

1. Mechanika

Igaz-e, hogy

- egy pontos rugós erőmérő rugójának a hossza bizonyos határokon belül arányos a rá ható erővel?

NEM IGAZ. A Hooke-törvény szerint $F_r = k \Delta \ell$, tehát nem az ℓ hossza, hanem a $\Delta \ell$ megnyúlása arányos az erővel.

- ha van két egyforma hosszú és egyforma k_1 rugóállandójú rugónk, és az egyiket a másik végéhez toldjuk, akkor az így kapott rugó k rugóállandója az egyes rugókénak kétszerese lesz ($k = 2 k_1$)?

NEM IGAZ, a fele lesz.

Magyarázat: Egy rugóra: $k_1 = F/\Delta \ell$.

Adott erő mindkét rugón létrehoz $\Delta \ell = F/k_1$ megnyúlást, vagyis

$$k = F/(2 \cdot \Delta \ell) = \frac{1}{2} (F/\Delta \ell) = \frac{1}{2} k_1.$$

- harmonikus rezgőmozgásnál a rezgésidő az amplitúdó négyzetgyökével egyenesen arányos?

NEM IGAZ, a rezgésidő és az amplitúdó függetlenek egymástól (a rezgésidő a tömegtől és a rugóállandótól függ, az amplitúdó pedig a kezdeti helytől és sebességtől).

- a rugóállandót kétszeresére növelve, a rugó végén lévő tömegpont tömegét pedig felére csökkentve harmonikus rezgőmozgás esetén a periódusidő is a felére csökken?

IGAZ, mivel $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, így

$$2\pi \sqrt{\frac{m/2}{2k}} = 2\pi \sqrt{\frac{1}{4} \cdot \frac{m}{k}} = \frac{1}{2} \left(2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right) = \frac{T}{2}.$$

- síkínga lengésideje egyenesen arányos az inga hosszával?

NEM IGAZ, az inga hosszának négyzetgyökével arányos, mivel $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$, tehát $T \sim \sqrt{l}$.

M1) Egy rugós erőmérőre csavarokat helyezve azt tapasztaljuk, hogy az első két csavar hatására még nem következik be megnyúlás, és csak 4 csavaros terhelés után tekinthető lineárisnak a terhelő tömeg – megnyúlás diagram. Innentől az erőmérő rugóállandója 5,0 N/m.

4 csavaros terhelésnél a rugó végének pozíciója 4,4 cm.

Most ráfüggesztünk a mérlegünkre egy Túró Rudit és azt tapasztaljuk, hogy a rugó végének pozíciója 10,3 cm-re változott.

a) Mennyi a Túró Rudi tömege?

$$\begin{aligned} m_{\text{TúróRudi}} g &= k \Delta \ell \\ \Rightarrow m_{\text{TúróRudi}} &= k \Delta \ell / g = \\ &= 5,0 \cdot (10,3 - 4,4) \cdot 10^{-2} / 9,81 = 0,030 \text{ kg} = 3,0 \text{ dkg}. \end{aligned}$$

b) A 4 csavar és a rugó végén levő tartószerkezet tömege együttesen 60 g. Mennyi a rezgésideje ennek a rendszernek, és mennyire nő meg ez a Túró Rudi hatására?

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \\ m_{4 \text{ csavar} + \text{tartó}} &= 0,060 \text{ kg} \Rightarrow T_1 = 0,688 \text{ s} \\ m_{\dots + \text{TúróRudi}} &= 0,090 \text{ kg} \Rightarrow T_2 = 0,843 \text{ s} \end{aligned}$$

M2) Kísérleteinkhez egyforma m tömegű csavarok és k rugóállandójú (elhanyagolható tömegű) rugók állnak a rendelkezésünkre. Ha 1 rugó végére 1 db csavart helyezünk, akkor a mért rezgésidő T . Hányszorosára változik ennek a periódusidőnek a periódusidő akkor, ha ...

a) ... N darab csavart teszünk egyetlen rugó végére?

$$\begin{aligned} \text{Mivel } T &= 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}, \text{ így ha a tömeg } N\text{-szeresére nő,} \\ \text{akkor a periódusidő } &\sqrt{N}\text{-szeresére nő.} \end{aligned}$$

b) ... egyetlen csavart úgy függesztünk fel, hogy 2 rugót kötünk rá párhuzamosan?

A két párhuzamosan kötött rugót egy kétszer akkora rugóállandójú rugónak tekinthetjük, így a periódusidő $\sqrt{2}$ -ed részére csökken.

c) ... N darab rugót összekötünk úgy, hogy az egyik rugó végét a másik rugó elejébe akasztjuk, majd ennek a végére egyetlen csavart teszünk?

