5. gyakorlat

5.1. Feladat: (HN 32B-3) Egy R ellenállású, r sugarú köralakú huzalhurok a B homogén mágneses erőtér irányára merőleges felületen fekszik. A hurkot gyorsan, t idő alatt 180^0-kal átforditjuk. Számitsuk ki, hogy mekkora átlagos ε feszültség indukálódott ezalatt a hurokban és mekkora töltés haladt át ezalatt a vezető hurkon.

Megoldás: Ha egy vezető hurok által határolt felületen a mágneses térerősség Φ_B fluxusa változik ennek hatására a vezetőhurokban $\varepsilon(t)$ elektromotoros erő jelenik meg, azaz feszültség indukálódik (Faraday indukciós törvénye). Ha a fluxusváltozás $\Delta\, t$ idő alatt $\Delta\, \Phi_B$ akkor az átlagos feszültség:

$$< \varepsilon >= -\frac{\Delta\, \Phi_B}{\Delta\, t} = -\frac{\Phi_B(t = \Delta\, t) - \Phi_B(t = 0)}{\Delta\, t} \tag{5.1.1}$$

A negatív előjel megfelel Lenz törvényének. A feladatban ennek az elektromotoros erőnek csak a nagysága érdekes. Az eredeti és az átfordítás utáni fluxus

$$\Phi(t = 0) = \int_A \mathbf{B}\, d\mathbf{A}\ |_{t=0} = B\, A = B\, r^2\, \pi \tag{5.1.2}$$

$$\Phi(t = \Delta\, t) = \int_A \mathbf{B}\, d\mathbf{A}\ |_{t=\Delta\, t} = -B\, r^2\, \pi \tag{5.1.3}$$

A teljes fluxusváltozás nagysága tehát eredeti fluxus kétszerese

$$\Delta\, \Phi_B = \Phi_B(t = \Delta\, t) - \Phi_B(t = 0) = -2\, B\, r^2\, \pi,$$

Esetünkben ($\Delta t \equiv t$), így

$$< \varepsilon >= +\frac{2\, B\, r^2\, \pi}{\Delta\, t} = +\frac{2\, B\, r^2\, \pi}{t} \tag{5.1.4}$$

Az átlagos $< \varepsilon >$ tér egy $I = \frac{< \varepsilon >}{R}$ áramot hoz létre. Az R ellenállású hurkon a t idő alatt áthaladó töltés nagysága pedig

$$\Delta\, Q =< I >\ \Delta\, t = \frac{< \varepsilon >}{R} \cdot t = \frac{2\, B\, r^2\, \pi}{R} \tag{5.1.5}$$

5.2. Feladat: (HN 32A-25) Egy 10 V-os telepet 5 Ω-os ellenállással és 10 H induktivitású tekerccsel kötünk sorba, és megvárjuk, amig az áramerősség állandósul. Számitsuk ki ekkor a) a telep által leadott teljesitményt; b) az ellenállás által disszipált teljesitményt; c) a tekercsben disszipált teljesitményt; d) a tekercs mágneses erőterében tárolt energiát.

Megoldás: A stacionárius állapot beállása után a tekercsen nincs indukált feszültség, ezért az áramerősség és a telep által leadott teljesítmény csak az ellenállástól függ, továbbá az ellenálláson disszipált teljesítmény megegyezik a telep által leadott teljesítménnyel:

$$I = \frac{U}{R} = 2\,\mathrm{A}. \tag{5.2.1}$$

$$P_{telep} = P_R = I^2 \cdot R = 20\,\mathrm{W}. \tag{5.2.2}$$

A tekercsben mágneses terében tárolt energia

$$W_L = \frac{1}{2}\,L\,I^2 = 20\,\mathrm{J}. \tag{5.2.3}$$

5.3. Feladat: (HN 32C-33) Egy 30 cm átmérőjű 2 Ω ellenállású vezető karika asztal lapján fekszik, ahol a Föld mágneses terének fluxussűrűsége 48 μT és iránya 65^o-os szöget zár be a vizszintessel. Számitsuk ki, mekkora töltés halad át a karika valamely pontján, ha azt hirtelen 180^o-kal átforditjuk.

