

Haladó problémamegoldó szeminárium 1.
6. feladatsor – 2019. november 6.

1. Két kicsiny m tömegű testet l hosszúságú fonál köt össze. Az egyik test egy súrlódásmentes asztalon van, a másik az asztal közepén lévő lyukon átfűzött fonálon közvetlen az asztal alatt lóg. Az asztalon lévő testet a lyuktól l távolságra a fonálra merőleges irányban v_0 sebességgel meglökjük.

Milyen mélyre süllyed le az alsó test?

Mekkora lesz az asztalon lévő test maximális sebessége?

Az asztalon lévő testre csak a fonálerő hat vízszintes irányban. Hogyan növelheti meg ez a sugárirányú erő a test érintőirányú (kerületi) sebességét?

2. Egy m tömegű pontszerű test egy felfelé nyitott, függőleges tengelyű kúp (egy tölcsér) belső felületén súrlódásmentesen mozoghat. A kúp fél nyílásszöge α , a legnagyobb sugara r_0 . A kis testet a kúp felső pereménél v_0 nagyságú, vízszintes sebességgel meglökjük.

Milyen mélyre megy le a test mozgása során? Mekkora lesz a maximális sebessége?

Numerikus módszerekkel próbálja meg meghatározni a kis test pályáját, és ábrázolja (felülnézet, oldalnézet, $\varphi(t)$ és $r(t)$ vagy $z(t)$ függvények)!

3. Egy m tömegű v sebességű pontszerű test egy álló, szintén m tömegű testnek ütközik. Bizonyítsa be, hogy a két test az ütközés után egymáshoz képest merőleges irányban halad!

Szorgalmi feladat: Igaz-e ez relativisztikus esetben is? Mekkora lehet ilyenkor a két test sebességvektora által bezárt szög?

Segítség: Egy test relativisztikus tömege $m = m_0/\sqrt{1-v^2/c^2}$ (ahol m_0 a nyugalmi tömege), impulzusa $p = mv$, nyugalmi energiája $E_0 = m_0c^2$, teljes (nyugalmi + mozgási) energiája $E = mc^2$. Érdemes használni az $E^2 = E_0^2 + p^2c^2$ azonosságot.

4. Vizsgálja meg a Föld-Hold rendszert! (Más égitestek hatásától tekintsünk el.) A két égitest a közös tömegközéppont körül kering, valamint mindkét égitest forog a saját tömegközéppontja körül. Mint ismeretes a keringés és a Hold forgása kötött: a két szögsebesség megegyezik.

A jegyzet végén lévő függelékből vett adatok alapján mutassa meg, hogy a Hold saját (forgásból származó) perdülete elhanyagolható a (keringésből származó) pályaperdület mellett! Mutassa meg, hogy a Föld esetében pont fordított a helyzet!

Az árapályerők miatt a Föld-Hold rendszer energiát veszít, és a Föld forgása lassul. Hogyan változik emiatt a Hold keringési ideje és Földtől mért távolsága? (Használja fel az adatokat és a fenti közelítéseket!)

Nagyon hosszú idő múlva a Föld forgása is kötött lesz, azaz a Föld forgási szögsebessége is meg fog egyezni a keringés szögsebességével. Milyen hosszú lesz ekkor egy nap?