Az N db egymás után kötött rugót egy olyan rugónak tekinthetjük, melynek rugóállandója N -ed része egy rugóénak, így a periódusidő $\sqrt{N}$ -szeresére nő.

M3) Mechanika mérésen matematikai inga lengésidejéből számolják ki a hallgatók a nehézségi gyorsulás értékét. Az inga hossza $\ell = 36,0$ cm, a mért lengésidők

1,24 s 1,24 s 1,25 s 1,22 s 1,24 s 1,23 s

a) Adjuk meg a lengésidőt és hibáját 90%-os konfidenciaszinten!

$$\begin{aligned} \bar{T} &= 1,236 \text{ s} \\ s_{\bar{T}} &= \sqrt{\frac{0,0005333}{6 \cdot 5}} = 0,004216 \text{ s} \\ \text{a Student-táblázatból } t &= 2,015 \\ \Delta T &= t s_{\bar{T}} = 0,00849599 \text{ s} \\ \text{tehát } T &= (1,2367 \pm 0,0085) \text{ s} \end{aligned}$$

b) Adjuk meg az így számított nehézségi gyorsulás értékét!

$$\bar{g} = 9,293 \text{ m/s}^2.$$

M4) Egy $\ell_0 = 22$ cm hosszú, $k = 4,2$ N/m rugóállandójú rugóra m tömegű testet akasztunk, meghúzzuk lefelé $\Delta\ell = 12$ cm-t, elengedjük, és megmérjük 10 rezgés idejét: $t_{10} = 8,0$ s.

a) Mekkora a rugó végére akasztott test tömege?

A rezgésidőből számolva: $T = 0,80$ s, $k = 4,2$ N/m
 $\rightarrow m = 0,06809$ kg = 68,09 g.
 (A rugó hossza és kezdeti megnyúlása felesleges adat.)

b) Mennyi lenne 10 rezgés ideje, ha kétszer akkora tömeget akasztanánk a rugó végére?
 (A rugót kezdetben ugyanannyival húzzuk ki.)

Mivel $T \sim \sqrt{m}$, ezért a rezgésidő $\sqrt{2}$ -szeresére nő, tehát
 $t_{10, 2m} = \sqrt{2} \cdot t_{10} = 11,31$ s.

2. Optika

Igaz-e, hogy

- a beeső ill. a visszavert fénysugárnak a beesési merőlegessel bezárt szögére érvényes a Snellius-Descartes törvény?

NEM IGAZ, a Snellius-Descartes törvény fénytörésre érvényes.

- ha a fény egy nagyobb törésmutatójú közegből lép át egy kisebb törésmutatójú közegbe, a törési szög nagyobb a beesési szögnél?

IGAZ. Rajz: pl. α jelöli a beesési szöget, β a törési szöget. A Snellius-Descartes törvény szerint $\sin\beta = n \cdot \sin\alpha$. $n > 1 \Rightarrow \beta > \alpha$.

- ha a fény egy nagyobb törésmutatójú közegből lép át egy kisebb törésmutatójú közegbe, a beesési szöget növelve elérhetjük, hogy a fény ne jusson át a kisebb törésmutatójú közegbe?

IGAZ Rajz: pl. α jelöli a beesési szöget, β a törési szöget. A Snellius-Descartes törvény szerint $\sin\beta = n \cdot \sin\alpha$.
 $n > 1 \Rightarrow \beta > \alpha \Rightarrow \sin\beta > \sin\alpha$.
 $\sin\beta \leq 1 \Rightarrow n \cdot \sin\alpha \leq 1$, $\sin\alpha \leq 1/n$.
 $\sin\alpha > 1/n$ esetén a fény már nem lép ki az optikailag sűrűbb közegből.

- domború tükörnél mindig virtuális kép keletkezik?

IGAZ. Indoklás rajzzal!

- homorú tükörnél mindig virtuális kép keletkezik?

NEM IGAZ. Indoklás rajzzal!

- domború lencsénél mindig virtuális kép keletkezik?

NEM IGAZ. Indoklás rajzzal!

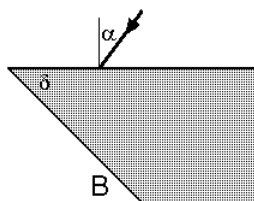
- homorú lencsénél mindig virtuális kép keletkezik?

IGAZ. Indoklás rajzzal!

