

1. Legyen adott a

$$y = -ax^2$$

egyenletű parabola felületű rögzített test, ahol  $a > 0$ . Egy  $m$  tömegű testet elindítunk  $v_0$  nagyságú vízszintes irányú sebességgel a parabola felületén. Súrlódás nincs. Milyen  $v_0$  sepeesség mellett marad a test a felületen?

- Határozza meg a kényszereket!
  - A kényszerfeltétel figyelembevételével írjuk fel a test Lagrange-féle elsőfajú mozgásegyenletét!
  - Az (a) feladatban megadott kényszeregyenletet idő szerinti kétszeri deriválásának segítségével fejezzük ki a  $\lambda$  Lagrange-multiplikátort, mint  $\{x, y, \dot{x}, \dot{y}\}$  függvényét!
  - A Lagrange-multiplikátorból olvassa le, hogy mikor válik el a test a felülettől!
  - Írja fel a rendszer Lagrange-függvényét!
  - A Lagrange-függvény segítségével írja fel a rendszer mozgásegyenletét!
2. Egydimenzióban  $k$  rugóállandójú,  $l$  nyugalmi gúszúságú rugóval össze van kötve két  $m$  tömegű test. A testek súrlódásmentesen mozognak az egydimenziós térben. Egyéb erőhatás nincs.
- Vezessen be megfelelő koordinátákat!
  - Írja fel a rendszer Lagrange-függvényét!
  - Írja fel a rendszer mozgásegyenletét a Lagrange-függvény segítségével!
3. Egy kétdimenziós súrlódásmentes asztallapon van két  $m$  tömegű test,  $l$  hosszú súlytalan merev rúddal összekötve.

- Vezessen be megfelelő koordinátákat!
- Írja fel a rendszer Lagrange-függvényét!
- Írja fel a rendszer mozgásegyenletét a Lagrange-függvény segítségével!

4. *(Balázsnál nem került erre sor)* Az ábán látható ék meredeksége  $\alpha$ , tömege  $M$  és súrlódásmentesen csúszik az asztallapon. Az ék felülete is súrlódásmentes, amire ráhelyezünk egy kis  $m$  tömegű testet.

- Vezessen be megfelelő koordinátákat!
- Írja fel a rendszer Lagrange-függvényét!
- Írja fel a rendszer mozgásegyenletét a Lagrange-függvény segítségével!

