MECHANIKA

M/1. Igaz-e, hogy ha egy síkinga fonalának hosszát hatszorosára növeljük és a fonal végén levő test tömegét is hatszorosára növeljük, és ezt az ingát felvisszük a Holdra, akkor ott a lengésideje hatszor akkora lesz, mint a Földön volt? A Holdon a '*g*' értéke a földi érték egyhatoda. Indokolja a választt! 3 pont

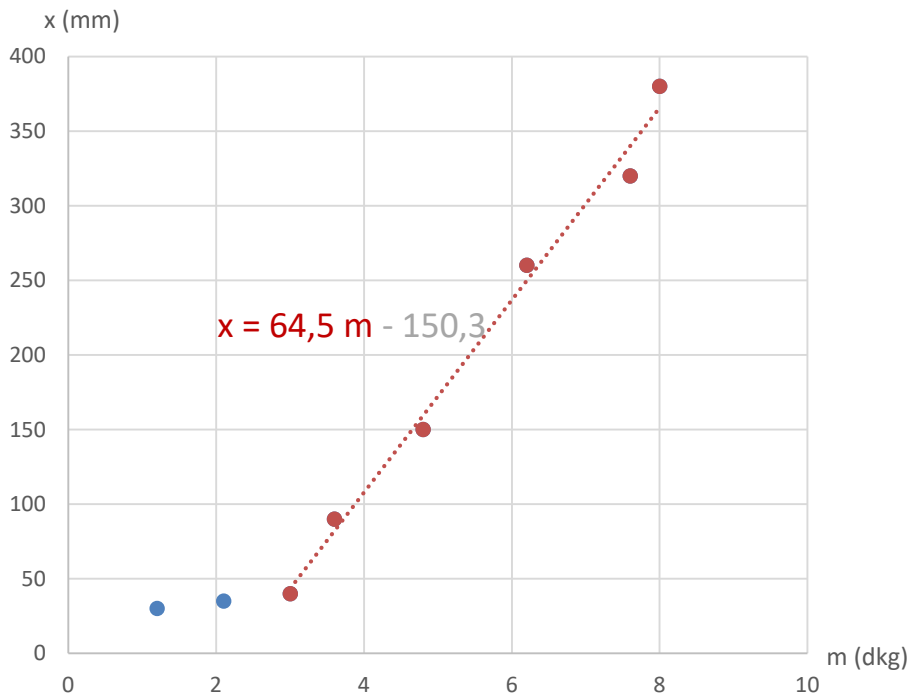
A tömeg nem befolyásolja a lengésidőt.
A Földön az ℓ hosszú inga lengésideje $T = 2\pi\sqrt{l/g_{Föld}}$.
A Holdon $\ell' = 6\ell$ és $g_{Hold} = g_{Föld}/6$, ezekkel
$T' = 2\pi\sqrt{l'/g_{Hold}} = 2\pi\sqrt{6l/(g_{Föld}/6)} = 2\pi\sqrt{36\,(l/g_{Föld})} = 6\,(2\pi\sqrt{l/g_{Föld}}) = 6T$,
tehát az állítás igaz.

M/2. Igaz-e, hogy harmonikus rezgőmozgásnál a rezgésidő az amplitúdó négyzetgyökével egyenesen arányos? Indokolja a választt! 3 pont

Hamis, mert a rezgésidő nem függ az amplitúdótól,
hanem a test tömegétől és a rugóállandótól függ: $T = 2\pi\sqrt{m/k}$,
az amplitúdót pedig a kezdeti x_0 koordináta és v_0 sebesség határozza meg.

M/3. Egy függőlegesen fellógatott rugó végére a lap túloldalán levő táblázatban megadott tömegeket rögzítettük, és leolvastuk a rugó végének pozícióját.
a) Ábrázolja a mérési adatokat diagramon a lap túloldalán levő milliméterpapíron, húzza meg a mérési adatokra illeszkedő egyenest, és számolja ki az egyenes meredekségét! 5 pont

m (dkg)	1,2	2,1	3,0	3,6	4,8	6,2	7,6	8,0
ℓ (mm)	30	35	40	90	150	260	320	380



Az egyenes meredeksége:
Pontosan számolva: $a = \frac{\Delta x}{\Delta m} = 64{,}5\,\frac{mm}{dkg} = 6{,}45\,\frac{m}{kg}$.

