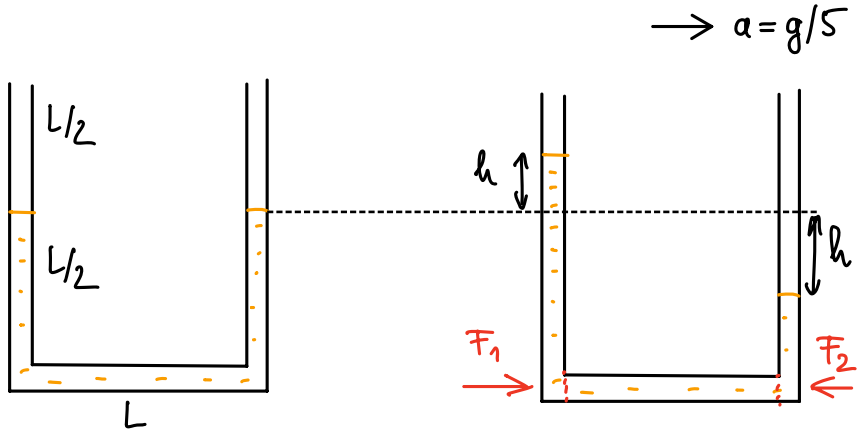
F1

a)



Az alsó vízszintes részben lévő folyadék gyorsulásáért a két szárban lévő, eltérő magasságú folyadéktól származó hidrosztatikai nyomások eredője a felelős.

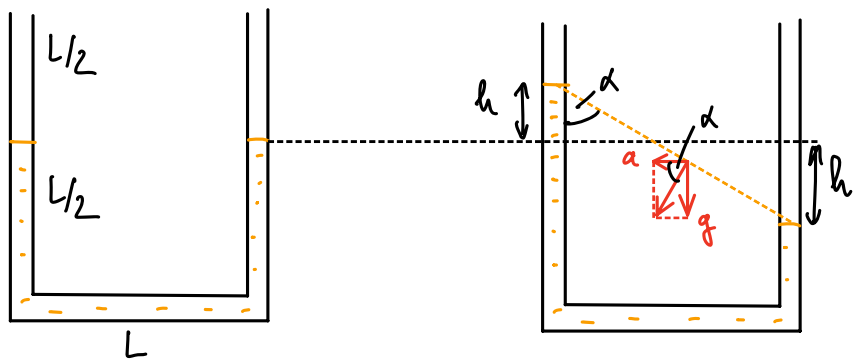
$$F_1 - F_2 = \rho A L \cdot a$$

$$\cancel{\rho} g\left(h + \frac{L}{2}\right)\cdot \cancel{A} - \cancel{\rho} g\left(\frac{L}{2} - h\right)\cdot \cancel{A} = \cancel{\rho}\cancel{A} L \cdot a$$

