

Haladó problémamegoldó szeminárium 1.
8. feladatsor – 2019. november 20.

1. Egy tengely végeire két egyforma, szabadon forgó kereket erősítünk. A kapott eszközt egy vízszintessel kis szöget bezáró síkra helyezük, és a síkra merőleges tömegközépponti tengely körül megforgatjuk. A kerek megcsúszás nélkül gördülnek.

Írja le a mozgást!

Segítség:

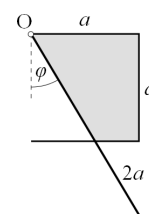
1. Belátható, hogy az eszköz szögsebessége időben állandó. Próbálja ezt bebizonyítani! Ehhez írja fel a (haladó és forgó mozgásokra – külön-külön az egész szerkezet és a két kerék forgására – vonatkozó) mozgásegyenleteket, használja ki, hogy a szerkezet csak a tengely pillanatnyi helyzetére merőleges irányban haladhat (ezt az irányt jelöljük \parallel jellel)!

2. Tegye fel, hogy a $t = 0$ pillanatban a kerék tengelye vízszintes, sebessége 0, állandó szögsebessége pedig Ω nagyságú. Használja ki most is, hogy a kerék minden pillanatban csak a tengelyre merőleges (\parallel -sal jelölt) irányban haladhat, ez az irány a tengely (egyenletes) forgása miatt azonban időben változik. Ez alapján határozza meg először a test a_{\parallel} gyorsulását, ebből integrálással a v_{\parallel} sebességet, majd ezt bontsa fel v_x és v_y komponensekre. Ezekből már integrálással megkapja az $x(t)$ és $y(t)$ időfüggvényeket.

2. A *Cartesius-búvár* egy részben levegővel töltött, szájával lefelé a vízben álló, kicsiny kémcső. Vizsgálja a búvárra ható erőket a p_0 külső nyomás, a vízfelszín alatti h mélység és a T hőmérséklet függvényében! Használja fel az egyesített gáztörvényt ($pV/T = \text{állandó}$)! A rendszerben a hőmérséklet mindenhol ugyanakkora (de időben változhat), a víz hőtágulását hanyagolja el!

Vizsgálja az egyensúlyi helyzetek stabilitását: a felszínből kicsit kiálló (úszó) búvárét, az edény aljára leérő (elmerült) búvárét és a vízben lebegő búvárét!

3. Az ábrán látható $2a$ hosszúságú homogén, m tömegű tű az O ponton átmenő vízszintes tengely körül súrlódásmentesen foroghat. Az a oldalalú, négyzet alakú függőleges keret és a tű σ felületi feszültségű szappanhártyát feszít ki. A nehézségi gyorsulás g .



A φ szög milyen értékeinél lehet a rendszer stabil egyensúlyban?

4. (újra) Vizsgálja meg a Föld-Hold rendszert! (Más égitestek hatásától tekintsünk el.) A két égitest a közös tömegközéppont körül kering, valamint mindkét égitest forog a saját tömegközéppontja körül. Mint ismeretes a keringés és a Hold forgása kötött: a két szögsebesség megegyezik.

A jegyzet végén lévő függelékben vett adatok alapján mutassa meg, hogy a Hold saját (forgásból származó) perdülete elhanyagolható a (keringésből származó) pályaperdület mellett! Mutassa meg, hogy a Föld esetében pont fordított a helyzet!

Az árapályerők miatt a Föld-Hold rendszer energiát veszít, és a Föld forgása lassul. Hogyan változik emiatt a Hold keringési ideje és Földtől mért távolsága? (Használja fel az adatokat és a fenti közelítéseket!)

Nagyon hosszú idő múlva a Föld forgása is kötött lesz, azaz a Föld forgási szögsebessége is meg fog egyezni a keringés szögsebességével. Milyen hosszú lesz ekkor egy nap?