- homorú tükör optikai tengelyével párhuzamos sugarak önmagukban verődnek vissza?

NEM IGAZ, az optikai tengellyel párhuzamos sugarak a fókuszponton mennek át.

01) Mekkora a δ szög, ha 36° -nál kisebb α beesési szög esetén már nem lép ki fénysugár a B élen? A törésmutató $n = 1,33$.



β az α -hoz tartozó törési szög:

$$\sin \alpha = n \cdot \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \sin 36^\circ / 1,33 \Rightarrow \beta \approx 26,23^\circ$$

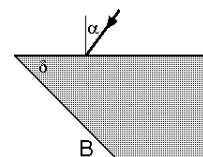
γ a teljes visszaverődés határszöge a B élen:

$$\sin 90^\circ = n \cdot \sin \gamma \Rightarrow \sin \gamma = 1/1,33 \Rightarrow \gamma \approx 48,75^\circ$$

δ a két szög összege (rajz!): $\delta \approx 75,0^\circ$

02) Ötször megmértük azt az α beesési szöget, amely esetén már nem lép ki fénysugár a B élen. A következő értékeket kaptuk:

$33,8^\circ \quad 34,3^\circ \quad 33,8^\circ \quad 33,9^\circ \quad 34,2^\circ$



a) Adjuk meg az α beesési szög értékét a 95 %-os konfidenciaszinthez tartozó hibaintervallummal együtt!

$$\bar{\alpha} = 34,00^\circ, \quad s_{\bar{\alpha}} = \sqrt{\frac{0,2200}{5 \cdot 4}} = 0,004216$$

$$s_{\bar{\alpha}} = \sqrt{\frac{0,22}{4 \cdot 5}} \approx 0,10488, \quad t = 2,776,$$

$$\Delta \alpha \approx 0,29115^\circ \quad \alpha = 34,00^\circ \pm 0,29^\circ$$

b) Számoljuk ki az átlagos α értékből a δ szöget, ha a törésmutató $n = 1,58$!

β az α -hoz tartozó törési szög:

$$\sin \alpha = n \cdot \sin \beta \Rightarrow \sin \beta = \sin 34^\circ / 1,58 \Rightarrow \beta \approx 20,73^\circ$$

γ a teljes visszaverődés határszöge a B élen:

$$\sin 90^\circ = n \cdot \sin \gamma \Rightarrow \sin \gamma = 1/1,58 \Rightarrow \gamma \approx 39,27^\circ$$

δ a két szög összege (rajz!): $\delta \approx 60,0^\circ$

03) A vízzel telt medence vízszintes alján 1,5 m magas függőleges oszlop áll, amelyet a víz ellep. Milyen hosszú az oszlop árnyéka a medence fenekén, ha a napsugarak 50° -os beesési szöggel érik a vízfelszínt? A víz törésmutatója $4/3$.

A beesési szög $\alpha = 50^\circ$, a víz törésmutatója $n = 4/3$. A Snellius-Descartes törvényből kiszámolható a törési szög:

$$\sin \alpha = n \sin \beta \rightarrow$$

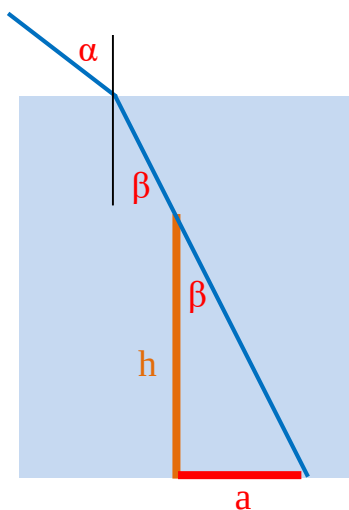
$$\sin \beta = \sin \alpha / n = \sin 50^\circ / (4/3) = 0,75 \cdot 0,7660 = 0,5745$$