$$h + \frac{L}{2} - \frac{L}{2} + h = L \cdot \frac{1}{5}$$

$$\underline{h = \frac{L}{10}}$$

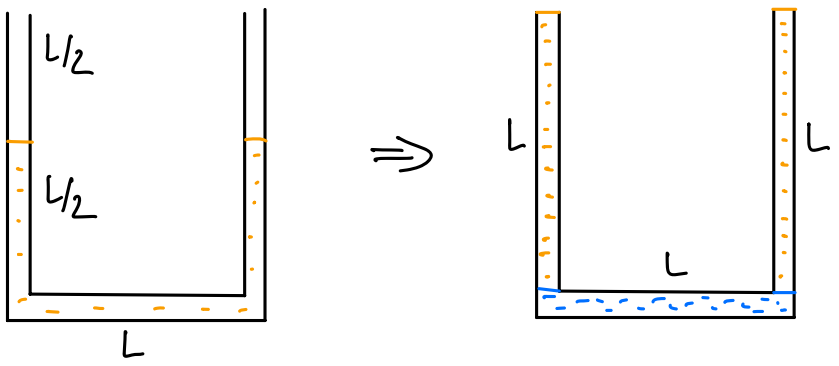
<u>Gyorsuló rendszerben:</u>



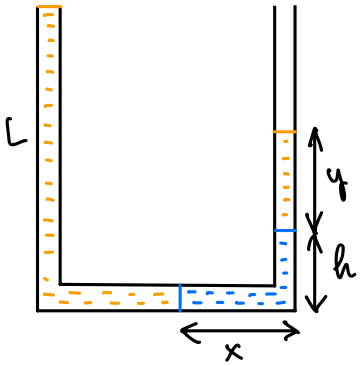
Ha nem U-alakú cső lenne, hanem egy szakásos edény, akkor a folyadék az ábrának megfelelően helyezkedne el.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{g}{a} = 5 \quad \text{és} \quad \operatorname{tg}\alpha = \frac{L}{2h} \Rightarrow \underline{h = \frac{L}{10}}$$

b/ Mivel $\rho_o < \rho_v$, ezért a víz az olaj alá fog lemülni. Ebben az esetben a maximálisan betölthető vízmennyiség a kezdetben folyadékot nem tartalmazó csőrész térfogatával egyenlő meg: $V_{max} = AL$



Ennél kisebb vízmennyiség esetén az alábbi elrendeződés jöhet létre, ha a bal oldali szárban az olaj elérte a cső végét.



Az olaj mennyisége állandó:

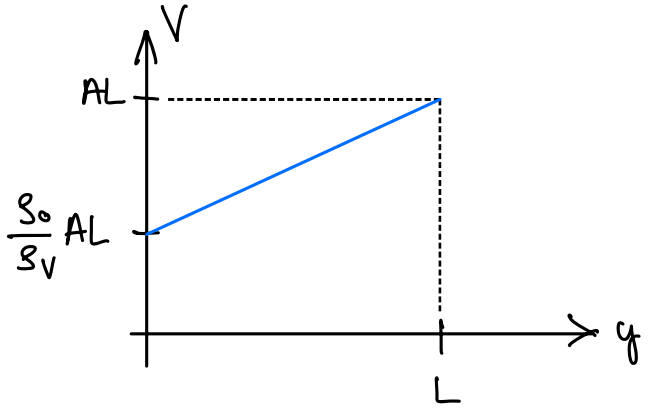
$$2L = L + L - x + y \Rightarrow x = y$$

Az egyensúly miatt: $\rho_o g L = \rho_o g y + \rho_v g h$

$$h = \frac{\rho_o}{\rho_v}(L - y) \quad ; \text{ahol} \quad 0 \le y \le L$$

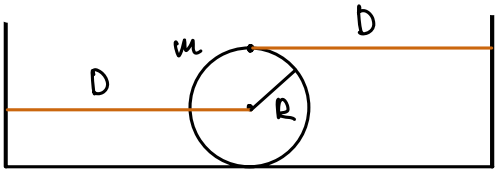
A betöltött vízmennyiség:

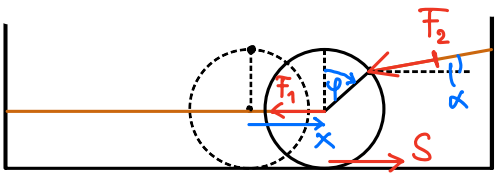
$$V = A \cdot (h + x) = A \frac{\rho_o}{\rho_v}(L - y) + Ay = \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho_v}\right) \cdot A \cdot y + \frac{\rho_o}{\rho_v} \cdot AL$$



F2

a)





Mivel $A \ll R$, ezért kis kitérésű mozgást vizsgálunk. Mivel az abrons tisztán gördül, ezért $x = R\varphi \ll R \Rightarrow \varphi \ll 1$, így $\alpha \ll 1$, tehát a jobb oldali rugó gyakorlatilag vízszintes marad. A rugóerők:

$$F_1 = D \cdot x \; ; \; F_2 = D(x + R\varphi) = 2Dx$$

Az abrons mozgásegyenletei:

$$\left.\begin{aligned} -F_1 - F_2 + S &= ma \quad (1) \\ -SR - F_2 R &= mR^2\beta \quad (2) \\ \text{tisztán gördülés miatt: } a &= \beta R \end{aligned}\right\} \Rightarrow \left.\begin{aligned} -Dx - 2Dx + S &= ma \\ -S - 2Dx &= ma \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad -3Dx - 2Dx - ma = ma$$

$$-5Dx = 2ma \quad \Rightarrow \quad a = \ddot{x} = -\underbrace{\frac{5D}{2m}}_{\omega_0^2} \cdot x \qquad \omega_0 = \sqrt{\frac{5D}{2m}}$$

