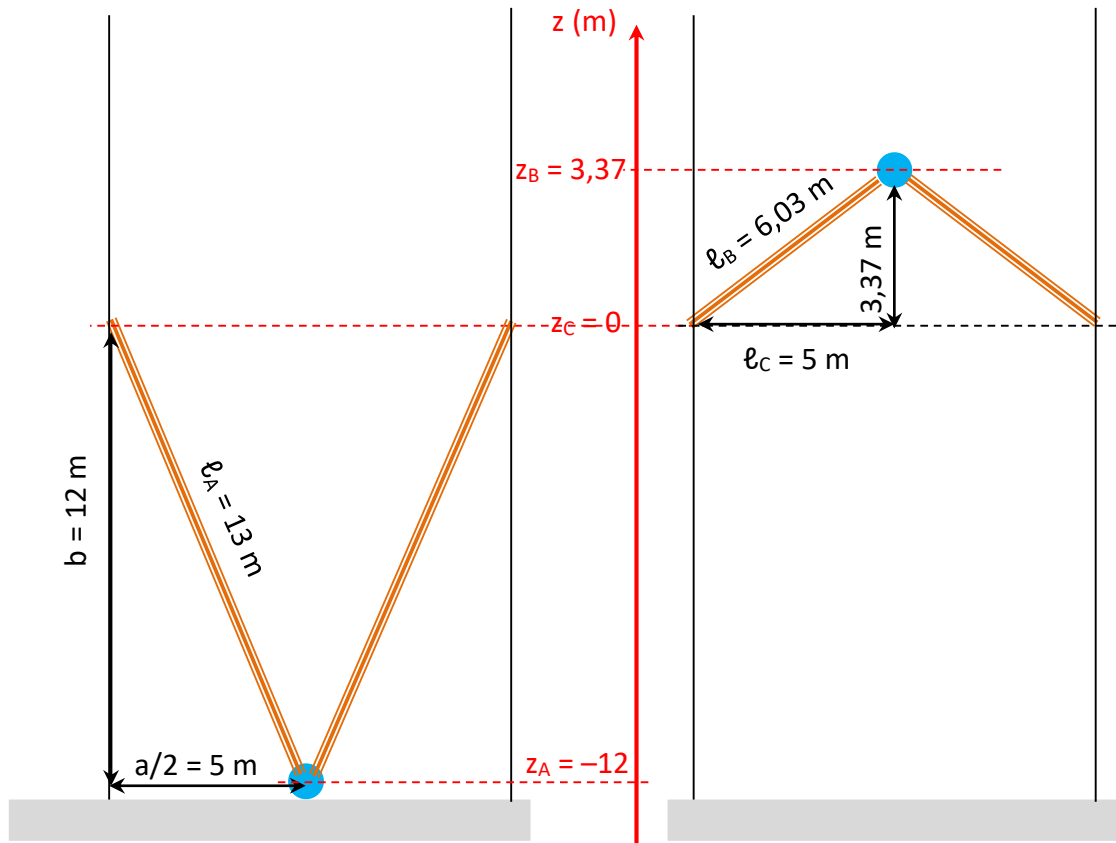


A Vidámparkban van egy „óriáscsúzli”, aminek az ülését két egyforma rugó tartja két oldalról. A rugók két függőleges oszlopon vannak rögzítve, az oszlopok távolsága $a = 10$ m, a rögzítési pontok magassága $b = 12$ m, a rugók egyenként $L = 4$ m hosszúak.

Az ülésbe beül Győző, aki az ülésel együtt 20 kg. Amikor elengedik az ülést és a rugók felrepítik, a legfelső ponton $h_{\max} = 15,37$ m-rel lesz a föld fölött (ahol beült).

a) Mennyi a rugók rugóállandója?

b) Mekkora a sebessége akkor, amikor azon a magasságon van, ahol a rugók rögzítve vannak?



A feladatot energia-megmaradással oldhatjuk meg:

$$E_{\text{mech}} = 2 \cdot \frac{1}{2} kx^2 + mgz + \frac{1}{2} mv^2 = \text{konst.}$$

2 egyforma rugó van, ezért van 2-vel szorozva az $\frac{1}{2} kx^2$ tag.

A legalsó (A) helyzetben

$$\ell_A = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ m}; \quad x_A = \Delta \ell_A = \ell_A - \ell_0 = 13 - 4 = 9 \text{ m};$$

$$z_A = -12 \text{ m} \quad (\text{az ábrán választott } z=0 \text{ szinthez képest});$$

$$v_A = 0.$$

a) A legfelső (B) helyzetben

$$\ell_B = \sqrt{5^2 + (15,37 - 12)^2} = 6,030 \text{ m}; \quad x_B = \Delta \ell_B = \ell_B - \ell_0 = 6,030 - 4 = 2,030 \text{ m};$$

$$z_B = 15,37 - 12 = 3,37 \text{ m} \quad (\text{az ábrán választott } z=0 \text{ szinthez képest});$$

$$v_B = 0.$$

Tehát

$$2 \cdot \frac{1}{2} kx_A^2 + mgz_A + 0 = 2 \cdot \frac{1}{2} kx_B^2 + mgz_B + 0$$

$$k = mg(z_B - z_A) / (x_A^2 - x_B^2) = 20 \cdot 10 \cdot 15,37 / (9^2 - 2,030^2) = 39,98 \text{ N/m} \quad \text{a rugóállandó.}$$

b) A rögzítési pontok magasságán (C helyzetben):

$$\ell_C = 5 \text{ m}; \quad x_C = \Delta \ell_C = \ell_C - \ell_0 = 5 - 4 = 1 \text{ m};$$

$$z_C = 0 \quad (\text{az ábrán választott } z=0 \text{ szinthez képest});$$

$$v_C = ?$$

Tehát

$$2 \cdot \frac{1}{2} kx_A^2 + mgz_A + 0 = 2 \cdot \frac{1}{2} kx_C^2 + 0 + \frac{1}{2} mv_C^2$$

$$v_C^2 = 2 k (x_A^2 - x_C^2) / m + 2g z_A = 2 \cdot 39,98 \cdot (9^2 - 1^2) / 20 + 2 \cdot 10 \cdot (-12) = 79,87 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

$$v_C = 8,937 \text{ m/s} = 32,17 \text{ km/h}$$