

Milyen irányba hajítottuk el azt a testet, aminek a sebessége éppen 45° -os szöget zár be a vízszintessel abban a pillanatban, amikor ugyanannyival került lejjebb a kiindulási magasságánál, mint amennyi a maximális emelkedése volt?

Megoldás:

Először meghatározzuk, milyen t^* időben ér a test az adott pontba.

Ahogy levezettük, a test maximális emelkedése $h = (v_0 \sin\alpha)^2 / (2g)$,

tehát a test z koordinátája a t^* időben $z^* = z_0 - h = z_0 - (v_0 \sin\alpha)^2 / (2g)$:

$$z(t^*) = z^* : z_0 + (v_0 \sin\alpha) t^* - \frac{1}{2} g t^{*2} = z_0 - (v_0 \sin\alpha)^2 / (2g)$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} g t^{*2} - (v_0 \sin\alpha) t^* - (v_0 \sin\alpha)^2 / (2g) = 0,$$

aminek a pozitív megoldása

$$t^* = (1 + \sqrt{2}) v_0 \sin\alpha / g .$$

Ekkor a test sebességének komponensei

$$v_x = v_0 \cos\alpha,$$

$$v_z = v_0 \sin\alpha - g t^* = v_0 \sin\alpha - g \cdot (1 + \sqrt{2}) v_0 \sin\alpha / g = -\sqrt{2} v_0 \sin\alpha.$$

A komponensek hányadosa a sebesség vízszintessel bezárt szögének tangensével egyenlő,

$$\operatorname{tg} \varphi = v_z / v_x .$$

Mivel a feladat szerint a sebesség 45° -os szöget zár be a vízszintessel és a test lefelé halad, ezért $\varphi = -45^\circ$:

$$\operatorname{tg} (-45^\circ) = (-\sqrt{2} v_0 \sin\alpha) / (v_0 \cos\alpha)$$

$$\rightarrow -1 = -\sqrt{2} \operatorname{tg}\alpha \rightarrow \operatorname{tg}\alpha = 1/\sqrt{2} \rightarrow \alpha = 35,26^\circ .$$