \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Használjuk ki, hogy bármilyen O forgatási mátrix esetén a tehetetlenségi tenzor a

$$\Theta' = O\Theta\tilde{O} \quad (2)$$

szabály szerint transzformálódik, ahol $\tilde{O} = O^{-1}$ az ortogonális mátrix transzponáltja.

- (b) Határozza is meg a θ_1 és θ_2 fő tehetetlenségi nyommatékokat!
- (c) Vizsgálja meg a tetraéderes esetet is: az origóból kiindulva mutasson 4 egymáshoz rögzített merev rúd egy tetraéder 4 csúcsába. Milyen alakú lesz a fő tehetetlenségi tenzor? Számolja is ki!

