

**Haladó problémamegoldó szeminárium 1.**  
**9. feladatsor – 2019. november 27.**

1. Egy földön rögzített  $D$  rugóállandójú, függőleges rugó tetejére  $m$  tömegű, vízszintes lap van rögzítve. Egy másik  $m$  tömegű test  $h$  magasságból ráesik a lapra, és vele teljesen rugalmatlanul ütközik.

- a) Mekkora lesz a kialakuló rezgés periódusideje és amplitúdója?
- b) Adja meg a lap elmozdulás–idő függvényét! (Legyen  $t = 0$  az ütközés pillanata.)
- c) Legalább mekkora legyen a rugó nyújtatlan hossza, hogy a lap ne érje el a földet?
- d) Mi a feltétele annak, hogy a két test az ütközés után már ne váljon el egymástól?

2. Egy  $m_1$  és egy  $m_2$  tömegű testet  $D$  rugóállandójú rugó köt össze. Az egész rendszert felakasztjuk az  $m_1$  tömegű testnél fogva egy cérnára, és megvárjuk, hogy a testek nyugalomba kerüljenek. Ekkor a cérnát elégejtjük.

Hogyan mozognak a testek? Adja meg az időfüggvényeket!

*Segítség:* Érdeemes tömegközépponti rendszerben vizsgálni a mozgást!

3. Egy inga két, egymásra merőleges irányban is végezhet lengéseket. Kis kitérésnél a rezgés harmonikus, a körfrekvencia mindkét irányban  $\omega$ . Legyen  $x(t) = A \sin \omega t$  és  $y(t) = B \sin(\omega t + \varphi)$

- a) Adja meg a kialakuló pályák egyenletét!
- b) Megfelelő paraméterek esetén az ingatest egyenletes körmozgást fog végezni (kúp-inga). Mutassa meg, hogy kis kúpszög esetén valóban ugyanazt az  $\omega$ -t kapjuk meg, ha a mozgást két ingamozgás szuperpozíciójaként, vagy ha egyenletes körmozgásként írjuk le!
- c) Mi a helyzet nagy kúpszög esetén?

4. Egy  $R$  sugarú rögzített gömbhéj belsejében egy  $r$  sugarú kis gömb áll. A kis gömböt finoman (és kicsit) kitérítjük, így az tiszta gördüléssel ide-oda fog gurulni.

- a) Határozza meg a rezgés körfrekvenciáját a mozgásegyenlet alapján!
- b) Határozza meg a körfrekvenciát energetikai megfontolásokkal is!

*Segítség:* Írja fel a rendszer helyzeti energiáját a maximális kitérésnél és a mozgási energiáját az egyensúlyi helyzetben!  $\alpha \ll 1$  esetén  $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2/2$ .