$$\rightarrow \beta = 35,07^\circ$$

Az ábrán látható derékszögű háromszögben

$$\tan \beta = a / h \rightarrow$$

$$a = h \cdot \tan \beta = 1,5 \cdot \tan 35,07^\circ = 1,053 \text{ m.}$$



3. Egyenáram

Igaz-e, hogy

- két ellenállás soros eredője mindig nagyobb, mint közülük a nagyobb ellenállás értéke?
- két ellenállás párhuzamos eredője mindig kisebb, mint közülük a kisebb ellenállás értéke?
- három párhuzamosan kapcsolt ellenállás eredője kisebb a legnagyobbnál, de nagyobb a legkisebbnél?
- négy darab 10 ohmos ellenállást össze lehet úgy kapcsolni, hogy az eredő 10 ohmos legyen?
- egy potenciométer két oldala ellenállásának összege a csúszka helyzetétől független állandó érték?
- voltmérőt párhuzamosan kell bekötni arra két pontra, ami között mérni akarjuk a feszültséget?
- az ampermérőt sorosan kell bekötni?
- soros áramkörszabályozásnál a kör ellenállásának növelésével növeljük a körben folyó áramot?
- a reális telep feszültsége független attól, hogy milyen áramkörbe van bekötve?
- egy telep sarkain mérhető feszültség nem lehet nagyobb a telep elektromotoros erejénél?
- egy telep kapocsfeszültsége csökken, ha a kör ellenállását úgy változtatjuk, hogy a telepen átfolyó áram nőjön?

IGAZ, mivel $R_s = R_1 + R_2$

$\Rightarrow R_s$ nagyobb mindkettőnél.

IGAZ, mivel $1/R_p = 1/R_1 + 1/R_2$

$\Rightarrow 1/R_p > 1/R_1$ és $1/R_p > 1/R_2$

$\Rightarrow R_p < R_1$ és $R_p < R_2$, kisebb mindkettőnél.

NEM IGAZ, a párhuzamos eredő mindig kisebb a legkisebbnél is:

$1/R_p = \sum(1/R_i) \Rightarrow 1/R_p > 1/R_i \Rightarrow R_p < R_i$.

IGAZ, pl. 2-2 sorosan kötött ellenállást párhuzamosan kötve (rajz, számolás)

IGAZ, a csúszka csak kettéosztja a két fix kivezetés közötti ellenállást (a két ellenállás összege a potenciométer összellenállása)

IGAZ, így kapja ő is azt a feszültséget, amit mérni kívánunk (a párhuzamosan kötött elemeken a feszültség megegyezik).

IGAZ, mert a sorosan kötött áramköri elemeken folyik át ugyanaz az áram.

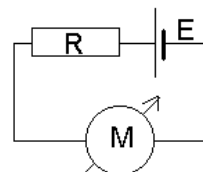
NEM IGAZ, a kör ellenállásának növelésével az áram értéke csökken: $I = E / R_{eredő}$.

NEM IGAZ. A kapocsfeszültség $U_k = E - I \cdot R_b$, ez függ attól, hogy mekkora áram folyik át a belső ellenálláson, tehát függ attól, hogy mekkora a kör eredő ellenállása.

IGAZ, mivel a kapocsfeszültség $U_k = E - I \cdot R_b$. (Olyan esetben, ha van másik telep is az áramkörben, akkor viszont megfordulhat az áram iránya, és olyankor lehet $U_k > E$.)

IGAZ, mert a belső ellenállásán eső feszültség egyre nagyobb, és az vonódik le az elektromotoros erejéből ($U_k = E - I \cdot R_b$).

E1) A telep elektromotoros ereje $E = 10\text{ V}$, belső ellenállása $2\ \Omega$;
 $R = 88\ \Omega$;
 M egy univerzális V-A- Ω mérő digitális műszer.



a) Mit mutat a műszer voltmérőként bekötve, ha ideális voltmérőnek tekintjük?

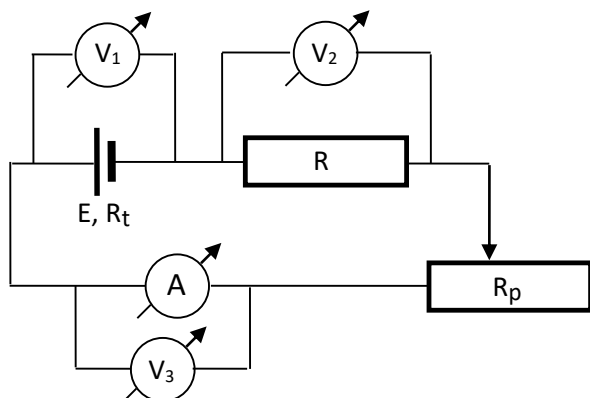
Ha M ideális voltmérő, akkor nem folyik áram a körben, és a műszer a telep elektromotoros erejét mutatja, azaz 10 V -ot.

b) Mekkora áramerősséget mutat a műszer, ha ampermérőként kötjük be, és 200 mA -es méréshatárú árammérő állásba kapcsoljuk, ahol a belső ellenállása $10\ \Omega$?

