Kísérleti fizika I.

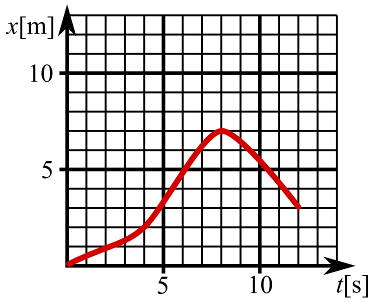
1. gyakorlat

Mozgás egy dimenzióban

Szükséges előismeretek: Elmozdulás, megtett út, pillanatnyi és átlagsebesség, gyorsulás, elemi differenciál- és integrálszámítás;

Feladatok órai munkára

F1. Az ábra egy egyenes pályán mozgó, pontszerű test x helykoordinátáját mutatja a t idő függvényében.



a) Rajzoljuk fel a test által megtett s utat az idő függvényében!

b) Rajzoljuk fel (kvalitatíven) a test pillanatnyi v sebességét az idő függvényében!

c) Mekkora a test szokásos (megtett útra vonatkoztatott) átlagsebessége az ábrán mutatott kezdő és végső időpont között?

d) Mekkora az elmozdulásra vonatkoztatott átlagsebessége?

F2. Egy egyenes pályán mozgó, pontszerű test elmozdulás-idő függvénye az alábbi alakú:

$$x(t) = At - Bt^3,$$

ahol $A = 12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ és $B = 1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^3}$. Az x elmozdulást méterben, a t időt szekundumban mérjük.

a) Rajzoljuk fel az $x(t)$ függvényt!

b) Differenciálszámítás segítségével határozzuk meg a test sebesség-idő és gyorsulás-idő függvényét! Rajzuljuk is fel őket!
(*Ha nem emlékszünk az $f(t) = t^n$ hatványfüggvény deriváltjára, vezessük le!*)

c) Adjuk meg az x elmozdulás maximális $x_{\max}$ értékét a $t > 0$ tartományon. Melyik $t_{\max}$ időpontban veszi fel ezt a maximális értéket?

d) Adjuk meg a test szokásos (megtett útra vonatkozó) átlagsebességét a $t \in [1\,\mathrm{s}, 5\,\mathrm{s}]$ időtartományon!

F3. Egy pontszerű test harmonikus rezgőmozgást végez az x-tengely mentén, kitérés-idő függvénye az alábbi alakú:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi),$$

ahol A a rezgés amplitúdója, ω a körfrekvencia, φ pedig a kezdőfázis.

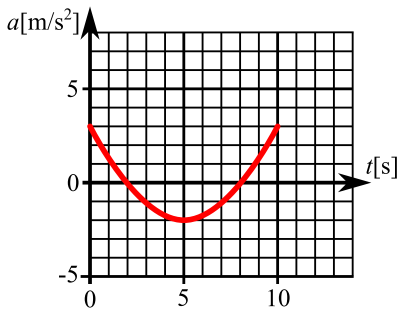
a) Rajzoljuk fel az $x(t)$ függvényt! Jelöljük rajta az A amplitúdót, a $T = \frac{2\pi}{\omega}$ periódusidőt, valamint a φ kezdőfázist!

b) Differenciálszámítás segítségével határozzuk meg a test sebesség-idő és gyorsulás-idő függvényét! Rajzoljuk is fel őket!

c) Hogyan kaphatjuk meg a $v(t)$ függvényt deriválás nélkül? (*Másként fogalmazva vezessük le a* $\cos(\omega t + \varphi)$ *függvény deriváltját fizikai megfontolások (körmozgás) segítségével!*)

d) Határozzuk meg a mozgás (szokásos, útra vonatkozó) átlagsebességét a rezgés egy T periódusára!

F4. Az ábra egy egyenes pályán mozgó pontszerű test gyorsulás-idő függvényét ábrázolja. A feladat első részében azt az esetet vizsgáljuk, amikor a test $t = 0$ időpontban mért kezdősebessége és kezdőhelyzete is zérus: $x_0 = 0\,\mathrm{m}$, $v_0 = 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.



a) Rajzoljuk fel kvalitatíven a test sebesség-idő függvényét!

b) Melyik időpontokban lesz a sebesség értéke (lokálisan) maximális/minimális?

c) Rajzoljuk fel kvalitatíve a test kitérés-idő függvényét!

Megváltoztattuk a kezdőfeltételeket, azaz most sem x_0, sem v_0 nem zérusok.

d) Hogyan változik (kvalitatíven) a $v(t)$ függvény?

e) Hogyan változik (kvalitatíven) az $x(t)$ függvény? Mi x_0 és v_0 „hatása" a grafikonra?

F5. Egy autó kezdetben $v_0 = 48$ km/h sebességgel haladt, amikor a sofőr hirtelen fékezni kényszerült. A féktávolság ebben az esetben 25 m volt. Egy másik esetben ugyanez az autó 60 km/h sebességgel haladt, ismét hirtelen fékezni kényszerült. A féktávolság ebben az esetben 37 m volt. A sofőr mindkét esetben, miután veszélyt érzékelt, valamekkora reakcióidő után lépett csupán a fékre. A kocsi gyorsulása mindkét esetben azonosnak és a fékezés során állandónak tekinthető.

a) Vázoljuk fel a kocsi sebesség-idő függvényét! Hogyan jelenik meg az ábrán a reakcióidő, illetve a fékezés során mért gyorsulás?

b) A megadott adatok alapján határozzuk meg a t_{reak} reakcióidőt és az a gyorsulást!

c) Mekkora a fékezés teljes ideje az egyes esetekben?