b) Számolja ki a rugó rugóállandóját! g = 9,81 m/s^2 2 pont

$$k = \left(\frac{\Delta m}{\Delta x}\right) g = \frac{g}{a} = \frac{9{,}81}{6{,}45} = 1{,}52\,\frac{N}{m} = 1{,}52\,\frac{kg}{s^2}.$$

c) Mekkora tömeget raktunk a rugó végére, ha az egyensúlyi helyzethez képest 10 cm-t kihúzva a létrejövő rezgőmozgás periódusideje 1,4 s lett? 2 pont

A kezdeti megnyúlás nem befolyásolja a periódusidőt.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \rightarrow \quad m = k\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = 1{,}52\left(\frac{1{,}4}{2\pi}\right)^2 = 0{,}0755\ \text{kg} = 7{,}55\ \text{dkg}.$$

EGYENÁRAM

E/1. Igaz-e, hogy egy 0,2 MΩ-os és egy 600 kΩ-os ellenállás párhuzamos eredője 1500 Ω? Indokolja a választt, és ha az állítás hamis, akkor adja meg a helyes eredményt! 3 pont

0,2 MΩ = 200 kΩ

$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{200} + \frac{1}{600} = \frac{3+1}{600} = \frac{1}{150}\,\frac{1}{k\Omega} \quad \rightarrow \quad R_p = 150\ k\Omega = 150000\ \Omega$$

Az állítás hamis, a helyes eredmény R_p = 150000 Ω.

E/2. Igaz-e, hogy ha egy ideális voltmérőt párhuzamosan kötünk egy 100 Ω-os ellenállással, akkor az ellenálláson és a voltmérőn egyenlő nagyságú áram fog folyni? Indokolja a választ! 3 pont

Hamis, ideális voltmérőn nem folyik áram (az ellenállása végtelen), a 100 Ω-os ellenálláson viszont folyik (a nagysága attól függ, hogy milyen telepet és ellenállásokat tartalmaz az áramkör).

E/3. Sorosan kötünk

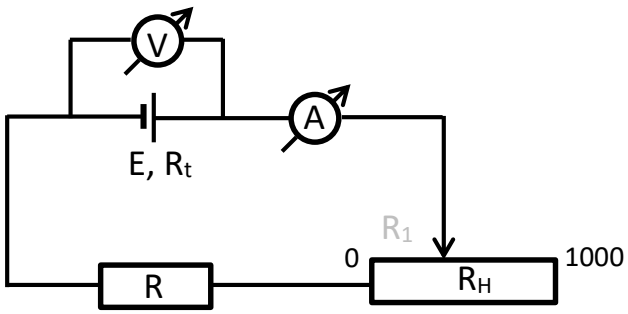
egy E = 31,2 V elektromotoros erejű, R_t = 2,2 kΩ belső ellenállású telepet,

egy R = 800 Ω-os állandó ellenállást és

egy R_H = 5 kΩ összellenállású helipotot, amit változtatható ellenállásként kötünk be. A helipot állítóját 0 és 1000 között lehet állítani, 0-ra állítva lesz az áramkörbe bekötött ellenállás 0. A helipot állítóját n = 200-ra állítjuk.

Van két mérőműszerünk is, az egyikkel <u>telepen</u> átfolyó áramot, a másikkal a rajta eső feszültséget akarjuk mérni. A műszerek ideálisnak tekinthetők.

a) Rajzolja le a kapcsolást (a műszerekkel együtt)! 2,5 pont



b) Mit mutatnak a műszerek a helipot ilyen állásánál (n=200-ra állítva)? 3,5 pont

A kör eredő ellenállása $R_e = R_t + R + R_1$, az áramkörben folyó áram nagysága $I = E / R_e$.

$R_t = 2{,}2\ k\Omega = 2200\ \Omega$; $R_H = 5\ k\Omega = 5000\ \Omega$; a változtatható ellenállás értéke $R_1 = (n/1000)\ R_H$.

n=200 esetén $R_1 = (200/1000)\ 5000 = 1000\ \Omega$,

a kör eredő ellenállása $R_e = R_t + R + R_1 = 2200 + 800 + 1000 = 4000\ \Omega$,

az áramkörben folyó áram nagysága $I = 31{,}2 / 4000 = 0{,}0078\ A$ (= 7,8 mA).