Ekkor a körben folyó áram

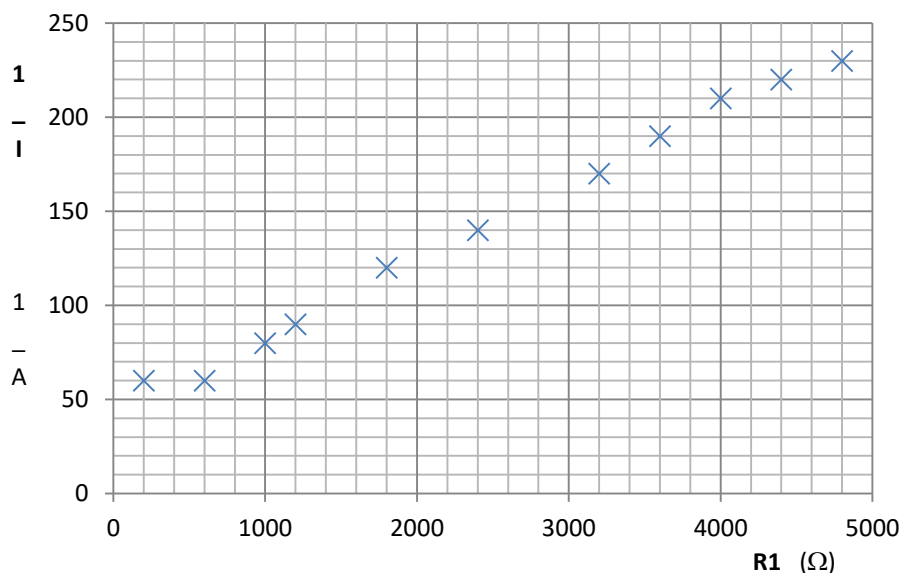
$$I = E / (R_b + R + R_A) = 10 / (2 + 88 + 10) = 0,1\text{ A} = 100\text{ mA}$$

E2)



Az ábra szerinti áramkörben a telep elektromotoros ereje és belső ellenállása ismeretlen, az állandó ellenállás értéke $R = 800\ \Omega$, a potenciométer összellenállása $R_p = 5000\ \Omega$, a műszerek ideálisak.

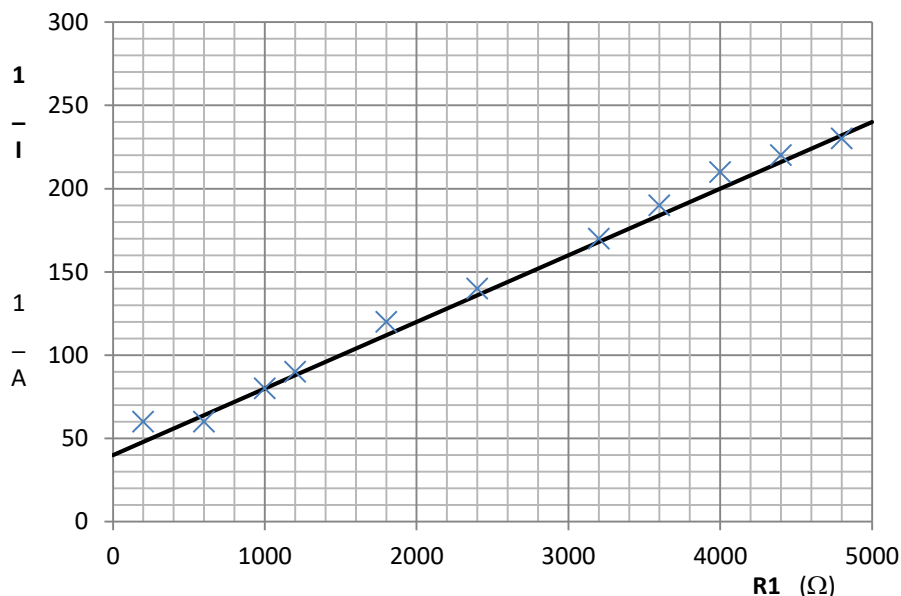
A diagramon a mért áram reciprokát ábrázoltuk a potenciométer R_1 ellenállásának függvényében ($1/I$ 1/A-ban, $R_1\ \Omega$ -ban van ábrázolva).



a) Olvassuk le a diagramról az egyenes meredekségét mértékegységgel együtt!

az egyenes meredeksége

$$a = \Delta(1/I) / \Delta(R_1) = ((240-40) 1/A) / (5000-0) \Omega = 200/5000 1/(A \cdot \Omega) = 0,04 1/V.$$



b) Számoljuk ki a telep elektromotoros erejét!