F6. Egy egyenes pályán mozgó, pontszerű test gyorsulás-idő függvénye

$$a(t) = A - Bt^2$$

alakú, ahol $A = 3\,\mathrm{m/s^2}$, és $B = 2\,\mathrm{m/s^4}$. Ismert továbbá a $t = 0$ időpontban mért $v_0 = 3\,\mathrm{m/s}$ kezdősebesség és $x_0 = 2\,\mathrm{m}$ kezdőhelyzet.

a) Ábrázoljuk a gyorsulás-idő függvényt!

b) Integrálszámítás segítségével határozzuk meg a test sebesség-idő függvényét! Hol lesz zérus a $t > 0$ tartományon a sebesség?

c) További integrálszámítással határozzuk meg a test elmozdulás-idő függvényét!

d) Mekkora a test (megtett útra vonatkoztatott) átlagsebessége a mozgás első két másodpercében?

F7*. Űrhajónk hajtóműve meghibásodott, ezért irányíthatatlanul repül állandó v_0 sebességgel a világűrben, amikor egy galaktikus porfelhőbe kerül, aminek következtében a sebességével arányos gyorsulással kezd fékeződni,

$$a \equiv \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -kv.$$

a) A fékezőerőre vonatkozó „mozgástörvény" segítségével határozzuk meg az űrhajó $v(t)$ függvényét!

b) Határozzuk meg az űrhajó $x(t)$ elmozdulás-idő függvényét! Maximálisan milyen mélyre hatol be az űrhajó a porfelhőbe?

F8*. Az ausztriai Fraknó várában található egy nagyon mély kút, ahol a kedves idegenvezető javaslatára egy kicsiny kavicsot dobunk (zérus kezdősebességgel) a kútba, majd várjuk a csobbanás hangját, hogy megbecsülhessük a kút mélységét. Tudjuk, hogy a kő nem szabadon esik, hanem egy, a sebesség négyzetével arányos fékezőerő is fellép, azaz a gyorsulása a sebessége függvényében az alábbi alakú

$$a = g - k\,v^2,$$

ahol k egy, a kő alakjától függő, általunk ismeretlen konstans.

a) Határozzuk meg a kő sebesség-idő függvényét!

b) Végezzük el a számítást úgy is, hogy elhanyagoljuk a légellenállást! Rajzoljuk fel a helyes és az elhanyagolással nyert $v(t)$ függvényeket egy ábrára!

c) Becsüljük meg, meddig „elhanyagolható" a légellenállás!

Segítség: $\int \frac{\mathrm{d}x}{1-x^2} = \mathrm{arth}(x) + C$

„Kis ZH" Házi feladatok

H1. Egy motorcsónak folyásirányban haladva az A pontban megelőz egy, a folyón lefelé sodródó ladikot. $T = 60$ perccel később a motorcsónak megfordul, és valamennyi idő múlva újra a ladikhoz ér, amely az A ponttól $d = 6{,}0$ km-re sodródott az A ponttól. Feltételezve, hogy a motorcsónak sebességének nagysága állandó, határozzuk meg a folyó sebességét!

H2. Rómeó egy virágcsokrot szeretne Júlia erkélyére dobni. Az erkély padlója Rómeó kézmagasságához képest 10 m magasban található, azonban biztonsági okokból egy 1 m magas korlát is van rajta, amin Rómeónak át kell dobnia a csokrot.

a) Legalább mekkora sebességgel kell eldobnia Rómeónak a csokrot (elhanyagolva a közegellenállást), hogy az a korláton átrepülve Júlia erkélyére essen?

b) Mekkora sebességgel ér földet a csokor Júlia erkélyén?

c) Mennyi idő telik el, mialatt a csokor Rómeó kezéből Júlia erkélyének padlójára esik?

d) Mennyi a csokor teljes útra vonatkoztatott átlagsebessége a folyamat során?

H3. Egy egyenes mentén mozgó, pontszerű test gyorsulása az idő függvényében

$$a(t) = A\cos(\omega t).$$

A test sebessége a $t = 0$ időpillanatban v_0, kezdőhelyzete x_0.

a) Ábrázoljuk az $a(t)$ függvényt!

b) Határozzuk meg a test $v(t)$ sebesség-idő függvényét és ábrázoljuk is!

c) Milyen összefüggésnek kell fennállnia A és v_0 között, hogy a test sebessége ne váltson előjelet?

d) Határozzuk meg a test $x(t)$ hely-idő függvényét és ábrázoljuk is! Hogyan néz ki a függvény, ha a c) feladatban megtalált feltétel teljesül? És ha nem?

e) **gyakorlásra, kisZH-n nem lesz!** Mekkora a test teljes útra vonatkoztatott átlagsebessége $t \in [0, 2\pi/\omega]$ intervallumban? Mit kapunk, ha a c) feladat feltétele teljesül. És ha nem?

Nagy-ZH pluszpontért beadható feladat

B1. Kisgyermekünk unszolására vásároltunk egy pattogós gumilabdát, amit kísérleti céllal később magunkhoz vettünk. Hosszas megfigyelések után arra jutottunk, hogy ha a labda kemény vízszintes felületre merőlegesen pattan, úgy sebességének 10%-át elveszítve pattan vissza (nem tökéletesen rugalmas). Ezután a labdát 1 m magasságból kezdősebesség nélkül elengedjük, és vizsgáljuk a mozgását.

a) Mekkora v_0 sebességgel csapódik először a talajhoz a labda?

b) Mekkora lesz a labda sebessége az n-edik visszapattanás után?

c) Mennyi idő telik el az n-edik és $n+1$-edik visszapattanás között?

d) Összesen mennyi idő telik el az elengedés után, mire a labda teljesen megáll? (*segítség: mértani sor*).

e) Mekkora utat tesz meg a labda az n-edik és $n + 1$-edik visszapattanás között?

f) Mekkora a labda átlagsebessége az elengedés és a teljes megállás között?