VAGY:

Forgási egyenletből:

$$\left.\begin{aligned} (1): \quad -DR\varphi - 2DR\varphi + S &= m\beta R \\ (2): \quad S &= -2DR\varphi - m\beta R \end{aligned}\right\} \Rightarrow \begin{aligned} -5DR\varphi &= 2m\beta R \\ \beta = \ddot{\varphi} &= -\underbrace{\frac{5D}{2m}}_{\omega_0^2} \cdot \varphi \end{aligned}$$

VAGY AKÁR:

Energiamegmaradásból:

$$E_{teljes} = \frac{1}{2}Dx^2 + \frac{1}{2}D\cdot(2x)^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot mR^2\omega^2 = \text{áll.} \qquad v = R\omega = R\dot{\varphi}$$

$$5Dx^2 + m(R\dot{\varphi})^2 + m(R\cdot\dot{\varphi})^2 = \text{áll.}$$

$$5D\cdot(R\varphi)^2 + 2mR^2\dot{\varphi}^2 = \text{áll.} \qquad / \frac{d}{dt}$$

$$5D\cancel{R^2}\cdot\cancel{2}\varphi\cdot\dot{\varphi} + 2m\cancel{R^2}\cdot\cancel{2}\dot{\varphi}\cdot\ddot{\varphi} = 0$$

tetszőleges $\dot{\varphi}$-sa érvényes az egyenlet, ezért:

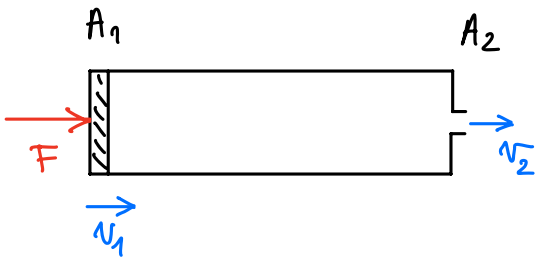
$$\ddot{\varphi} = -\underbrace{\frac{5D}{2m}}_{\omega_0^2}\varphi$$

b/ Maximális kitérésnél $E_{kin} = 0$, ezért:

$$E_{teljes} = \frac{1}{2}D\cdot A^2 + \frac{1}{2}D(2A)^2 = \frac{5}{2}DA^2$$

c/ $v_{max} = A\cdot\omega_0 = A\cdot\sqrt{\frac{5D}{2m}}$

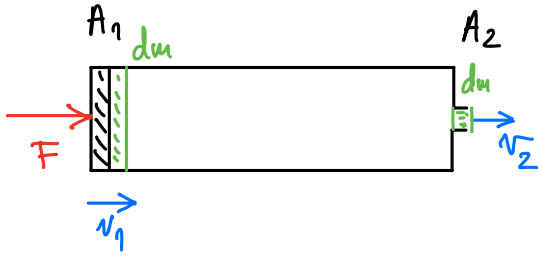
F3



a/ A kontinuitási törvény miatt:

$$A_1\cdot v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_1 = \frac{A_2}{A_1}\cdot v_2 = 5\cdot 10^{-3}\frac{m}{s} = 5\,\frac{mm}{s}$$

b) Ilyenit elvezdítva a dugattyút, $dm = \rho A_1 \cdot V dt$ tömegű vízmennyiséget ejtünk ki a fecskendőből:



Munkatétel:

$$F \cdot v_1 dt = \frac{1}{2} dm \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$F \cancel{v_1} dt = \frac{1}{2} \rho A_1 \cancel{v_1} dt \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$F = \frac{\rho A_1 \left(v_2^2 - v_1^2\right)}{2} \approx 0{,}8\ \mathrm{N}$$