A meredekség $a = 1/E \rightarrow E = 1/a = 1/0,04 = 25 \text{ V}.$

c) A tengelymetszetből számoljuk ki a telep belső ellenállását!

$R_1 = 0$ -nál a diagramról $1/I = 40 1/A.$

Ilyenkor folyik a legnagyobb áram a körben, mert az eredő ellenállás ekkor a legkisebb: $R_e = R + R_t,$

tehát ekkor $I = E / (R + R_t)$

$$\rightarrow 1/I = (R + R_t) / E = (800 + R_t) / 25 = 40 \rightarrow R_t = 200 \Omega.$$

d) Mit mutatnak a műszerek, ha a potenciométer csúszkája középen áll?

Ha a potenciométer csúszkája középen áll,

akkor $R_1 = 5000/2 = 2500 \Omega.$

Az áram reciproka leolvasható a diagramról: $1/I = 140 1/A$

$$\rightarrow I = 1/140 = 0,00714 \text{ A} = 7,14 \text{ mA};$$

vagy az áram kiszámolható:

$$I = E / (R + R_t + R_1) = 25 / (800 + 200 + 2500) = 25/3500 = 0,00714 \text{ A}, \text{ ennyit mutat az ampermérő.}$$

A V_3 voltmérő zérust mutat, mivel az ampermérő ideális (zérus ellenállású, így $U_A = R_A \cdot I = 0$).

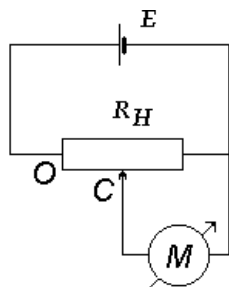
A V_2 voltmérő az R -en eső feszültséget méri:

$$U_2 = R \cdot I = 800 \cdot 0,00714 = 5,71 \text{ V-ot mutat.}$$

A V_1 voltmérő a telep kapocsfeszültségét méri:

$$U_k = E - R_t \cdot I = 25 - 200 \cdot 0,00714 = 23,57 \text{ V.}$$

E3)



A telep elektromotoros ereje $E = 10 \text{ V}$,
belső ellenállása elhanyagolható.

A potenciométer összellenállása 1000Ω .

A csúszó a potenciométer felénél áll.

Mit mutat az univerzális műszer
voltmérőként, illetve ampermérőként
kapcsolva, ha mindkét esetben ideális
műszernek tekinthető?

Megoldás:

Voltmérőként:

ideális voltmérőn nem folyik áram, vagyis most áram
csak a potenciométeren folyik:

$$10 \text{ V} / 1000 \Omega = 0,01 \text{ A.}$$

A műszer a potenciométer felén eső feszültséget
mutatja: $U = 500 \cdot 0,01 = 5 \text{ V}$.

Ampermérőként:

ideális ampermérő ellenállása zérus, vagyis most
rövidre zárja a vele párhuzamosan kötött
potenciométer-részt, azon nem folyik áram.

Így a körben folyó áram:

$$10 \text{ V} / 500 \Omega = 0,02 \text{ A.}$$

4. Hőmérsékletmérés

Igaz-e, hogy

– ha egy hőmérőt 20°C -os szobahőmérsékletről
 100°C -os vízbe rakunk, akkor hamarabb éri el a
 40°C -ot, mint akkor, ha ugyanazt a hőmérőt csak
 80°C -os vízbe raknánk?

IGAZ, mert a hőmérsékletváltozás sebessége
arányos a kezdeti hőmérsékletkülönbséggel, ami
az első esetben nagyobb (80°C , a második
esetben meg csak 60°C).

– ha egy hőmérőt 20°C -os szobahőmérsékletről
 100°C -os vízbe rakunk, akkor hamarabb éri el a 60°C -ot,
mint ahogy elérné az 50°C -ot, ha
 80°C -os vízbe raknánk?

NEM IGAZ, mindkét esetben a felére csökken a
kezdeti hőmérsékletkülönbség és ehhez
ugyanannyi idő kell.

– a felezési idő kétszer akkora, mint a negyedelési
idő?

NEM, a felezési idő alatt a hőmérséklet-
különbség a felére, a negyedelési idő alatt a
negyedére csökken, ami szükségszerűen
hosszabb idő (kétszerese a felezési időnek).

– az időállandó az az idő, amikor az adott hőmérő
leolvasási pontosságával elérjük a mérendő
hőmérsékletet?