Megoldás: A feladat analóg a **32B-3** feladattal. Az egyetlen különbség, hogy a mágneses tér és a vezető hurok síkja nem merőlegesek, ezért a fluxusban megjelenik a **B** és a felület normális vektora közötti szög koszínusza. Mivel azonban a normális vektor függőleges de a mágneses tér iránya a vízszinteshez képest van megadva, ezért a számolásnál vagy az eredeti szög színuszát, vagy a kiegészítő 25^o-os szög koszínuszát kell használni. Behelyettesítve az $R = 2\,\Omega$, $r = 0,15\,m$, és $B = 4,8 \cdot 10^{-5}\,T$ értékeket.

$$< \varepsilon >= -\frac{\Delta\,\Phi_B}{\Delta\,t} \tag{5.3.1}$$

$$\Phi(t=0) = \int_A \mathbf{B}\,d\mathbf{A}\;|_{t=0} = B\,A\,sin65^o = B\,r^2\,\pi\,sin65^o \tag{5.3.2}$$

$$\Phi(t=\Delta\,t) = \int_A \mathbf{B}\,d\mathbf{A}\;|_{t=\Delta\,t} = -B\,r^2\,\pi\,sin65^o \tag{5.3.3}$$

$$< \varepsilon >= -\frac{2\,B\,r^2\,\pi\,sin65^o}{\Delta\,t} \tag{5.3.4}$$

$$\Delta\,Q =< I > \;\Delta\,t = \frac{< \varepsilon >}{R} \cdot \Delta\,t = \frac{2\,B\,r^2\,\pi\,sin65^o}{R} \tag{5.3.5}$$

$$quad = \frac{2 \cdot 4,8 \cdot 10^{-5} \cdot 0,15^2 \cdot \pi \cdot sin65^o}{2} = \underline{3.075 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}}. \tag{5.3.6}$$

5.4. Feladat: (HN 32C-35) A 19 ábrán vázolt áramkör homogén, időben egyenletesen csökkenő fluxussűrűségű mágneses erőtérben helyezkedik el. dB/dt = —k, ahol k pozitiv állandó. Az áramkör egy a sugarú hurok, melyben egy R ellenállás és egy C

19. ábra. A 32C-35 feladathoz

kapacitású kondenzátor van (az utóbbi lemezei az ábra szerinti módon helyezkednek el). a) Mekkora a kondenzátor maximális Q töltése? b) A kondenzátor melyik lemezének nagyobb a potenciálja? c) Elemezzük, hogy milyen erők okozzák a töltések szétválását.

Megoldás: A körben indukált feszültség nagyságát a fluxusváltozás sebességéből kapjuk meg

$$\varepsilon = -\frac{d\,\Phi}{d\,t} = -\frac{d\,B\,a^2\,\pi}{d\,t} = k\,a^2\,\pi \tag{5.4.1}$$

Ez állandó. Az állandó feszültségre kapcsolt kondenzátor töltése exponenciálisan közelíti a maximális töltést, aminek elérése után a kondenzátor feszültsége és az indukált feszültség azonos nagyságú és ellentétes irányú, vagyis a maximális töltés a $C\cdot\varepsilon = Q_{max}$ egyenletből számítható ki. Innen

$$Q_{max} = C\,k\,a^2\,\pi \tag{5.4.2}$$

Az indukált elektromos tér önmagukban záródó erővonalai a mágneses tér megváltozására merőleges síkú körök. Irányukat a balkéz-szabály alapján lehet meghatározni: mivel az indukcióvektor $d\mathbf{B}$ megváltozása a lap síkjából kifelé mutat az $\mathbf{E}$ erővonalak az óramutató járásával megegyező irányba mutatnak, ezért a pozitív töltések a kondenzátor felső lapján gyűlnek össze. A töltések szétválását a mágneses indukciófluxus változása okozza.

5.5. Feladat: (HN 33B-4) Egy 25 cm hosszú, sűrűn tekercselt, 600 menetű szolenoidon 30 mA erősségű áram folyik it. Számitsuk ki H és B nagyságát a szolenoid középpontjában (a) ha a szolenoid légmagos és (b) ha a szolenoid magja 45 Permalloyból készült, melynek szuszceptibilitása a maximális telítési értéknek háromnegyede.

Megoldás: A szolenoid középpontjában

$$H = \frac{I\cdot N}{\ell} \tag{5.5.1}$$

$$B = \mu\frac{I\cdot N}{\ell} \qquad (\mu = \mu_r\cdot\mu_0) \tag{5.5.2}$$

ahol $\mu_0 = 4\,\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$. Mivel H képletében nem szerepel a permeabilitás az ugyanakkora lesz légmagos és vasmagos tekercsre. Légmagos tekercsre $\mu_r^{(1)} = 1$. A HN könyv 33-1 táblázatából a 45 Permalloy mágneses szuszceptibilitása $\chi = 25000$, ennek 3/4-ével ($\chi = 18750$) kell számolni a feladatban, vagyis $\mu_r^{(2)} = 1 + \chi = 18751$. Ezekkel az adatokkal