A telepen mért feszültség kiszámolható a telep kapocsfeszültségeként:

$$U_k = E - I\ R_t = 31{,}2 - 0{,}0078 \cdot 2200 = 14{,}04\ V,$$

vagy az R és az R_1 ellenállásokon eső feszültségek összegeként:

$$U = I\ (R + R_1) = 0{,}0078\ (800 + 1000) = 14{,}04\ V.$$

c) Számolja ki a körben mérhető legkisebb és legnagyobb áramot! 3 pont

A legnagyobb ellenállásnál lesz a legkisebb az áram, vagyis amikor $R_1 = R_H$:

$R_{e,max} = 2200 + 800 + 5000 = 8000\ \Omega$,

$I_{min} = 31{,}2 / 8000 = 0{,}0039\ A$ (= 3,9 mA).

A legkisebb ellenállásnál lesz a legnagyobb az áram, vagyis amikor $R_1 = 0$:

$R_{e,max} = 2200 + 800 + 0 = 3000\ \Omega$,

$I_{min} = 31{,}2 / 3000 = 0{,}0104\ A$ (= 10,4 mA).

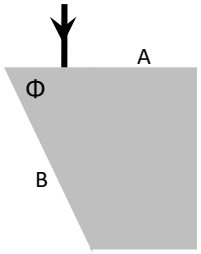
OPTIKA

O/1. Igaz-e, hogy ha a fény nagyobb törésmutatójú közegből kisebb törésmutatójú közegbe érkezik, akkor a törési szög nagyobb a beesési szögnél? Válaszát indokolja! 3 pont

A Snellius-Descartes törvény szerint $n_1 \sin\alpha = n_2 \sin\beta$.
Ha a második közegben, ahol a törési szög van, kisebb a törésmutató, akkor nagyobb a szög, mint az első közegben, ahol a beesési szög van, tehát az állítás igaz.

O/2. Igaz-e, hogy a nagyítónak használt domború lencsével mindig nagyított kép keletkezik? Indokolja a válaszát, lehetőleg egy vázlattal! 3 pont

Domború lencsével akkor keletkezik nagyított kép, ha a tárgy az egyszeres és kétszeres fókusztávolság között van, ilyenkor a nagyított kép a kétszeres fókusztávolságon kívül keletkezik. Ha a tárgyat helyezzük el a kétszeres fókusztávolságon kívül (vagyis a tárgy és a kép helyzetét felcseréljük), akkor a kép viszont kicsinyített lesz, tehát az állítás hamis.



O/3. Ha az ábra szerint a prizma A lapjára merőlegesen érkezik a fény, akkor a B lapra éppen a teljes visszaverődés határszögével érkezik.

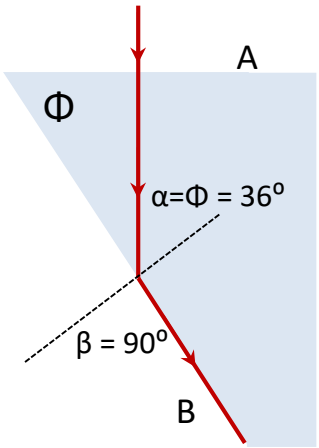
a) Számolja ki a prizma anyagának törésmutatóját, ha a prizma törőszöge Φ = 36°! Készítsen vázlatot is a sugármenetről! 4 pont

Az A lapon irányváltoztatás nélkül jut át a fénysugár, így a B lapra érkezve az α beesési szög éppen egyenlő a prizma Φ törőszögével (merőleges szárú szögek). Ez mindhárom esetre igaz lesz.
A B lapra felírhatjuk, hogy

$$n \sin\alpha = \sin\beta,$$

vagyis

$$n \sin\Phi = \sin\beta.$$



a) Ha a fénysugár a B lapra éppen a teljes visszaverődés határszögével érkezik, akkor β=90° :

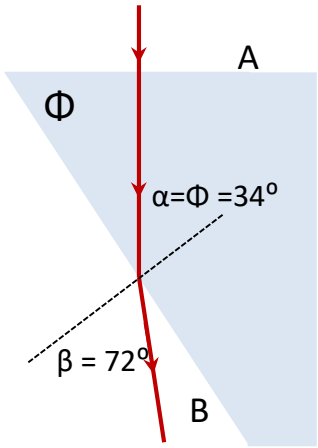
$$n \sin\alpha = n \sin\Phi = \sin 90^\circ = 1$$

$$\rightarrow \quad n = 1 / \sin\Phi$$

Ebben az esetben Φ = 36°, tehát

$$n = 1 / \sin 36^\circ = 1{,}701.$$

b) Mi történne, ha ugyanilyen anyagú prizmából Φ = 34° törőszögű prizmára érkezne ugyanígy (az A lapra merőlegesen) a fény? Készítsen vázlatot is a sugármenetről, és írja be a megjelölt szögek értékét! 3 pont