NEM IGAZ, az időállandó az az idő, ami alatt a
hőmérsékletkülönbség a hőmérő és a közeg
között az e-edrészére csökken.

– az időállandó az az idő, ami alatt a hőmérő
hőmérséklete az e-ed részére csökken?

NEM IGAZ, nem a *hőmérséklete* csökken e-ed
részére, hanem a hőmérő és a közeg közötti
hőmérsékletkülönbség.

– egy hőmérő gyorsabban melegszik, ha forró (100 °C-os) vízbe tesszük, mint ha annak (szintén 100 °C-os) gőzébe?

– egy ellenálláshőmérő ellenállása felmelegedési görbe felvételekor nő, lehűlési görbe felvételekor csökken?

– lehűlési görbe felvételekor ellenálláshőmérővel negatív ellenállásokat mérünk?

– ha egy termoelem hidegpontja 0 °C-os jeges vízben van és a 23 °C-os (szobahőmérsékletű) melegpontját betesszük a hidegpont mellé a vízbe, akkor a termofeszültség zérushoz fog tartani?

– termoelem feszültsége soha nem lehet negatív?

IGAZ, mert vízben nagyobb a hőátadási együttható, ezért kisebb az időállandó.

IGAZ, az ellenállás a hőmérséklettel lineárisan nő ill. csökken:

$$R(T) = R_0 (1 + \beta (T - T_0)) .$$

NEM IGAZ, negatív ellenállás nem létezik! Lehűléskor az ellenállás csökken (és 0 K-hez közeledve zérushoz tart: ez a szupravezetés).

IGAZ: a meleg- és hidegpont közötti hőmérsékletkülönbség zérushoz tart, és a termofeszültség ezzel arányos: $\varepsilon = a \cdot (T_M - T_H)$.

NEM IGAZ, lehet negatív, ha a „hidegpont” melegebb, mint a „melegpont”.

A Newton-féle hőátadási törvény: $T - t$ diagramot RAJZOLNI!!!

$$\Delta T(t) = \Delta T_0 \cdot e^{-t/\tau} \quad \text{ahol}$$

felmelegedéskor $\Delta T_0 = T_k - T_0$, és t időben $\Delta T(t) = T_k - T(t)$

lehűléskor $\Delta T_0 = T_0 - T_k$, és t időben $\Delta T(t) = T(t) - T_k$

T_k a közeg hőmérséklete,

T_0 a hőmérő kiindulási hőmérséklete,

$T(t)$ a hőmérő hőmérséklete a t időben,

τ az időállandó.

H1) Ellenálláshőmérő ellenállása

20 °C-on 108,0 Ω ,

25 °C-on 110,0 Ω .

Mennyi az ellenállása 45 °C-on?

$$\begin{aligned} R(T) &= R(T_0) (1 + \beta (T - T_0)); \text{ legyen } T_0 = 0 \text{ °C:} \\ 108,0 &= R_0 (1 + \beta \cdot 20) \quad \text{és} \quad 110,0 = R_0 (1 + \beta \cdot 25) \\ \Rightarrow \beta &= 0,004 \text{ °C}^{-1} \quad \text{és} \quad R_0 = 100,0 \Omega \\ \Rightarrow R(45) &= 100,0 (1 + 0,004 \cdot 45) = 118,0 \Omega. \end{aligned}$$

H2) Jeges (0 °C-os) vízből forrásban lévő (100 °C-os) vízbe tesszük a hőmérőnkét.

Fél perc múlva 50 °C-ot mutat.

Mennyit mutat újabb fél perc múlva?

A kezdeti 100 °C különbség fél perc alatt 50 °C-ra csökken, feleződik, vagyis a felezési idő fél perc; újabb fél perc alatt a 100 °C és az 50 °C közötti különbség feleződik meg, vagyis 75 °C-ot.

H3) Egy lábasban 20 °C-os tejet 220 °C-os főzőlapra téve akarunk felforralni. A tejet folyamatosan keverjük, hogy ki ne fusson.

A tej 1 perc múlva 43,5 °C-os.

