

1. Előadáson tanultunk a centrális erőterben való mozgásról. Tekintsük a legegyszerűbb centrális potenciált, azaz legyen

$$V(r) \equiv 0 !$$

- Írjuk fel egy tömegpont mozgásegyenletét ebben a potenciálban, síkbeli polárkoordinátákat használva!
- Írjuk fel a tömegpont origóra vonatkoztatott perdületének kifejezését!
- Használjuk ki a perdületmegmaradást, írjuk fel az origótól mért  $r(t)$  távolság időfüggésére vonatkozó egyenletet! Adjuk meg az ún. effektív potenciált! Rajzoljuk fel!
- Adjuk meg a tömegpont (mozgási) energiájának kifejezését! Hogyan jelenik meg ebben az effektív taszító potenciál?
- Ha ismerjük a tömegpont energiáját és  $L$  perdületét és  $E$  energiáját, adjuk meg mekkora legkisebb távolságra közelíti meg a tömegpont az origót!

2. Egy tömegpont az alábbi, általános  $\alpha$  hatványkitevőjű centrális potenciálban mozog:

$$V(r) = -A r^{-\alpha} ,$$

ahol  $A > 0$  és  $\alpha > 0$  konstansok. Ismerjük a tömegpont  $E$  energiáját és perdületének  $L$  nagyságát. Diszktáljuk a tömegpont mozgását!

- A perdület ismeretében adjuk meg a sugárirányú mozgást meghatározó  $V_{eff}(r)$  effektív potenciált!
- Ábrázoljuk kvalitatíve az effektív potenciált különböző  $\alpha$  értékek esetén!
- Kötött mozgásnak nevezzük az olyan mozgást, amikor a tömegpont nem hagyhatja el végtelen távolságban az origót. Milyen energiákon alakulhat ki kötött mozgás?
- Mi a feltétele annak, hogy mozgása során a tömegpont áthaladjon a vonzócentrumon?
- Milyen paraméterértékek esetén mozog a tömegpont körpályán? Mikor stabilis a körpálya?
- A tömegpont stabilis körpályán mozgott, de kis mértékben megzavartuk, ezért a körpálya körül kicsiny oszcillációkat végez. Mi a feltétele az önmagába záródó ún. zárt pálya kialakulásának?

3. Egy függőleges tengelyhez rögzítettünk egy vízszintes, keskeny csövet, amiben egy kicsiny,  $m$  tömegű tömegpont mozoghat súrlódás nélkül. A csövet állandó  $\dot{\varphi} = \omega$  szögsebességgel forgatjuk. A tömegpont helyzetét a tengelytől mért  $r$  távolsággal adjuk meg, a  $t = 0$  időpillanatban a tengelytől  $r_0$  távolságra tartózkodik, sugárirányú sebessége ebben a pillanatban zérus ( $\dot{r}(t = 0) = 0$ ).

- Írjuk fel a tömegpont mozgásegyenletét síkbeli polárkoordinátákat használva! Milyen irányú erőt fejt ki a cső a tömegpontra? (Azaz mit jelent az, hogy nincs súrlódás?)
- Oldjuk meg a mozgásegyenletet az  $r(t)$  függvényre!
- Határozzuk meg a cső által a tömegpontra kifejtett erőt minden időpillanatban!

- (d) A cső vége az origótól  $b > r_0$  távolságra található. Mekkora sebességgel repül ki a tömegpont a cső végén?
  - (e) Alkalmazza a munkatételt a mozgásra, és fejezze ki ennek segítségével is a kirepülési sebességet!
- 

4. Oldjuk meg az előző feladatot úgy is, hogy a csővel együttmozgó (forgó) koordinátarendszerben írjuk le a mozgást! Milyen tehetetlenségi erők lépnek fel? Mik a valódi (fizikai) erők?

---

5. **(nem maradt rá idő. Gyakorló feladat)** Súrlódásmentes vízszintes asztal közepén egy kicsiny lyukat fúrtunk. A lyukon átvezettünk egy vékony madzagot, ami a lyukon keresztül súrlódásmentesen mozoghat. Az madzag asztal feletti végére kötöttünk egy  $m$  tömegű tömegpontot, az asztal alatti végére pedig egy  $M$  tömegű téglát kötöttünk, ami függőlegesen mozoghat fel/le.

- (a) Írjuk fel a két test mozgásegyenletét! Az asztalon lévő test mozgását síkbeli polárkoordinátarendszerben írjuk le. Az asztal síkjában mozgó  $m$  tömegű test lyuktól mért távolságát jelölje  $r$ . A fonál elegendően hosszú, így nem kell aggódnunk amiatt, hogy a lelógó téglala az asztal lapjának ütközik.
  - (b) Használjuk ki a perdületmegmaradást! Írjuk fel az  $r(t)$  sugárirányú mozgást leíró mozgásegyenletet!
  - (c) Mutassuk meg, hogy a mozgásegyenlet formailag megfeleltethető egyetlen tömegpont centrális potenciálban való mozgásával. Mekkora ennek a tömegpontnak a tömege? Mi az effektív potenciál?
  - (d) Ha ismerjük a rendszer  $E$  energiáját és  $L$  perdületét, akkor milyen  $[r_{min}, r_{max}]$  értékek között változik az asztalon lévő test lyuktól mért távolsága a mozgás során?
  - (e) Mi a feltétele annak, hogy az asztalon lévő tömegpont egyenletes körmozgást végezzen? Ha a perdület  $L$ , mekkora a körpálya sugara?
  - (f) Mutassuk meg, hogy a körpálya stabilis. Kicsit kitérítve róla a tömegpontot, milyen periódusidejű oszcillációkat végez a körpálya körül? Hogy viszonyul ez a körmozgás periódusidejéhez?
-