$$H^{(1)} = H^{(2)} = \frac{3 \cdot 10^{-2} \cdot 600}{0,25} = 72\,\frac{A}{m} \tag{5.5.3}$$

$$B^{(1)} = \mu_0 \cdot H = 9.048 \cdot 10^{-5}\,\frac{Vs}{m^2} \tag{5.5.4}$$

$$B^{(2)} = \mu_0\,\mu_r \cdot H = 1.697\,\frac{Vs}{m^2}. \tag{5.5.5}$$

5.6. Feladat: (HN 33B-8) Egy 50 cm kerületű toroid tekercs 1000 menetű és rajta 200 mA erősségű áram halad it. A vasmag olyan anyagból készült, amelynek telítési szuszceptibilitása 3000. (a) Számitsuk ki a B mágneses indukcióvektort a magban, ha anyaga 85%-ig telítődött. (b) Számitsuk ki a H mágneses térerősséget a tekercs belsejében. (c) Számitsuk ki B azon részét, amely csak tekercsben folyó áramtól ered.

Megoldás: Sűrűn tekercselt toroidra hasonló képletek adhatóak meg, mint szolenoidra, csak a tekercs hossza helyett a szolenoid középvonalának hosszát kell használni, ami az esetünkben - mivel a toroid átmérőjét nem adták meg, tehát elhanyagolhatónak tekinthetjük - $K = 0,5$ m. Behelyettesítve az egyes kérdésekre adott válaszok (célszerű először a (b) és utána az (a) kérdésre kiszámolni az eredményt):

$$b) \quad H = \frac{I \cdot N}{K} = \frac{0,2 \cdot 1000}{0,5} = 400\,\frac{A}{m} \tag{5.6.1}$$

$$a) \quad B = \mu_r \mu_o \cdot H = 1.257 \cdot 10^{-6} \cdot (3000 \cdot 0,85 + 1) \cdot 400 = 1,282\,T \tag{5.6.2}$$

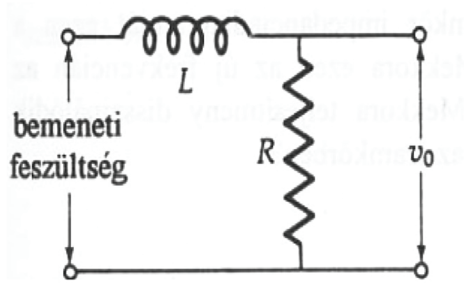
$$c) \quad B_{lev} = \mu_o \cdot H = 1.257 \cdot 10^{-6} \cdot 400 = 5.027 \cdot 10^{-4}\,T. \tag{5.6.3}$$

5.7. Feladat: (HN 34C-43) Tekintsük a 20. ábrán látható áramkört. A bemenő feszültség időben (nem szükségszerűen szinuszosan) változik. Mutassuk meg, hogy a v_{ki} kimenő feszültség közelítőleg arányos a bemenő feszültség idő szerinti integráljával, ha az R ellenállás az induktiv reaktanciánal sokkal kisebb (mindazon frekvenciák esetében, amelyek a bemenő jelben jelen vannak).

Megoldás: A v_{ki} kimenő feszültség az R ellenálláson eső $I \cdot R$ feszültség. Kirchoff huroktörvénye szerint

$$U_{be} - L\frac{dI}{dt} - I \cdot R = 0 \tag{5.7.1}$$

$$\frac{dI}{dt} + I \cdot \frac{R}{L} - \frac{U_{be}}{L} = 0. \tag{5.7.2}$$



20. ábra. A 34C-43 feladathoz

Az induktiv reaktancia $X_L = \omega L$. Ha $R \ll \omega L$ minden ω-ra, akkor a második tag az I áramban jelen levő összes frekvenciára elhanyagolható[8] (közelítőleg 0), tehát az egyenlet leegyszerűsödik

$$\frac{dI}{dt} \approx \frac{U_{be}}{L} \tag{5.7.3}$$

Ennek megoldása

$$I(t) = \frac{1}{L} \int U_{be} \, dt. \tag{5.7.4}$$

Tehát a kimenő feszültség közelítőleg valóban arányos a bemenő feszültség idő szerinti integráljával.

$$v_{ki} = I(t) \cdot R = R \cdot \frac{1}{L} \cdot \int U_{be} \, dt. \tag{5.7.5}$$

Házi feladat (gyakorlásra):
32/ 1, 7, 8, 15, 17, 18, 23, 40, 45, 46
33/ 9
34/ 11, 12, 29, 49

[8]Pl. $\omega = 1\, s^{-1}$ -re is, amikor $\dfrac{R}{\omega L} = \dfrac{R}{L}$