Bernoulli-törvénnyel:

$$p_0 + p_F + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \qquad (p_0 \text{ a külső légnyomás})$$

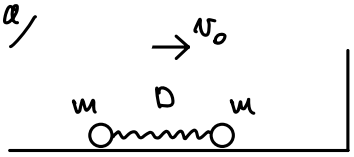
$$p_F = \frac{F}{A_1} = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) \Rightarrow F = \frac{1}{2}\rho A_1 \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

c) Mivel $F = \text{áll.}$, ezért

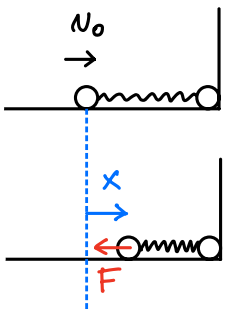
$$W = F \cdot s = F \cdot \frac{V}{A_1} = \frac{1}{2}\rho V \left(v_2^2 - v_1^2\right) \approx 40\ \mathrm{mJ}$$

F4

a)



Az ütközést követően a jobb oldali test hirtelen megáll, a bal oldali rezgésbe kezd.

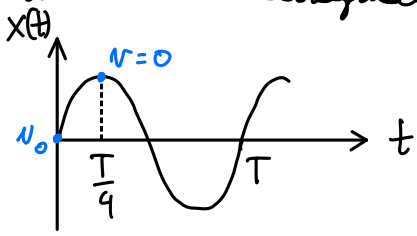


$$-F = m\ddot{x}$$

$$-Dx = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = -\underbrace{\frac{D}{m}}_{\omega_0^2} \cdot x$$

Kezdetben a bal oldali test az egyensúlyi helyzetében volt, majd az egyik szélső helyzetébe jutott ($v=0$ a maximális összenyomódáskor).



Tehát az eltelt idő: $t_1 = \frac{T}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$

b) A jobb oldali test akkor válik el a faltól, amikor a rugó elkezd megnyúlni. Mivel a bal oldali test mozgása ugyanolyan jellegű a faltól távolodva, mint amikor közeledik, így az ütközéstől mérve

$$t_2 = \frac{T}{2} = \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{D}}$$

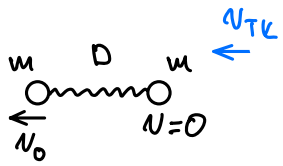
idő múlva válik el a jobb oldali test a faltól.

A testek sebessége:

→ jobb oldali: 0

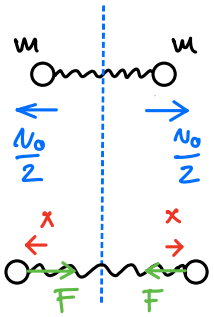
→ bal oldali: v_0

c)



$$v_{TK} = \frac{m v_0 + 0}{2m} = \frac{v_0}{2}$$

d) TK rendszerben:

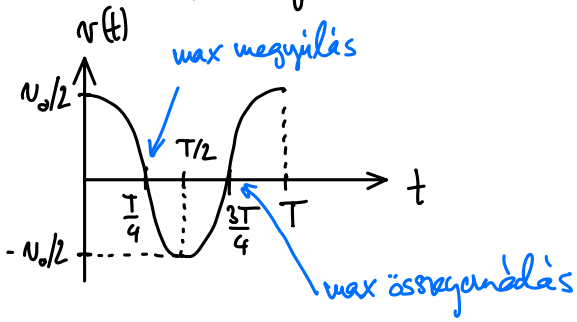


A testek az egyensúlyi helyzetük körül rezegnek:

$$-2D \cdot x = m\ddot{x} \Rightarrow \omega_0' = \sqrt{\frac{2D}{m}}$$

↓ feleződött a rugó rugóállandója

Maximális rugóösszenyomódás akkor lesz, amikor a testek sebessége másodszor lesz nulla



$$t_3 = \frac{3}{4} T' = \frac{3}{4} \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{2D}} = \frac{3\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{m}{2D}}$$