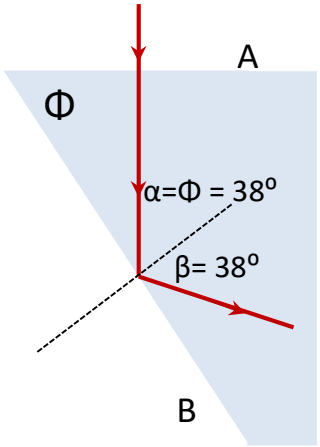


n = 1,701 ; Φ = 34°, ezekkel

$$1{,}701 \sin 34^\circ = 0{,}9514 = \sin\beta \quad \rightarrow \quad \beta = 72{,}06^\circ$$

Ekkora szöggel lép ki a fénysugár a prizmából a B lapon.

c) Mi történne, ha ugyanilyen anyagú prizmából Φ = 38° törőszögű prizmára érkezne ugyanígy (az A lapra merőlegesen) a fény? Készítsen vázlatot is a sugármenetről, és írja be a megjelölt szögek értékét! 2 pont



n = 1,701 ; Φ = 38°, ezekkel

$$1{,}701 \sin 38^\circ = 1{,}0474 > 1$$

A fénysugár nem lép ki a prizmából, hanem visszaverődik a B lapon.

HŐMÉRSÉKLETMÉRÉS

H/1. Igaz-e, hogy egy ellenálláshőmérő ellenállása felmelegedési görbe felvételekor nő, lehűlési görbe felvételekor csökken? Indokolja a válaszát! 3 pont

Az ellenálláshőmérő ellenállása egyenesen arányos a hőmérséklettel:

$$R(T) = R_0 \, (1 + \beta \, (T - T_0)),$$

tehát ha nő a hőmérséklet, akkor nő az ellenállás is, ha pedig csökken a hőmérséklet, akkor csökken az ellenállás is; az állítás igaz.

H/2. Igaz-e, hogy az időállandó az az idő, ami alatt a hőmérő hőmérséklete lehűlésnél az e-ed részére csökken, felmelegedéskor pedig az e-szeresére nő? 3 pont

Nem igaz. Az időállandó az az idő, ami alatt a hőmérő és a közeg (a véghőmérséklet) közötti hőmérsékletkülönbség az e-edrészére csökken.

H/3. Egy hét fős mérőcsoport minden tagja felveszi egy higanyos hőmérő lehűlési görbéjét, úgy, hogy 115,1 °C-os termosztátból 18,2 °C-os csapvízbe teszik a hőmérőt. 1,5 perccel az áthelyezés után ezeket az értékeket mérik:

80,6 °C 80,2 °C 80,6 °C 78,8 °C 79,4 °C 79,8 °C 80,6 °C

a) Számoljuk ki a csoport hőmérséklet-adatainak átlagát, és a 99,5%-os konfidenciaszintre vonatkozó hibaintervallumot! 4 pont

$$\bar{T} = 80{,}0 \ ^{o}C; \quad s_{\bar{T}} = \sqrt{\frac{2{,}96}{7 \cdot 6}} = 0{,}2655 \ ^{o}C; \quad t = 4{,}317; \qquad \Delta T = 4{,}317 \cdot 0{,}2655 = 1{,}146 \ ^{o}C,$$

tehát

$$T = (80{,}0 \pm 1{,}15) \ ^{o}C$$

b) Mennyi a hőmérő időállandója (a csoport által mért átlaggal számolva)? 3 pont

$$\Delta T_0 = T_0 - T_k = 115{,}1 - 18{,}2 = 96{,}9 \ ^{o}C.$$

$$t = 1{,}5 \text{ min} = 90 \text{ s-nál} \qquad \Delta T(90) = T(90) - T_k = 80{,}0 - 18{,}2 = 61{,}8 \ ^{o}C.$$

$$\Delta T = \Delta T_0 \, e^{-t/\tau} : \ 61{,}8 = 96{,}9 \, e^{-90/\tau} \quad \rightarrow \quad \tau = 200{,}1 \text{ s}.$$

c) Mennyi a hőmérő hőmérséklete 3 perccel az áthelyezés után (az átlagból számolva)? 2 pont

$$t = 3 \text{ min} = 180 \text{ s-nál} \qquad \Delta T(180) = T(180) - T_k = T(180) - 18{,}2 :$$

$$T(180) - 18{,}2 = 96{,}9 \, e^{-180/200{,}1} \quad \rightarrow \quad T(180) = 57{,}61 \ ^{o}C .$$