Haladó problémamegoldó szeminárium 1.
1. feladatsor – 2019. szeptember 18.

1. Három katicabogár egy a oldalhosszúságú szabályos háromszög három csúcspontjában áll. Egy adott pillanatban egyszerre elindulnak, egyforma és állandó sebességgel haladnak, folyamatosan mindig az egyik szomszédjuk (pillanatnyi) irányába. (Az első a második felé, a második a harmadik felé, a harmadik az első felé.)

Mekkora út megtétele után találkoznak? (*Segítség:* vektorok.)

Írja fel a katicák pályájának egyenletét! (Ehhez érdemes polárkoordinátákat használni.)

Mozgásuk során a katicák hányszor járják körbe a háromszög középpontját? (Diszkutálja *fizikus szemmel* a matematikai megoldást!)

2. A szökevények hajója az egyenes tengerpart egy pontjáról a partra merőleges irányban indul el, és egyenes vonalban, állandó sebességgel halad. Ugyanebben a pillanatban elindul az üldözők hajója is, szintén a partról, a szökevények hajójától d távolságban. Ez a hajó is egyenletes sebességgel halad, de mindig a szökevények hajójának (pillanatnyi) irányába. Végül a parttól éppen d távolságra éri utol a szökevények hajóját.

Mekkora a két hajó sebességének aránya? (Miről nevezetes ez a szám?)

3. Egy súlylökő h magasságból v_0 kezdősebességgel dobja el a golyót. (Bár valószínűleg nem igaz, tegyük fel, hogy az ellökés sebessége független az ellökés irányától. A súlylökés talán az egyetlen sport, ahol a légellenállás jó közelítéssel elhanyagolható.)

Legfeljebb milyen messze tudja eldobni a golyót? Ehhez milyen szögben kell indítania? Próbáljon meg „elemi” (differenciálszámítás nélküli) megoldást találni!

4. $M = 1000\,\mathrm{kg}$ tömegű gépkocsi egyenletes körmozgást végez $R = 15\,\mathrm{m}$ sugarú körpályán $\omega = 0{,}4\,\mathrm{s}^{-1}$ szögsebességgel. A gépkocsi $15\,\mathrm{m}$ hosszú kötéllel $m = 200\,\mathrm{kg}$ tömegű ládát vontat, amely szintén egyenletes körmozgást végez. A láda súrlódási együtthatója $\mu = 0{,}24$, $g = 10\,\mathrm{ms}^{-2}$.

a) Mekkora erő feszíti a kötelet?

b) A talaj mekkora erővel hat a gépkocsira (a vízszintes síkban)?

c) Mekkora a láda vontatására fordított teljesítmény?

d) Vizsgáljuk meg a mozgást, ha $\omega = 0{,}2\,\mathrm{s}^{-1}$!

Eötvös-verseny 1976.

5. Vízszintes helyzetű, elegendően nagy méretű, téglalap alakú rajztáblán egy begrafitozott kicsiny pénzérme fekszik. A rajztáblát saját síkjában mozgatni kezdjük úgy, hogy középpontja R sugarú körön haladjon ω szögsebességgel, miközben oldalai az eredeti helyzetükkel mindvégig párhuzamosak maradnak. Az érme és a rajztábla közötti súrlódási együttható μ, melynek értéke elég kicsi ahhoz, hogy az érme folyamatosan csússzon.

Hogyan mozog az érme hosszabb idő után? Milyen nyomot hagy eközben a rajztáblán?

Eötvös-verseny 2016.