Mennyi idő alatt forr fel?

$$\begin{aligned} T_0 &= 20 \text{ °C}, \quad T_k = 220 \text{ °C}, \\ t &= 1 \text{ perc-nél } T(t) = 43,5 \text{ °C}, \text{ azaz} \\ 220 - 43,5 &= (220 - 20) \cdot e^{-1/\tau} \\ \Rightarrow \tau &= 8,0 \text{ perc az időállandó} \\ T(t^*) &= 100 \text{ °C: } 220 - 100 = (220 - 20) \cdot e^{-t^*/8,0} \\ \Rightarrow t^* &= 4,1 \text{ perc alatt forr fel} \end{aligned}$$

H4) a) Hány fokos „láza” van Katának, ha egy 2 perc időállandójú lázmérővel méri a hőmérsékletét, ami a mérés kezdetekor 23,4 °C-os volt, és 3 perc után 36,2 °C-ot mutat?

$$\begin{aligned} T_0 &= 23,4 \text{ °C}, \quad t = 3 \text{ perc}, \\ T(t) &= 36,2 \text{ °C}, \quad \tau = 2 \text{ perc} \\ T_K - 36,2 &= (T_K - 23,4) \cdot e^{-3/2} \\ \Rightarrow T_K &= 39,876 \text{ °C} \approx 39,9 \text{ °C} \end{aligned}$$

b) Hány fokot mutat újabb 3 perc múlva?

$$\begin{aligned} 39,9 - T(6) &= (39,9 - 23,4) \cdot e^{-6/2} \\ \Rightarrow T(6) &= 39,056 \text{ °C} \approx 39,1 \text{ °C} \end{aligned}$$

H5) Forrásban lévő (100 °C-os) vízből jeges (0 °C-os) vízbe tesszük a hőmérőnkét. 25 s múlva 80 °C-ot mutat.

a) Mennyi a hőmérő időállandója?

$$\begin{aligned} T_0 &= 100 \text{ °C}, \quad T_K = 0 \text{ °C}, \quad t = 25 \text{ s} \\ T(t) &= 80 \text{ °C} \quad \Rightarrow \quad \tau \approx 112,0355 \text{ s} \approx 112 \text{ s} \end{aligned}$$

b) Mikor mutat a hőmérő 40 °C-ot?

$$T(t_2) = 40 \text{ °C} \quad \Rightarrow \quad t_2 = 102,657 \text{ s} \approx 103 \text{ s}$$

H6) Mennyi idő alatt éri el a 22,2 °C-os higanyos lázmérő a beteg 39,2 °C-os hőmérsékletét 0,1 °C pontossággal, ha időállandója $\tau = 90 \text{ s}$?

$$\begin{aligned} T_0 &= 22,2 \text{ °C}, \quad T_K = 39,2 \text{ °C}, \quad \Delta T = T_K - T(t) = 0,1 \text{ °C}, \\ \text{azaz} \quad 0,1 &= (39,2 - 22,2) \cdot e^{-t/\tau} \\ \Rightarrow t &= 462 \text{ s} = 7,7 \text{ perc}. \end{aligned}$$

H7) Egy higanyos lázmérő skálája 0,1 °C pontossággal olvasható le. Jancsi azt figyelte meg, hogy ha a lázmérő kiindulási hőmérséklete a 24,0 °C-os szobahőmérséklet, és ő egészséges, azaz 36,2 °C hőmérsékletű, akkor 9,6 perc után a hőmérő már a 0,1 °C leolvasási pontossággal megközelíti az ő hőmérsékletét.

a) Mennyi a hőmérő időállandója?

$$\begin{aligned} \Delta T &= \Delta T_0 \cdot e^{-t/\tau} \\ 0,1 &= (36,2 - 24,0) \cdot e^{-9,6/\tau} \Rightarrow \tau = 1,9983 \text{ s} \approx 2,0 \text{ perc} \end{aligned}$$

b) Mennyi idő alatt érne el Jancsi hőmérsékletét ugyanez a hőmérő ugyancsak 24,0 °C-os szobahőmérsékletről indulva, ha Jancsinak 40,0 °C-os láza lenne?

$$0,1 = (40,0 - 24,0) \cdot e^{-t/2,0} \Rightarrow t \approx 10,1 \text{ perc}$$

H8) Termoelem hidegpontja jeges (0 °C-os) vízben van, meleg pontja a 23 °C-os szobában. A mért termofeszültség ekkor 0,92 mV. Átesszük a melegpontot egy 160 °C-os termosztátba. Lehetséges-e, hogy 3 perc múlva 9,20 mV-ot mérünk?

A termofeszültség arányos a meleg- és a hidegpont hőmérsékletének különbségével:
 $\varepsilon = a (T_M - T_H)$
 $0,920 = a (23 - 0) \Rightarrow a = 0,040 \text{ mV/°C}$
 160 °C-on $\varepsilon = 0,040 \cdot (160 - 0) = 6,40 \text{ mV}$, tehát a termofeszültség legfeljebb ennyi lehet!